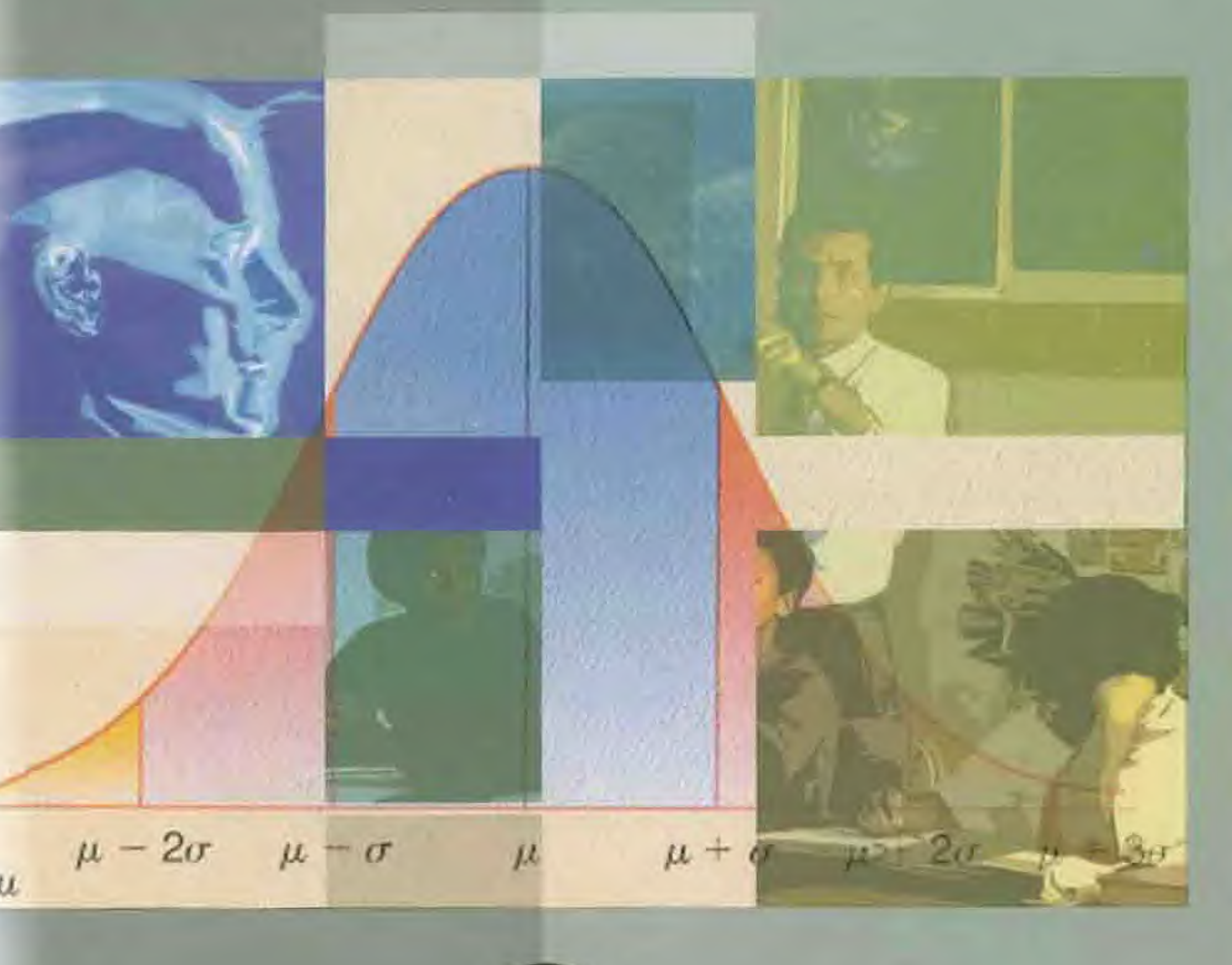
دكتور صلاح أحمد مراد

الأساليب الإحصائية

فى العلوم
النفسية
والتربوية
والاجتماعية





مكتبة الأنجلو المصرية

الأساليب الإحصائية

فى العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية

دكتور صلاح أحمد مراد

أستاذ علم النفس التربوى

كلية التربية جامعة المنصورة



مكتبة الأنجلو المصرية

بطاقة فهرسة

فهرسة أثناء النشر إعداد الهيئة المصرية العامة لدار الكتب والوثائق القومية ، إدارة الشئون الفنية .

مراد ، صلاح احمد.

الأساليب الإحصائية فى العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية.

تأليف: صلاح احمد مراد.

القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ٢٠١١.

٥٦٠ ص ، ١٧× ٢٤ سم

رقم الإيداع : ١٥٩٥٠

ردمك :٩٧٧-٠٥-١٧٧٨-x

المطبعة : محمد عبد الكريم حسان

تصميم غلاف : ماستر جرافيك

الناشر: مكتبة الانجلو المصرية

١٦٥ شارع محمد فريد

القاهرة – جمهورية مصر العربية

ت : ٢٣٩١٤٣٣٧ (٢٠٢) ؛ ف : ٢٣٩٥٧٦٤٣ (٢٠٢)

E-mail : angloebs@anglo-egyptian.com
Website : www.anglo-egyptian.com

تقديم الطبعة الثانية

انتهــت وبحمد الله الطبعة الأولى من هذا الكتاب بعد أن أحدثت صدى واسعًا فـــى المجال واهتمامًا بالغًا من الباحثين ومستخدمي الأساليب الإحصائية، كما أثار المحـــتوى شـــجون الـــبعض بإعداد مؤلفات أخرى مشابهة، وحاول بعض الزملاء الــــربط بين ما جاء بالكتاب واستخدام البرامج الإحصائية SPSS وهذا جهد محمود لهم وكنا نود تضمينه لكن حجم الكتاب حال دون ذلك.

وأود أن أســـجل هـــنا انطـــباعات القـــراء والباحثين لما جاء فى محتوى هذا الكـــتاب. فقـــد وجده الطلاب واضحًا ومفصلاً فى الجزء الأول والخاص بأساليب الإحصــــاء الوصـــفى "الســـتة فصول الأولى" وهى فعلاً معدة للمبتدئين فى دراسة الإحصــــاء الـــتربوى والنفسى والاجتماعى. كما أفاد الطلاب بأن الجزء الثانى "من الفصــــل السابع وحتى السادس عشر" والخاصة بأساليب الإحصاء الاستدلالى أكثر صـــعوبة، وهـــى فعلاً صعبة إلى حد ما على طلاب الشعب الأدبية لما تحتويه من معادلات واستنتاجات وعلاقات بين الأساليب الإحصائية.

بيـــنما رأى طلبة الدراسات العليا أن الكتاب مفيد لهم فى فهم البحوث السابقة فى المجال وفى إجراء التحليلات الإحصائية للبيانات البحثية وهذا هو بيت القصيد من الإحصاء الاستدلالى.

وأقـــدم للقـــراء والباحثيـــن الطبعة الثانية من كتاب الأساليب الإحصائية بعد تصـــحيح بعض الأخطاء المطبعية التى شابت الطبعة الأولى، متمنيًا أن تكون مفيدة لأبنائنا الطلاب وعونًا للباحثين فى المجالات التربوية والنفسية والاجتماعية.

والله الموفق ،،،،

دكتور/ صـــلاح مـــراد

أغسطس ٢٠١٠

بسم الله الرحمن الرحيم

مقـــدمة

نحمد الله على نعمائه وفضله وعلى توفيقه لنا في إتمام هذا الكتاب الذى ظل حبيس الأدراج لأكثر من عشر سنوات ، إلى أن شاء الله وقدر له أن يخرج إلى النور .

و قد تم إعداد هذا الكتاب ليتناسب مع عدد من التخصصات فى مجالات العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية ، وليكون دليلا ومرشدا ومرجعا للطالب والباحث فى هذه المجالات . فهو يعد مرجعا لطلبة مرحلة البكالوريوس والليسانس ودليلا ومرشدا لطلبة الدراسات العليا والباحثين فى مجالات العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية .

ويتطلب الاستخدام الجيد لهذا الكتاب من قبل الباحثين أن يكونوا على دراية بطرق البحث العلمى والتصميمات البحثية المناسبة لدراساتهم حتى يتمكنوا من اتخاذ القرارات فى إختيار الاسلوب الاحصائى المناسب للتصميم البحثى .

ويعتمد التصميم البحثى الجيد على أسس وإفتراضات ويستلزم امكانات وبدائل ، ويفرض على الباحث إتخاذ قرارات هامة فى بعض مراحله دون مساعدة من الآخرين ، وربما يلجأ الباحث إلى طلب المساعدة من المختصين وقت الحاجة إليها . ويجب الحذر من الاستخدام غير الجيد (أو سوء الاستخدام) للأساليب الاحصائية فى تحليل البيانات ، فالحاسب الآلى ينفذ مايصدر إليه من أوامر ويجرى تحليل البيانات وفقا لتلك الأوامر والتعليمات ، وماأكثر البيانات والنتائج فى البحوث التى تستخدم أساليبا غير مناسبة لها ، وتؤدى الى قرارات وتعميمات غير صحيحة .

وقد حاولت إعداد هذا الكتاب ليغطى موضوعات عديدة تم إختيارها من تدريسى للعديد من مقررات الاحصاء النفسى والاحصاء التربوى والاحصاء الاجتماعى ، إضافة الى الاحصاء الرياضى والاحصاء المتقدم لطلبة الدراسات العليا فى تلك المجالات . وقد تم تنظيم موضوعات الكتاب فى ستة عشر فصلا ، حيث تختص الفصول الستة الأولى بالاحصاء الوصفى ، بينما تشتمل الفصول من

السابع وحتى السادس عشر على موضوعات الاحصاء الاستدلالى التى تهم طلبة الدراسات العليا والباحثين .

ويتضمن الفصل الأول المفاهيم الاساسية للاحصاء وعلاقتها بالاساليب الاحصائية الوصفية والاستدلالية . ويعالج الفصل الثانى طرق عرض البيانات المختلفة وتوزيعاتها التكرارية . ويوضح الفصلان الثالث والرابع مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت وطرق حساب كل منها واستخداماتها المختلفة . أما الفصل الخامس فقد تم تخصيصه لمعالجة موضوع الانحدار والارتباط الخطى البسيط وطرق حساب معاملات كل منهما للانواع المختلفة من البيانات ، كما يوضح العلاقة بين الانحدار والارتباط الخطى البسيط ، والعوامل المؤثرة على معامل الارتباط وكيفية تفسيره واستخداماته .

ويناقش الفصل السادس موضوع الاحتمالات والمنحنى الاعتدالى وخصائصه والدرجات المعيارية والتائية واستخداماتها .

أما الفصول من السابع وحتى السادس عشر فقد خصصت لموضوعات الاحصاء الاستدلالى ، حيث يتعرض الفصل السابع للعينات وطرق اختيارها وصياغة الفروض وإختبار صحتها ومفاهيم مستوى الدلالة وحدود الثقة وافتراضات الاحصاء الاستدلالى . ويتعرض الفصل الثامن لاختبار (ت) ومقارنة متوسطى مجموعتين مستقلتين أو غير مستقلتين وحجم التأثير الناتج وكذلك اختبار الفرق بين نسبتين . بينما يحتوى الفصل التاسع موضوع تحليل التباين وافتراضات إجراء تحليل التباين الاحادى ، وطرق المقارنات المتعددة للمتوسطات وأسلوب الاختيار من بينها ، ويتضمن الفصل العاشر تحليل التباين الثنائى والثلاثى والعاملى ومفهوم التفاعل وخطوات الإجراء . ويشمل الفصل الحادى عشر تباين القياس المتكرر الأحادى والثنائي والثلاثى ، أما الفصل الثانى عشر فيتناول تحليل التغاير للقياس المتكرر . ويوضح الفصل الثالث عشر مفهوم تحليل الاتجاه فى حالتى تحليل التباين والقياس المتكرر .

ويتضمن الفصل الرابع عشر تحليل الانحدار والارتباط المتعدد وطرق حساب معاملاتهما وتفسيراتها وعلاقة الارتباط الجزئى وشبه الجزئى بالارتباط المتعدد ، وطريقة التحليل التتابعى Stepwise كما تعرض لتحليل الانحدار والارتباط باستخدام المصفوفات ، والارتباط الطبيعى Canonical وتحليل التمايز .

ويتناول الفصل الخامس عشر موضوع تحليل المسار أحادى الاتجاه، فى حين تناول الفصل السادس عشر عرضا لمفاهيم التحليل العاملى الاستطلاعى والتوكيدى ، وطرق التحليل العاملى ، ومداخل تحديد عدد العوامل وطرق التدوير وحساب درجات العوامل .

كما يحتوى الكتاب على مجموعة من الملاحق التى نرى أنها ضرورية للاستخدام مع أساليب التحليل الاحصائى الموضحة فى هذا الكتاب .

ونأمل أن يكون هذا الكتاب عوناً للطلبة والباحثين ، وهادياً لهم على طريق البحث العلمى ، كما نأمل أن نكون قد عرضنا ووضحنا شيئاً مفيداً ونافعاً .

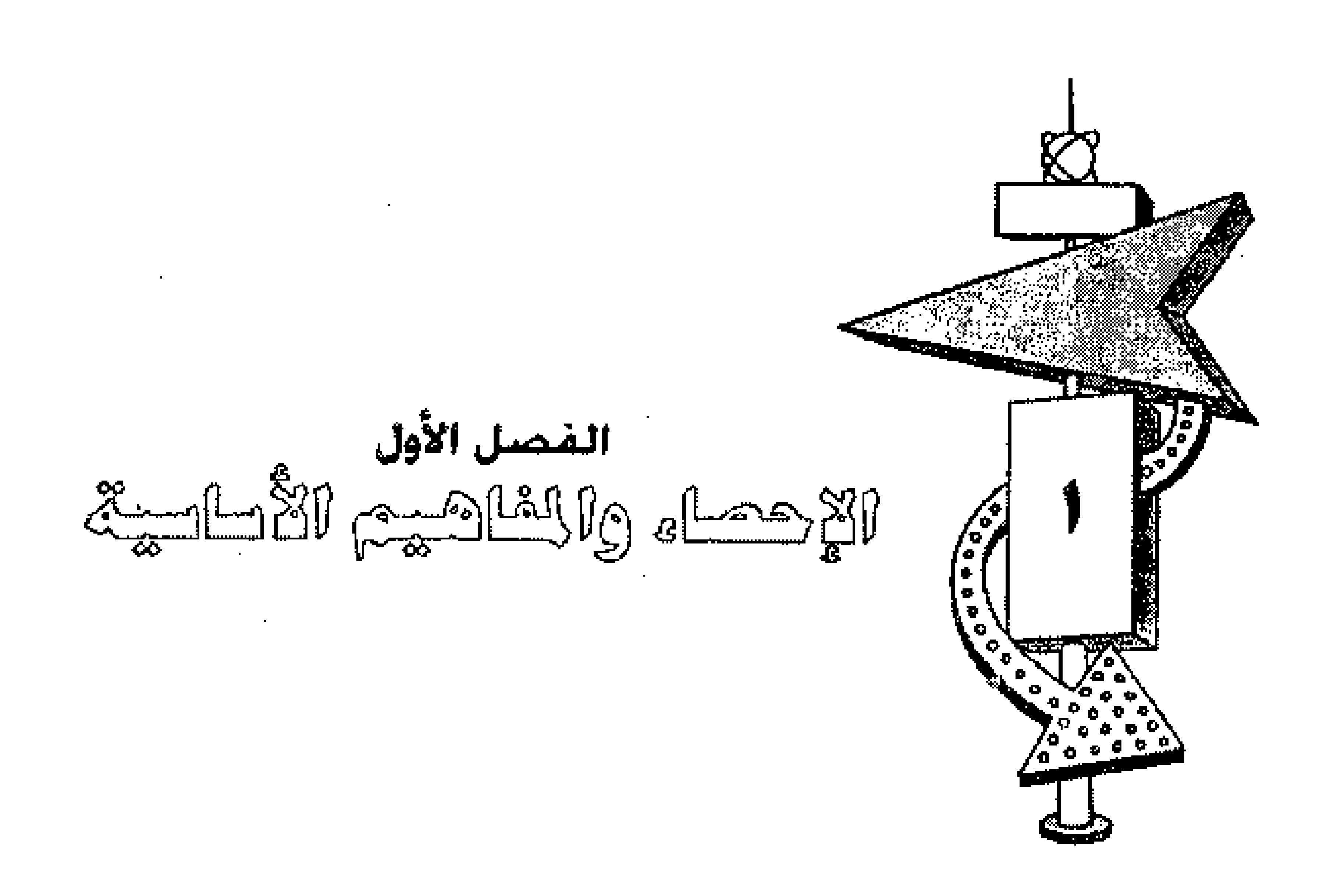
والله الموفق ،،

دكتور صلاح مراد

أغسطس ٢٠٠٠

محتوى الكتاب

الموضوع	الصفحة



الفصل الأول

الإحصاء والمفاهيم الأساسية

الفصل الأول
الإحصاء والمفاهيم الأساسية

معنى الإحصاء

يقصد بالاحصاء العد أو التعداد أو عدد الأشياء أو جمع بيانات عنها ،وهو يشير إلى إحصاء السكان بمعنى عدد السكان فى وقت معين ، وكلمة أحصى تعنى عد وعلم عدد الأشياء وربما خصائصها.

وبذلك تعنى هذه الكلمة جمع البيانات بالإضافة إلى تلخيص وتنظيم وتحليل البيانات وعرضها فى جداول والتوصل إلى استنتجات عن معنى البيانات ، وعادة ما تكون هذه الاستنتاجات فى شكل تنبؤات .

والمهمة الأولى للإحصاء هى تعريف المجتمع المقصود واختبار عينة ممثلة له .

ويستخدم الإحصاء فى العلوم المختلفة لتوضيح البيانات وتلخيصها ، فهو يستخدم فى العلوم الإنسانية والعلوم الطبية والهندسية والزراعية ، والعلوم الأساسية ، وفى مجال الصناعة وغيرها . ولا يكاد يخلو علم من العلوم من استخدام الإحصاء فى بحوثه وتطبيقاته العملية.

والإحصاء فرع من فروع العلم التى تتعامل مع البيانات وتحليلها وتنظيمها للإجابة عن التساؤلات والاستدلال منها ، وبذلك يستخدم الإحصاء فى فهم الكثير من المشكلات . واحياناً يساء استخدام الإحصاء فى عرض البيانات بشكل خاطئ أو خادع للاستدلال . ويجب دائماً أن نفكر فى الإحصاء كوسائل لها وظيفتين أساسيتين هما : الوصف والتفسير .

ويقصد بالوصف اعطاء صورة واضحة للظاهرة عن طريق العرض المناسب للبيانات التى توضح الصورة . واستخدام بيانات مثل نسبة البطالة ومتوسط الأجور ومعدل المرضى ومتوسط عدد الأبناء فى الأسرة ومعدل الطول والوزن والعمر وغيرها، وهى بيانات تصف متغيرات معينة . أما التفسير فيعنى

إعطاء معنى للبيانات والتوصل إلى أسباب الأحداث . فإذا قلنا أن أحمد لا يرغب فى القراءة لأنه لا يستطيع النطق الصحيح ، وسعيد رسب فى الامتحان لأنه ضعيف ، وعلى يحب الحفلات لأنه اجتماعي . فكل هذه تفسيرات ولكنها تصف الفرد ولا تفسر المعنى ، وبالتالى فهى تسير فى دائرة مغلقة ، بينما التفسير يستلزم كسر هذه الدائرة المغلقة وبحث صلتها بشئ آخر خارجها .

تاريخ الإحصاء :

يرجع تاريخ الإحصاء إلى القرن السابع عشر (منذ حوالى 300 سنة) عندما اهتم الانسان بفهم الاحتمالات (Sprinthall, 1994: 11- 12) . وقد استخدم الإنسان الأول الأرقام وكان لديه نظام للعدد ، كما استخدم نرد (زهر) الطاولة منذ أكثر من 3000سنة قبل الميلاد ، وربما خاف الانسان قديماً من التفكير فى الإحتمالات لا عتقاده بأن كل شئ من عند الله ، ولا يجب التفكير فى أى شئ يتعلق بحدوث الأحداث . وكان من السهل عليه التحدث بالقدرية بدلاً من الاهتمام بدراسة احتمالات حدوثها لأن ذلك يعنى الإلحاد والكفر .

وقد ذكر سيسرو Cicero قبل الميلاد بخمسين عاما ، أن الأحداث قد تكون نتيجة الحظ ، فإذا رميت أربع زهرات طاولة فإن الحصول على نفس الرقم بكل منها يعد رمية حظ ، ولكن إذا فعلت ذلك مائة مرة وظهرت رمية الحظ فى المائة مرة فهل يعد ذلك مصادفة ؟ بالطبع لا ، لأن ذلك يحدث بأمر الله ، وكان تعبير سيسرو يدل على تفكير الناس فى ذلك الوقت (Sprinthall, 1994: 11) .

كما ذكرت سانت أوجستين Augustine عام ٥٠٠ بعد الميلاد ، أن لاشئ يحدث بالصدفة وانما كل شئ محكوم بإرادة الله . وإذا قيل بوجود أحداث عشوائية فإن ذلك يرجع إلى جهل الناس وليس للأحداث ذاتها (David, 1962: 24) .

وحتى الآن يفضل الكثيرين عدم الاهتمام بالاحتمالات وانما يفضلون البحث عن الحظ وقراءة ذلك فى الصحف اليومية ، مع أنه يتعارض مع القدرية كما يتعارض مع مفهوم الاحتمالات . فإذا كان حظك اليوم مكسبا ماديا فهل يحدث ذلك فعلاً ؟ أم أنه مرتبط بما يفعله الفرد فى عمله وحياته ، ومن الواضح إذا تعرض الفرد فى يومه إلى أعمال معينة فقد يكسب أو يخسر ، وإذا لم يخرج من منزله ، فقد يحدث ذلك أيضا . ولكن ما إحتمال حصوله على المكسب المادى ؟ لا أحد يستطيع الإجابة عن هذا السؤال ، كما أن السماء لا تمطر ذهباً ولافضة .

ومعنى هذا أن مشاركة الفرد في أعمال قد تؤدى إلى مكسب ، وعدم المشاركة قد لا يؤدى إلى أى شئ.

ويدل هذا على أن احتمال المكسب يكون مرتفعاً فى حالة المشاركة فى الاعمال عنه في حالة عدم المشاركة . وهذا هو المقصود بالإحتمالات وهى لاتغير من القدرية ، ولكن الإهتمام بالإحتمالات قد يشجع المشاركة فى اداء الأعمال.

وبالطبع لا ننصح أى فرد بأن يترك أمور حياته تسير طبقاً لقراءة النجوم أو حظك اليوم ، وانما يخطط لأعماله ويؤدى ما يستطيعه دون تواكل.

والحدث الذى أدى لمولد علم الإحصاء كان فى فرنسا خلال القرن السابع عشر الميلادى ، عندما كان الفارس دى مير (Chevalier de Mere) ، المقامر المشهور قد خسر فى المقامرة ، وأراد معرفة سبب خسارته هل هى من سوء الحظ، أم أن توقعاته لم تكن صحيحة . وطلب من صديقه عالم الرياضيات الفرنسى بليس باسكال (Blease Pascal) النصيحة ، واكتشف دى مير أنه كان يراهن مراهنة خاسرة فعلاً . ويعد باسكال أبو نظرية الاحتمالات ، وكان هدفه من دراستها مساعدة صديقة دى مير لكسب الرهان (Sprinthall, 1994: 11) .

وقد ذكر المؤرخون لعلم الإحصاء أن القفزة الأولى فعلاً كانت بناء على أعمال لابلاس (Laplace)، وهو صاحب نظرية فى الإحتمالات .

بينما كانت القفزة الثانية لأعمال جاوس (Gauss) الذى اهتم بتقدير معالم المجتمع فى مقاييس النزعة المركزية ، وتوصل إلى معادلة المنحنى الاعتدالى ، وقد عمل كل من لابلاس ، وجاوس ، وبواسون Poisson على حدة هذا المجال ، وتوصل كل منهم إلى نظريات عن تقدير معالم المجتمع . (Hald, 1998)

وقد استخدم فرانسيس جالتون (Francis Galton) أساليب إحصائية لدراسة الوراثة ، وقد حلل خلال الفترة ١٨٦٩ – ١٨٩٠ العديد من البيانات لتوضيح العلاقة بين السمات الإنسانية عبر الأجيال ، ووضع لنفسه طريقة لمقارنة السمات الإنسانية بترتيب الأفراد على سمتين ، والتعرف على الوضع النسبى لكل فرد بالمقارنة بالآخرين ، حيث كان اهتمامه مركزاً على معرفة الفروق بين الأفراد . وقد دفعت أفكار جالتون إلى استثارة كل من إدج ورث (Edgewarth) وبيرسون Pearson) وشيبرد (Sheppard) وييل (Yule)، وحولوا تلك الأفكار إلى نظريات رياضية عن الإنحدار والإرتباط .

أما القفزة الثالثة للإحصاء فكانت على يد بيرسون الذى تأثر بكل من جالتون ، ولدون (Weldon) ، حيث شارك مع ولدون فى تحليل بياناته لتحقيق نظرية دارون عام 1892 . وأدى هذا إلى تحول فى حياة كارل بيرسون حيث أهتم بدراسة الإحصاء الرياضى وطرق تحليل البيانات . وأجرى بيرسون العديد من الدراسات فى العزوم وتقدير معالم المجتمع ، واحتمالات توزيع ذى الحدين ، والمعادلات التفاضلية للاحتمالات .

وتوصل بيرسون إلى معادلة لحساب معامل الإرتباط الخطى بين متغيرين فى أواخر القرن الثامن عشر ، كما توصل إلى معادلة كا٢ (مربع كاى) عام ١٩٠٠ ، وأجرى دراسة شهيرة عن السطوح والفراغ عام ١٩٠١ ، كانت هى الأساس لأسلوب التحليل العاملى المعروف بأسم (Principal axes) . كما ساهم يول بدراسات عن الارتباط الجزئى والإرتباط المتعدد.

وقد سارع سبيرمان عالم النفس المشهور إلى إجراء دراسة نفسية متبعاً فيها الطريقة الجديدة للتحليل العاملى ونشر نظريته للتكوين العقلى عام ١٩٠٤ تحت إسم نظرية العامل العام .

وكانت القفزة الرابعة للإحصاء فى بداية القرن العشرين أيضاً (خلال فترة أعمال بيرسون) ، وعندما طلبت شركة (Guinness) المنتجة للبيرة من عالم الرياضيات وليام جوست (William Gosset) عام ١٩٠٦ أن يجرى دراسة عن إمكانية إختيار عينة من أفراد المجتمع فى مدينة دبلن (Dublin) بأيرلندا لتذوق البيرة وتعميم النتائج على المجتمع .

وقد توصل جوست (Gosset) عام ١٩٠٨ إلى معادلة لمقارنة أداء العينة مع المجتمع بدرجة جيدة من الدقة ، وقد سمى معادلته باسم (Student) والتى تعرف باسم اختبار (ت) . ووضع جوست برهاناً لنظريته عام ١٩١٢ ، وانتقده بيرسون ، ولكن فيشر (Ronald Fisher) طور البرهان ونشره بعد ذلك عام ١٩١٥ (Hald, 1998) .

وكان التطور الخامس للإحصاء على يد العالم الإنجليزى فيشر (Fisher) ، الذى أجرى دراسته عن تحليل التباين خلال عام ١٩٢٠ ونشرت عام ١٩٢٢ ، وهى تعميم لاختبار (ت) بناءً على مفهوم درجات الحرية . وقد ذكر فيشر أنه استفاد من أعمال هلمرت (Helmert) عن توزيع متوسط وتباين العينه وانحرافها عن التوزيع الاعتدالى (Hald, 1998) .

وقد توالت الدراسات منذ أفكار باسكال ولابلاس وبيرسون وجوست وفيشر فى الإحصاء الرياضى ، ولكن الأساليب التطبيقية لنظريات الاحصاء الرياضى كانت تأتى بعد فترة زمنية لا تقل عن عشرون عاماً من بداية تلك النظريات واقتناع الاحصائيين بها . ولا تزال البحوث فى مجال الإحصاء الرياضى والتطبيقى - مثل فروع العلم الأخرى - فى تطور مستمر لوضع الأفكار موضع التطبيق ، وحل المشكلات الفعلية فى المجالات المستخدمة للأساليب الإحصائية . وقد تزايد الاهتمام الآن فى مجال أساليب تحليل المتغيرات المتعددة (Multivariate) التى أصبحت ضرورة هامة فى بحوث ودراسات العلوم الإنسانية .

أهمية الإحصاء فى البحث العلمى :

العم هو مجموعة من الحقائق والنظريات المترابطة ، وهو يحدد علاقة الفرد بما يحيط به من الظواهر الطبيعية ، وبزيادة التقدم العلمى تزداد الحقائق والنظريات التى تم التوصل إليها واختبارها ، والتى تساعد على فهم ما يحيط بالفرد بدرجة أكبر وتوضح له الصعاب وإمكانية التغلب عليها .

ويقوم الباحثون بإجراء العديد من البحوث العلمية التى تستخدم الوسائل والأساليب الإحصائية المختلفة التى تساعد فى فهم المشكلات فهماً دقيقاً وموضوعياً . حيث يتم الحصول على بيانات ونتائج أثناء إجراء الدراسة والتى تستخدم فى اختبار صحة الفروض أو الإجابة عن التساؤلات ، ولايتم ذلك إلا بإستخدام الأساليب الإحصائية .

ويبدأ الباحث عادة بمشكلة معينة يرغب فى دراستها للإجابة عن بعض التساؤلات ، فيحدد المشكلة ويضع التساؤلات فى ضوء ما هو متوفر لديه من معلومات مرتبطة بالمشكلة ، ولا يستطيع أى باحث إجراء دراسة جيدة مالم يكن متخصصاً فى المجال ولدية حساسية للثغرات فى هذا المجال ويعرف مابه من مشكلات تتعلق بالحقائق العلمية فى المجال . ومعرفة الباحث بمشكلة معينة تدفعه لمحاولة توضيحها ورؤية ما يحيط بها من عوامل وظروف ، ويبذل الجهد لمحاولة التوصل إلى حل أو عدة حلول للمشكلة فيؤدى به ذلك إلى وضع فروض للدراسة والاختبار بناء على ما هو متوفر من معرفة ومعلومات.

ويكون الهدف التالى للباحث هو كيفية اثبات صحة تلك الفروض التى وضعها كحلول مقترحة للمشكلة (أو كنتائج متوقع من الدراسة) فيقوم بجمع

بيانات بإستخدام أدوات قياس مناسبة للمتغيرات . ثم يواجه الباحث مشكلة كيفية التعامل مع البيانات التى جمعها وكيفية استخدامها فى اختبار صحة الفروض ، وهنا يأتى دور الأساليب الإحصائية المختلفة والتى تعاون الباحث فى الإستخدام المناسب لبياناته لاختبار صحة الفروض أو الإجابة عن التساؤلات .

والأساليب الإحصائية هى الوسيلة الوحيدة التى يستطيع بها الباحث ، أياً كان مجال تخصصه تحليل البيانات واختبار صحة فروض دراسته والتوصل إلى النتائج.

ومهما كان التخصص فى العلوم الإنسانية أو الطبية أو الزراعية أو الهندسية وغيرها ، فإنها تستلزم استخدام الأساليب الإحصائية لمعالجة البيانات و اختبار صحة الفروض والتوصل إلى النتائج . وبالطبع ، يتم فى كل دراسة جمع بيانات لمحاولة تقديم حل للمشكلة أو إجابة عن التساؤلات ، وتلك البيانات فى حد ذاتها لا تقدم الحل ولا تجيب عن التساؤلات إلا إذا تم تحليلها بالأساليب الإحصائية المناسبة.

ولا يعنى هذا أن الأساليب الإحصائية هى كل شئ فى البحوث وهى التى تقوم بما لا تستطيعه العلوم الأخرى ،ولكنها وسائل مساعدة للباحث لتنظيم البيانات وتحليلها والإجابة عن تساؤلات دراسته أو اختبار صحة فروضه .

ومن ثم فإن الإحصاء وأساليبه هام للبحوث فى معظم مجالات العلوم المختلفة مثل أهمية الملح للطعام وأهمية الفلسفة للعلوم وأهمية اللغة للتعبير عن الرأى والفكر ، وكذلك تكون أهمية الإحصاء لمعالجة البيانات والإجابة عن التساؤلات أو اختبار صحة الفروض . ويعنى هذا أنه من الضرورى للباحثين الالمام بالأساليب الإحصائية واستخدامها فى الوقت المناسب والموقع المناسب لتحليل البيانات المناسبة للإجابة عن السؤال أو اختبار الفرض . وتكرار كلمة المناسب هنا مقصودة لأنه على الباحث معرفة ما يستخدمه فى تحليل بياناته ومدى مناسبة ذلك لدراسته . فمن غير المعقول أن يضع الباحث بيانات ونتائج لايعلم من أين جاءت وكيف تم الحصول عليها ، ومن ثم لايعلم كيفية الاستنتاج منها وربما يؤدى هذا إلى استنتاجات وتفسيرات خاطئة . وهذا هو الحال فى العديد من البحوث خاصة فى العلوم الإنسانية .

وتستخدم الأساليب الإحصائية فى معظم البحوث العلمية خاصة تلك التى تجمع بيانات عن الظاهرة موضع الدراسة ، ويبدو هذا واضحا فى مجالات العلوم

الإنسانية والعلوم الطبية والعلوم الزراعية والعلوم الأساسية ، كما تستخدم فى مجالات الصناعة والتجارة والإقتصاد والتخطيط وغيرها من المجالات التى تعتمد على الأرقام وتعالجها بطرق مختلفة ، وهذه المعالجات تستخدم أساليب احصائية مختلفة . فإذا ما كان الأسلوب الإحصائي المستخدم غير مناسب ، فقد يؤدى هذا إلى استنتاج خاطئ ، وتكمن الخطورة فى اتخاذ قرار يعتمد على هذا الاستنتاج الخاطئ . وما أكثر القرارات التى تعتمد على بيانات ونتائج البحوث ، ولا يكون الخطأ فى هذا الشأن راجعا إلى متخذى القرار وحدهم ، وإنما على من قاموا بإجراء البحوث وما توصلوا إليه من استنتاجات وتفسيرات وتوصيات غير صحيحة أو غير مناسبة .

المتغيرات :

المتغير هو مفهوم يعبر عن الاختلافات بين عناصر فئة معينة مثل النوع (الجنس) ، والتحصيل ، والدافعية ، والمستوى الاقتصادى – الإجتماعى ، وكذلك الانفعال وأسلوب التنشئة وغيرها . ونلاحظ ضرورة اختلاف عناصر الفئة لكى نطلق عليها اسم متغير مثل الحالة الإجتماعية ، أما إذا كانت العناصر من نفس النوع فإن هذه الخاصية تعد مقدار ثابتا وليست متغيرا ، ومثال ذلك إجراء دراسة على الذكور فقط ويعنى هذا أننا نثبت متغير الجنس (أى يصبح مقدار ثابتا) . وبذلك يمكن تعريف المتغير بأنه اختلاف الأفراد فى قيم أو درجات خاصية معينة. ويهتم الباحثون بدراسة المتغيرات المختلفة وكذلك دراسة الثوابت .

وتوجد أنواع مختلفة من المتغيرات الكمية والتصنيفية . فالمتغير الكمى هو الذى يأخذ قيما متعددة على متصل من أقل قيمة إلى أكبر قيمة مثل الطول والوزن ودرجات إختبار معين . أما المتغير التصنيفى فهو الذى لا يختلف فى الدرجة وإنما فى النوع مثل الديانة والمهنة وطريقة التدريس وأسلوب الإدارة وغيرها.

ويهتم الباحثون بدراسة المتغيرات الكمية والتصنيفية والتى يطلق عليها مسميات أخرى مثل المتغيرات المستقلة والتابعة والضابطة والخارجية .

والمتغيرات المستقلة هى التى يهتم الباحث بدراسة أثرها على متغيرات أخرى تابعة فى البحوث التجريبية أو شبه التجريبية ، حيث تسمى المتغيرات المستقلة بالمتغيرات التجريبية أو المعالجات . أما المتغيرات التابعة فهى التى تتأثر بمتغير تجريبى أو مستقل ، وبذلك تعتمد طبيعة المتغيرالتابع على مدى تأثره بالمتغير المستقل.

والمتغيرات الخارجية هى متغيرات لا يهتم الباحث بدراستها ولكنها قد تؤثر على متغيرات الدراسة المستقلة أو التابعة أو كليهما . فإذا اهتم الباحث بدراسة أحد أو بعض المتغيرات الخارجية فإنه يصبح متغيرا مستقلا أو تابعا . أما إذا حاول عزله أو ضبطه فإنه يصبح متغيرا ضابطا .

وعند تفسير الظواهر فإننا نفسر المتغيرات التابعة تحت شروط المتغيرات المستقلة . ومعنى هذا أن التفسير يتطلب شرح علاقة المتغيرات المستقلة بالمتغيرات التابعة التى تتغير تبعا للمتغيرات المستقلة . ومثال ذلك علاقة التدخين بمرض السرطان حيث يؤكد الأطباء أن التدخين يؤدى إلى سرطان الرئة وإلى أمراض أخرى . ويكون المتغير المستقل هنا هو التدخين والمتغيرات التابعة هى الأمراض المختلفة .

وكذلك عند دراسة علاقة اختبارات القبول للجامعة بالتحصيل الأكاديمى حيث تدل الدراسات على أن اختبارات القبول للجامعة لها قدرة على التنبؤ بالتحصيل الدراسى فى الجامعة . وتكون اختبارات القبول هى مقاييس للمتغيرات المنبئة (المستقلة) والتحصيل الجامعى هو المتغير التابع . ويعنى هذا أن الدرجات المرتفعة على اختبارات القبول تؤدى إلى الحصول على درجات مرتفعة فى التحصيل الجامعى .

وفى البحوث غير التجريبية فإننا لا نعطى للمتغيرات الأسماء السابق الاشارة إليها (المستقلة والتابعة) وإنما تكون كلها متغيرات فى الدراسة أو متغيرات خارجية . ففى البحوث المسحية ، والوصفية ، والارتباطية ، والتحليلية ، لانبحث عن السبب والنتيجة ، مثلما يحدث فى البحوث التجريبية التى يتم فيها بحث أثر متغير مستقل (معالجة) على متغير تابع ، وإنما يكون الاهتمام بدراسة المتغيرات المتصلة بظاهرة معينة لفهم الظاهرة وتفسيرها أو للكشف عن علاقات المتغيرات بالظاهرة أو أسباب حدوث الظاهرة .

وعند دراسة ظاهرة تربوية أو نفسية أو اجتماعية يواجه الباحث العديد من المتغيرات المرتبطة بالظاهرة ، فيحاول دراسة بعض هذه المتغيرات واغفال البعض الآخر ،وتلك المتغيرات التى يغفلها الباحث هى متغيرات خارجية لا يستطيع التحكم فيها ولا يقوم بدراستها . وهذه المتغيرات الخارجية هامة جدا فى تفسير نتائج الدراسة التى لاتتفق مع توقعات الباحث ، كما أنها هامة جدا عند الاستنتاج من نتائج العينة وتعميمها على مجتمع الدراسة .

المتغيرات المتصلة والمنفصلة :

قد نطلق على المتغيرات أسماء أخرى مثل المتصلة Continuous أو المنفصلة Discrete حسب طبيعة قيم المتغيرات . فاذا أجرينا تجربة على الأطفال لتصنيف مجموعة من المكعبات حسب اللون ، فإن عدد المكعبات التي يتم تصنيفها صحيحا تأخذ القيم ١ ، ٢ ، ٣ ، ...... ، ١٠ مثلا . وتكون درجة كل طفل هي عددا صحيحا . وبالتالي يكون هذا المتغير متغيرا منفصلا (متقطعا) . أما إذا حسبنا الوقت المستغرق في عملية التصنيف بالدقيقة و الثانية وربما كسور الثانية ، فإن الزمن المستغرق لكل طفل يكون قيما صحيحة أو كسرية ، وهنا يكون المتغير متصلا.

ومعنى هذا أن قيم المتغيرات المتصلة ليست أعداداً صحيحة فقط ، وانما تشمل الكسور أيضا ، ويكون لهذه الكسورمعنى مألوف ، بينما المتغيرات المنفصلة تتكون من أعداد صحيحة لأن الكسور هنا ليس لها معنى .

والمتغيرات المتصلة هي متغيرات كمية حيث تمثل قيم المتغيرات فروقاً في الدرجة على متصل واحد هو متصل المتغير ، وكذلك المتغيرات المنفصلة هي متغيرات كمية حيث تكون قيم المتغير هي درجات صحيحة تدل على تغير في الدرجة .

وتقوم الأساليب الإحصائية بإجراء العمليات الحسابية الأساسية على كل من المتغيرات المتصلة والمنفصلة ، وينتج عن ذلك قيماً إحصائية صحيحة أو كسرية وبالتالي فإننا تتعامل هنا مع المتغيرات المتصلة فقط . ومعنى هذا أن المتغيرات الترتيبية هي متغيرات كمية ، حيث يمكن وضع قيم المتغير على متصل يوضح العلاقة بين تلك القيم المختلفة ، ولكن لا نستطيع إجراء العمليات الحسابية مع هذه المتغيرات الترتيبية لأن كل رتبة تمثل فئة ولا يوجد معنى لكسور الرتبة أو الفئة .

مستويات القياس :

قدم ستيفنس (Stevens, 1951) أربعة أنواع أو مستويات للقياس (Pedhazur & Schmelkin, 1991) مرتبة تصاعديا من البسيط إلى الأكثر وضوحا وهي القياس : الأسمي ، والترتيبي ، والفترى ، والنسبي . وقد وضح ذلك عام ١٩٥٩ حيث عرض أنواع القياس مرتبطة بالتحويلات المناسبة لها ، وسوف نوضح ذلك مع كل نوع من أنواع القياس .

١ – القياس الاسمى Nominal Scale :

يعبر القياس الأسمى عن إعطاء أرقام أو رموز للمتغيرات الاسمية ، وتستخدم الأرقام لتحل محل الأسماء أو الرموز الدالة على المتغيرات . ومثال القياس الاسمى إعطاء أرقام تدل على متغيرات مثل النوع والتخصص ومحل الإقامة .... وغيرها، وهذه الأرقام ليس لها قيمة سوى انها بديلة عن الأسماء ، ومثال ذلك أرقام السيارات فهى تدل على نوع كل سيارة بذاتها ، ولا يعنى الرقم الكبير أن السيارة أفضل من تلك التى يدل عليها رقم صغير ، ولكن الأرقام هنا بديلة للأسماء .

وتصنيف الأشياء هام جدا فى حياتنا ، وقدرتنا على مواجهة مثيرات الحياة يؤدى بنا إلى محاولة تصنيف الأشياء ، وعزل ما لا يدخل فى التصنيف إلى تصنيفات أخرى . فنحن نصنف الأشياء والنباتات والأحداث ، وكذلك الحقائق العلمية . وبعضها يبدو بسيطا وطبيعيا بينما البعض الآخر معقد بدرجة كبيرة وقد تختلف فى تصنيفها .

فعندما نصنف الأفراد حسب الجنس ، فالقاعدة بسيطة وطبيعية وواضحة وهى اما ذكوراً أو اناثا . وعلى العكس من ذلك تصنيف البشر طبقا لسمات الشخصية ، وهى تحتاج إلى قاعدة محددة لتحديد السمات وكيفية التعرف عليها ، ويتم التصنيف بعد ذلك طبقا لكل سمة أو لمجموعة من السمات . ويبدو أن هذا التصنيف معقد إلى حد ما وغير واضح .

ويوضح التصنيف ، سواء كان بسيطا أو معقدا ، مفاهيم علمية أو متغيرات مثل المستويات الإقتصادية – الإجتماعية ، والجماعة التى ينتمى إليها الفرد ، والديانة، ومحل الإقامة . وعندما نستخدم مثل هذه المتغيرات فى البحوث العلمية يكون التصنيف جزءا هاما معتمدا على أسس نظرية ومنطقية فى البحوث .

وقد ينكر بعض المتخصصين أهمية مستوى القياس الاسمى ويعتبرونه مستوى مبدئيا بسيطا ولا يعد من مستويات القياس ، إلا أن هذا المستوى هام جدا للمستويات التالية له .

ويستلزم مستوى القياس الاسمى أن يكون تصنيف فئات المتغيرات أو الأشياء فى مجموعات مستقلة ، ويعنى ذلك أن كل مفردة تنتمى إلى فئة واحدة واننا نصنف جميع المفردات فى الفئات المحددة ، فمثلا تصنيف الأفراد طبقا لإنتماءاتهم الدينية ، فيكون لكل فرد ديانه واحدة فقط ، وكذلك حسب الجنسية يكون لكل فرد جنسية واحدة محددة ، وقد يكون بعض الأفراد مزدوجى الجنسية ،

وهؤلاء نضعهم في فئة أخرى وهي فئة إزدواج الجنسية حتى تكون الفئات مستقلة عن بعضها البعض .

وأحيانا نستخدم فئة إضافية لفئات المتغير الاسمى عندما لا نستطيع تصنيف بعض الأفراد أو الأشياء أو المفردات في الفئات المتاحة .

وبعد تصنيف الأفراد أو المفرادت إلى فئات مختلفة فإننا نتعامل معها على أنها مختلفة في النوع وليس في الدرجة . ومعنى ذلك أن فئات القياس الاسمى ليست مرتبة ، فعضوية النادى الأهلى لا تزيد أو تنقص عن عضوية نادى الزمالك، ولكنهما مختلفان عن بعضها في الاسم (النوع) . والخاصية الأخرى للقياس الاسمى هي أن جميع مفردات كل فئة متساوية بغض النظر عن دور كل منهم في تلك الفئة ، فجميع أعضاء نادى معين يعاملون ممعاملة واحدة وبنفس الطريقة رغم إختلافهم في أدوارهم داخل النادى أو خدماتهم أو جنسهم أو وظائفهم الخارجية أو أى متغيرات أخرى .

والفئات المستخدمة لتصنيف الأفراد أو المفردات يجب أن يكون لها معنى ، أو تكون مفيدة للهدف من التصنييف . ولذلك يعد التصنيف أحد مستويات القياس، والقياس وسيلة وليس نهاية . ويمكن تحديد معنى أو فائدة القياس من خلال أسس نظرية أو عملية . واختلاف التعريف يوضح قواعد مختلفة تؤدى إلى اختلاف تصنيف نفس الأفراد أو المفردات . ومثال ذلك تصنيف الأفراد طبقا للنوع ، واختلاف فئات النوع تؤدى إلى اختلاف التصنيف .

واستخدام الفئات أو نظام التصنيف يؤدى إلى قياس اسمى ، حيث نعين لكل فئة من الفئات أى رقم بديل لمسمى الفئة ، ولا يهم ماهية الرقم طالما أننا نستخدم أرقاما مختلفة للفئات المختلفة ، وبالرغم من حرية استخدام الأرقام لتدل على فئات فمن المفضل أن نستخدم ١ ، ٢ في حالة فئتين ، وقد يستخدم البعض (صفر ، ١) لنفس الحالة . فمثلا النوع (ذكر ، أنثى) نستخدم بدلا منهما (١ ،٢) ، وقد نستخدم مثلا ١ ، ٢,٥ فليس لذلك أى معنى آخر سوى أنه بديل لاسم الجنسين. وهذه الأرقام الدالة على الفئات غير قابلة لإجراء العمليات الحسابية الأربع ، فلا يجوز جمع أرقام الجنسين أو الديانات أو الجنسية حيث لا معنى لذلك الجمع . واستخدام الأرقام كبديل للفئات هو لتسهيل التعرف على الفئات ، وكذلك لتسهيل التحليلات الإحصائية للمتغيرات الأخرى ، ومن أمثلة متغيرات القياس الاسمى التخصص ، والحالة الإجتماعية ، ونوع السيارة ، والديانة ... وغيرها .

٢ - القياس الترتيبي Ordinal Scale:

يستخدم مع المتغيرات التي يحكم فئاتها تدرج في المستوى من الأقل للأعلى مثل الدرجة الوظيفية . ونحدد في القياس الترتيبي أرقام للأفراد أو المفردات لتدل على ترتيبهم في خاصية معينة . فإذا كان شخص ما حسن المظهر أكثر من شخص آخر فإننا نعطيه رقم ٢ بينما نعطي الآخر رقم ١ ولاتدل هذه الأرقام على حجم الفرق بينهما وإنما تدل على علاقة أكبر من أو أقل من . ولذلك فإن القياس الترتيبي يهتم بترتيب الأفراد أو المفردات طبقا للزيادة أو النقص في الخاصية المستخدمة للترتيب ، فيمكن أن تكون (أ) أكبر من (ب) في الخاصية ونضع كلا منهما في موقعها المناسب . أما إذا كانت (أ) تساوي (ب) في تلك الخاصية فإننا نضعهما في رتبة واحدة ، وبالمثل إذا كانت أ > ب، ب > جـ ، فتكون أ > جـ، حيث اننا نهتم بالعلاقة أكبر من أو أصغر من في القياس الترتيبي.

ولكن إذا ذكـــرنا أن النادي (أ) هزم النادي (ب) ، والنادي (ب) هزم النادي(جـ) ، فلا يعد صحيحا أن نستنتج من ذلك أن النادي (أ) هزم النادي (جـ).

ولاتتأثر الأرقام المستخدمة في ترتيب الأفراد أو المفردات بإضافة رقم ثابت أو الضرب في رقم ثابت ، حيث أن الرتبة تظل كما هي مستقلة عن تلك العمليات الثابتة .

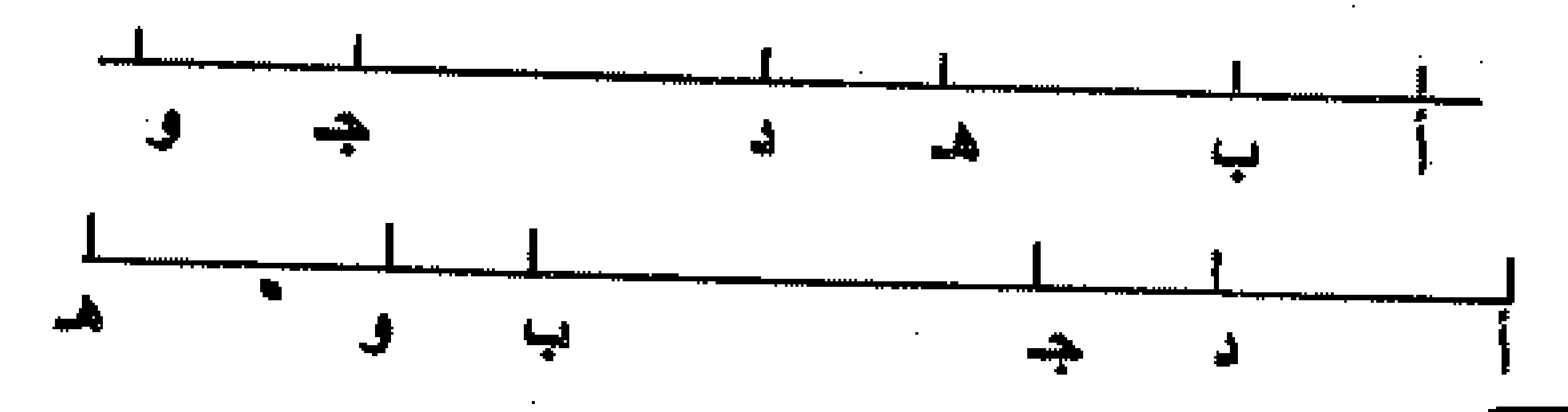
ففي حالة المستوى الاقتصادي (منخفض ، ومتوسط ، ومرتفع) يمكن أن نستخدم ١ ، ٢ ، ٣ لتدل على المستويات ، وإذا ضربنا كل منها في خمسة أو أضفنا لكل منها عشرة فلا تتغير المستويات .

- وإذا كان لدنيا مجموعتين من الأفراد بكل منهما ستة أفراد ورتبناهما طبقا للطول ، وكان الترتيب كما يلي :

أ ، ب ، هـ ، د ، و

أ ، د ، جـ ، ب ، و ، هـ

وإذا وضعنا الأفراد الستة في كل مجموعة على متصل قد يكون كما يلي :



وقد يتضح من الترتيب قرب أو تباعد بعض الأفراد ، ولكننا لا نستطيع معرفة الفرق بين أى رتبتين متتاليتين ، كما اننا لا نستطيع مقارنة رتب الأفراد في المجموعتين حيث لايكون لذلك معنى ، فمثلا الفرد رقم ٢ فى المجموعة الأولى لا يتساوى مع الرتبة ٢ فى المجموعة الثانية . وربما يكون أقصر فرد فى المجموعة الأولى أطول من جميع أفراد المجموعة الثانية .

ويمكن إعادة النظر فى ترتيب المجموعتين بطريقة أخرى فى حالة ذاتية التقدير للخاصية المستخدمة في الترتيب ، ومثال ذلك ترتيب اثنين من المحكمين لأداء ستة أفراد فى لعبة رياضية فسوف تختلف ترتيباتهما ، وكذلك ترتيب عدة أنواع من الأطعمة ، أو ترتيب عدة اعلانات تلفزيونية من قبل اثنين من المتخصصين حيث ترتب تلك الاعلانات طبقا لأفضلية بعضها على الآخر ولكن لا يحددا قيمة كل منها . وقد نلاحظ اختلاف المتخصصين فى ذلك طبقا لما يراه كل منهما وفى ضوء معايير معينة . ومن أمثلة متغيرات القياس الترتيبى المرحلة التعليمية ، والدرجة الوظيفية . وترتيب الميلاد .. وغيرها.

ويعد القياس الترتيبى مفيدا فى حالة دراسة الفروق بين الأفراد أو التفضيلات وما شابه ذلك

٣ - القياس الفترى Interval Scale:

يستخدم القياس الفترى مع العديد من المتغيرات النفسية والإجتماعية مثل الاتجاهات المختلفة ، والتحصيل ، وسمات الشخصية ... وغيرها .

ونستخدم فى هذا المستوى الإرقام لنعبر عن الفروق بين الأفراد أو المفرادت بالأضافة إلى ترتيبها ، وتكون للأرقام معنى يرتبط بالخاصية المقاسة . وبمعنى آخر فإن هذا النوع من القياس يستخدم وحدات قياس توضح معنى للفروق بين المفردات حيث يمكن مقارنة الفروق أو تحويلها إلى نسب مئوية.

وأفضل مثال لهذا النوع من القياس هو درجات الحرارة ، فمثلا درجة حرارة ٥٠مئوية تعنى أنها أكثر من ٤٠ مئوية بعشر درجات ، لأن وحدات القياس ثابتة ، كما أن الفرق بين ٥٠ ، ٤٠يساوى الفرق بين ٨٠ ، ٧٠.

ويكون القياس الفتري ثابتاً فى حالة التحويلات الخطية (ص = أ+ ب س) حيث يمكن تحويل درجة الحرارة المئوية إلى فهرنهيتية باستخدام الثابت ٣٢ والنسبة بين الدرجتين هى ١,٨ .

فالدرجة المئوية ٥٠ = ٣٢ + ١,٨ × ٥٠ = ١٢٢ فهرنهيت

والدرجة المئوية ٤٠ = ٣٢ + ١,٨ × ٤٠ = ١٠٤ فهرنهيت

ونلاحظ أن صفر القياس في الدرجات المئوية هو صفر ، أما في الدرجات الفهرنهيتية فهو ٣٢، ومن ثم فإن صفر القياس في القياس الفترى هو صفر اعتبارى . ولذلك لا نستطيع تحويل درجات الحرارة الى نسب مئوية لأننا أضفنا مقدار ثابتا إلى التدريج . وقد وجدنا أن الدرجة ٥٠ مئوية أصبحت ١٢٢ فهرنهيتية والدرجة ٤٠مئوية أصبحت ١٠٤ فهرنهيتية أما إذا قسمنا ٥٠على ٤٠ فإنها لا تساوى خارج قسمة ١٢٢ على ١٠٤ والسبب في ذلك هو تغير صفر القياس .

وإذا أخذنا مثالا آخر من العلوم السلوكية ، فاذا كان لدينا فردين حصل الأول على درجة ذكاء١٠٠ والثانى ٥٠ ، وصفر القياس اعتبارى لكنه لا يساوى الصفر ، حيث لا يمكن تعريف درجة ذكاء الأول تساوى صفر (ولا معنى لها) . فإذا رغبنا في مقارنة الفردين فلا يمكن القول بأن ذكاء الأول ضعف الثانى ، ونفس الشئ في حالة درجات الاختبارات التحصيلية . فإذا حصل طالب على درجة ٤٥ في اللغة العربية وحصل طالب آخر على ١٥ ، فمن الواضح أن درجة الطالب الأول أعلى من الثانى ، ويمكن أن نستنتج أن الطالب الأول أجاب عن أسئلة تعادل ثلاثة أمثال الطالب الثانى . ولكن هل تعنى الدرجة صفر أن الطالب لا يعرف شيئا؟، وبالطبع يصعب أن يكون مستوى الطالب في اللغة العربية صفرا ،وانما يمكن القول أن اسئلة الاختبار غير مناسبة لمستوى الطالب الذى حصل على الصفر

ومن أمثلة القياس الفترى درجات الاختبارات او مقاييس الاتجاهات ، ومقاييس الشخصية ، ومستوى الأداء في العمل وغيرها .

٣- القياس النسبى Ratio Scale :

يختلف القياس النسبى عن القياس الفترى في أمرين هما : صفر القياس ، والنسبة بين أى درجتين في القياس لا تعتمد على الوحدات المستخدمة . ومعنى هذا أن القياس النسبى يتحقق إذا تحققت شروط القياس الفترى بالإضافة إلى وجود صفر حقيقي للقياس يعنى عدم وجود الصفة المقاسة . كما أن النسبة بين أى درجتين ثابتة حتى لو ضربت في مقدار ثابت .

ومن أمثلة القياس النسبى قياس الطول والوزن ، ففى قياس الطول إذا كان طول شئ ما يساوى١٢٠ وحدة (مثل السنتيمتر) فإنه يكون أطول أربع مرات

من شئ آخر طوله ٣٠ وحدة (أو سنتيمتر) . ولا تتغير هذه النسبة إذاكان القياس بالمتر أو الديسمتر أو المليمتر . وكذلك إذا كان وزن جسم هو ٦٠كجم فإنه يكون أثقل خمس مرات من جسم آخر وزنه ١٢كجم مهما كانت وحدة الوزن المستخدمة بالجرام أو الرطل.

ومعنى هذا أن أى تحويل لوحدات القياس النسبى لا يغير من النسبة ، فيمكن ضرب الوحدة في١٠٠٠ أو ١٠٠ و قسمتها على ٢,٢ دون أى تغير ، كما أن هذا القياس يظل كما هو دون تغير .

أما إضافة مقدار ثابت إلى وحدات القياس فيؤدى إلى تحريك صفر القياس ، ومن ثم تتغير نسبة الدرجات المحولة . فإذا كان طول فرد ما ١٦٠ سم ، وضربنا الرقم في ١٠(ليصبح القياس بالمليمتر) أو قسمناه على ١٠٠(ليصبح القياس بالمتر) فلا يحدث أى تغير في الطول . بينما إذا وقف الفرد على صندوق إرتفاعه ٥٠ سم بجوار المقياس فإن الطول يتغير بقدار إرتفاع الصندوق.

فإذا وقف جميع الأفراد على هذا الصندوق عند قياس أطوالهم فإن الأطوال جميعها تتحرك٥٠ سم. ويكون طول الفرد الأول(١٦٠) قد تغير إلى٢١٠والثانى (١٧٠) يتغير إلى ٢٢٠ مما يغير نسبة الأطوال ، لأن النسبة

$$\frac{١٦٠}{١٧٠} \text{ لا تساوى } \frac{١٦٠ + ٥٠}{١٧٠ + ٥٠}$$

ومن أمثلة القياس النسبى فى العلوم الإنسانية قياس زمن رد الفعل . أما الكثير من مستويات القياس فى العلوم الإنسانية فإنها تعتمد عل مستويات القياس الأخرى السابق توضيحها ، حيث أننا نقيس الخصائص الإنسانية بطريق غير مباشرمثل قياس الإتجاه نحو شئ ما ، أو قياس نمط التفكير حيث يتم بطريق غير مباشر ، ويكون مستوى القياس المستخدم غالبا هو القياس الفترى أو الترتيبى . ونادرا ما نستخدم مستوى القياس النسبى فى العلوم الإنسانية .

ونود الإشارة هنا إلى وجود مشكلتين فى قياس المتغيرات المتصلة (الفترية والنسبية) ، احداهما تتعلق بدقة القياس حيث نلجأ فى كثير من الأحيان إلى التقريب .

فعند قياس أطوال الأفرادغالبا ما نقرب الطول إلى أقرب سنتيمتر ، ونحصل على أطوال الأفراد وكأنها بيانات لمتغير متقطع ، إلا أننا من الناحية النظرية نعترف بأن الطول متغير متصل ، وظاهرة التقريب إلى أقرب سنتيمتر تجعلنا نعتبر

الطول المقابل لـ ١٦٠ سم ممثلا لجميع الأطوال بين ١٥٩,٥ سم وحتى ١٦٠,٥ سم .

والمشكلة الثانية تتعلق بالظواهر التي لا يمكن اخضاعها للقياس المباشر . ومعظم الظواهر في العلوم الإنسانية من هذا النوع ، فعلى سبيل المثال عند قياس سمات الأفراد مثل الذكاء ، فإننا لا نستطيع قياسة قياسا مباشرا وانما نلجأ إلى إستخدام الاختبارات لقياسه بشكل غير مباشر . ورغم اتفاق علماء النفس على أن الذكاء سمة أو متغير متصل ، إلا أن القيم التي تعبر عنه والناتجة عن طريق الإختبارات تكون قيما متقطعة ، ولذلك فإننا نعتبر نسبة الذكاء ١٠٩ تعني انها تقع في الفترة ما بين١٠٨,٥ ، ١٠٩,٥ .

ونلاحظ من المثالين السابقين أن قياس السابقين أن قياس سمة الطول والذكاء عبرنا عن كل منهما بأعداد تمثل كل منها فترة ما . وهذه الفترات التي تمتد نصف وحدة أقل من العدد الناتج عن القياس ، كما تمتد نصف وحدة أعلى من العدد المقاس تسمي بالحدود الحقيقية والتي تجعل درجات المتغير المقاس متصلة وليست متقطعة ، وإن كان القياس التقريبي يجعلها وكأنها متقطعة .

علاقة القياس بالإحصاء :

يختلف القياس عن الإحصاء حيث أنهما مفهومين مختلفين ، ولكل منهما معنى وإجراءات مختلفة . ويقصد بالقياس تعيين أرقام أو مستويات مختلفة للصفة المقاسة بإختلاف الأفراد .أما الإحصاء فهو يستخدم هذه الأرقام أو المستويات ويتعامل معها بأساليب معينة تناسب مشكلة الدراسة أو تساؤلاتها . وقد يخلط البعض بين مفهومي القياس والإحصاء ، خاصة أولئك الذين لا يحبون التعامل مع الأرقام والمعادلات الرياضية .

وبذلك يعد القياس هو عملية التوصل إلى الأرقام التي نستخدمها في التحليلات الإحصائية . فيقوم الباحث بقياس المتغيرات مثل الذكاء والتحصيل الدراسي والمستوى الاقتصادي – الإجتماعي وغيرها ، ثم يستخدم الأرقام التي يحصل عليها في إجراء التحليلات الإحصائية لوصف الظاهرة أو تفسيرها ،وفي إختبار صحة الفروض المتعلقة بالظاهرة .

ومن هنا فإن الأرقام المستخدمة تؤثر على التحليلات الإحصائية ، فإذا كانت الأرقام دقيقة وتدل على الصفة المقاسة دون تحيز ، فإن التحليلات الإحصائية تتعامل مع أرقام دقيقة وجيدة . وبذلك لا نستطيع أن نقرر بأن فهم

وتفسير النتائج مستقل عن أدوات القياس المستخدمة . وإذا استخدام الباحث أدوات غير جيدة ، وكانت الأرقام لا معنى لها ، فإن تحليل تلك الأرقام يؤدى إلى نتائج لا معنى لها أيضا . وحتى إذا استخدم الباحث الأساليب الإحصائية المعقدة مثل تحليل التمايز وتحليل التباين متعدد المتغيرات ، فإنها لا تعطى معنى للنتائج طالما أن الأرقام المستخدمة لا معنى لها . ومن أمثلة الأرقام التى لا معنى لها أحيانا ، استخدام المجموع الكلى لدرجات الاختبار بجانب الدرجات الجزئية فى التحليل العاملى أو الارتباط المتعدد . وقد يقع فى هذا الشرك كثير من الباحثين دون أن يدروا بأنهم يرتكبون خطأ جسيما يتعلق بمقلوب مصفوفة الإرتباط .كما أن حساب متوسط متغيرات إسمية أو ترتيبية مثل النوع والمستوى التعليمى تعد أرقاما لا معنى لها ولا يجب استخدامها.

علاقة مستويات القياس بالأساليب الإحصائية :

تختلف آراء العلماء حول هذا الموضوع ، ويرجع تاريخ هذه المشكلة إلى ما عرضه ستيفنس عام ١٩٥١عن مستويات القياس السابق توضيحها ، فقد أوضح ستيفنس أنه يجب عدم حساب المتوسط الحسابى والإنحراف المعيارى لدرجات مستوى القياس الاسمى والترتيبى .

وقد ناقش كثير من العلماء علاقة مستويات القياس بالأساليب الإحصائية حيث يدافع بعضهم عن وجهة نظر ستيفنس بينما ينتقده البعض الآخر . والمهم هو اختيار الأسلوب الإحصائى المناسب للبيانات شريطة أن يكون لذلك معنى مفهوم وواضح بغض النظر عن الدفاع عن رأى أو معارضته . فمثلا يمكن حساب متوسط عدد الأبناء فى عينة الدراسة ويكون لذلك معنى مفهوم بينما متوسط النوع (الجنس) لا معنى له .

ونستنتج من ذلك أنه إذا كانت مستويات القياس إسمية أو ترتيبية فلا نستطيع حساب المتوسط والإنحراف المعيارى ، وبالتالى نبتعد عن استخدام الأساليب الإحصائية البارامترية (المَعْلمية) التى تعتمد على التوزيع الاعتدالى والتوزيعات المشابهة له ، أما إذا كانت مستويات القياس فترية أو نسبية فيمكن استخدام جميع الأساليب الإحصائية البارمترية واللابارامترية .

ويقصد بكلمة بارامتر Parameter مَعْلم (وهو متغير) المجتمع . فالمتغير خاصية من خصائص العينة ، أما فى المجتمع فيسمى المَعْلم. فمتوسط ذكاء العينة هو متوسط لمتغير الذكاء ، أما متوسط ذكاء المجتمع فهو مَعْلم من معالم المجتمع .

وبالطبع لا نستطيع حساب معالم المجتمع (مثل المتوسط والانحراف المعيارى فى المجتمع) ، لأننا نجرى البحوث على عينات من المجتمع ونحاول أن نستدل منها والتعميم على المجتمع الأصلى.

والإحصاء البارامترى (المعلمى) هو الذى يعتمد على معالم المجتمع . وحيث أن توزيع أى خاصية فى المجتمع من الخواص الطبيعية هو توزيع اعتدالى، فيكون المنحنى الاعتدالى هو الأساس فى دراسة تلك الخاصية . ويعتمد توزيع المنحنى الاعتدالى على معلمين هما المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى. وبالتالى فإن الأساليب الإحصائية التى تشترط التوزيع الإعتدالى للبيانات هى أساليب بارامترية ، ومن أمثلتها الارتباط الخطى ، واختبار (ت) وتحليل التباين ..... وغيرها .

أما الأساليب الإحصائية التى لا تشترط أى توزيع للبيانات فهى الأساليب الإحصائية اللابارامترية Non-Parametric ، ومن أمثلتها التكرارات ، والنسب المئوية ، ومربع كاى ، واختبار مان وتينى...... وغيرها.

والاختيار بين الأساليب البارامترية واللابارامترية يعتمد على كل من : مستوى القياس وتوزيع البيانات وحجم العينة . ففى حالة القياس الأسمى أو الترتيبى نستخدم الأساليب الإحصائية اللابارامترية ، أما فى حالة القياس الفترى أو النسبى مع توفر شرط التوزيع الاعتدالى للبيانات فنستخدم الأساليب الإحصائية البارامترية . وبالإضافة إلى ذلك إذا كان حجم العينة صغيرا فإننا نستخدم الأساليب الإحصائية اللابارامترية مهما كان مستوى القياس فى جمع البيانات .

الإحصاء الوصفى Descriptive Statistics :

يشير الإحصاء الوصفى إلى مجموعة من المفاهيم والأساليب التى تستخدم فى تنظيم وتلخيص وعرض مجموعة من البيانات بهدف إعطاء فكرة عامة عنها.

ويعطى الرحصاء الوصفى ملخصا جيدا لمجموعة من المعلومات أو البيانات مثل متوسط ذكاء عينة من الطلبة أو عدد مرات فوز فريق كرة خلال الموسم ، أو عدد حوداث المور خلال شهر معين وغيرها من الأمثلة التى تعطى فكرة عامة عن الموضوع .

كما أن الإحصاء الوصفى هو الأرقام التى تصف موقف هام مثل نسبة

البطالة ، ومتوسط الأجور ، ومعدل المرض ، وعدد السيارات المباعة في شهر معين، وعدد الأطفال في الأسرة المتوسطة ، ومعدل الطول والوزن والعمر .... وغيرها.

ولكن هذه الأرقام التي تقدم فكرة عامة عن الموقف أو الموضوع لا توضح معلومات أخرى ، ولا تجيب عن تساؤلات مرتبطة بالموقف أو الموضوع .

فإذا كانت نسبة البطالة ١٠ ٪ عام ١٩٩٠ ، فلا تعني هذه النسبة أنها محسوبة من عدد السكان أو من قوة العمل ، أو أنها تتضمن القطاعين الحكومي والخاص . وكذلك الحال عن متوسط الأجور وعدد الحوادث وغيرها من الموضوعات التي تتطلب معلومات إضافية للوصف والتوضيح أو تحديد المقصود بالمعلومات المعطاة .

وإذا كانت نسبة البطالة ٩ ٪ عام ١٩٩٥ ، فلا تعني أنها أقل من النسبة عام ١٩٩٠ ، فربما يرجع السبب لزيادة السكان أو زيادة حجم قوة العمل المنسوب إليها البطالة . ومعنى هذا أن المعلومات التي تقدم لوصف مجموعة البيانات تعتمد على الهدف من الوصف والأسئلة المطلوب إجابتها في الموضوع ، فقد يكون المطلوب عرض بيانات عن أعمال العاطلين أو مؤهلاتهم أو أعدادهم في كل مدينة وغير ذلك من المعلومات التي تفيد في توضيح النسبة وتحديد الاستنتاج منها او تفسيرها.

ويمكن ان تكون بيانات المتغيرات في صورة كمية أو تصنفية (إسمية أو ترتيبية) مثل درجات الاختبارات أو الجنسية أو ترتيب الميلاد . ولكن الأساليب الإحصائية الوصفية تختلف بإختلاف طريقة قياس المتغيرات . وبالتالي فإن أساليب تلخيص وعرض البيانات تختلف بإختلاف مستويات القياس .

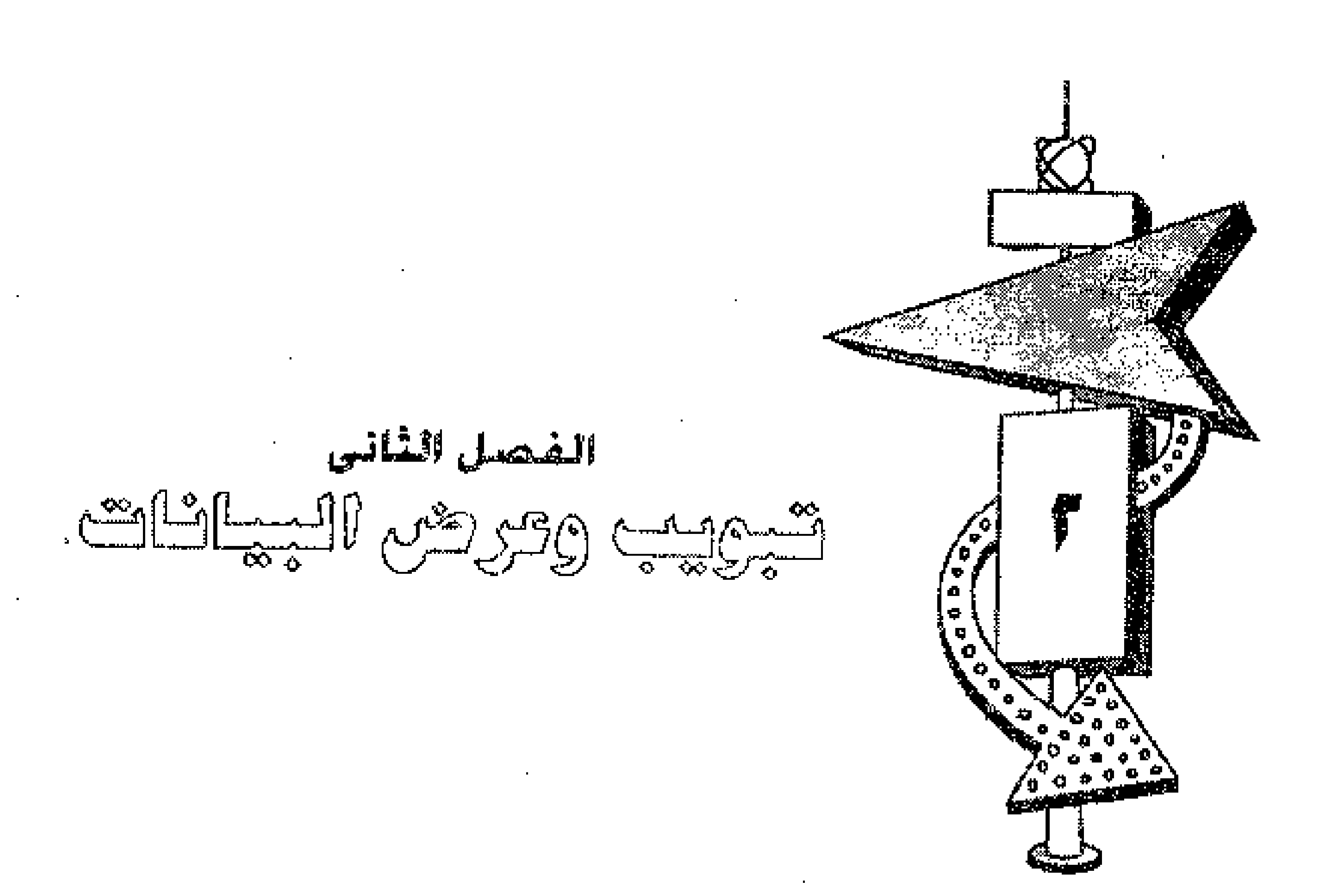
ويهدف الإحصاء الوصفي إلى تلخيص البيانات في جداول أو رسوم بيانية (أو مصورة) أو قيم رقمية مثل المتوسط والوسيط والمنوال وغيرها من مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت أو العلاقات . وسوف نعرض في الفصول التالية للأساليب الإحصائية الوصفية .

الإحصاء الإستدلالي Inferntial Statistics :

يشير الإحصاء الإستدلالي إلى مجموعة الأساليب المستخدمة للتوصل إلى استنتاجات من بيانات العينة الى المجتمع الأكبر . وبذلك فهو يشير إلى طرق الإستدلال عن المجتمع من بيانات العينة ، وحيث أن الغرض من البحوث في

العلوم الإنسانية هو التوصل إلى إجابات عن أسئلة تخص السلوك الإنسانى ، فعلى الباحث أن يحاول التأكد من صحةالإجابات فى المجتمع ، وبالطبع لا يستطيع أى باحث دراسة المجتمع كله (إلا إذا كان صغيرا) ، ولذلك يقوم الباحث باستنتاج خصائص المجتمع من بيانات العينة ويعتمد صدق الإستدلال من العينة إلى المجتمع على درجة تمثيل العينة للمجتمع .

وسوف نعرض فى الفصول السابع ، والثامن ، والتاسع ، والعاشر ، الأساليب الإحصائية الإستدلالية .



الفصل الثاني

تبويب وعرض البيانات

الفصل الثاني

تبويب وعرض البيـــانات

تهتم البحوث عادة بجمع بيانات عن المتغيرات في صورة رقمية أو وصفية. واستعراض تلك البيانات يعطي انطباعا طفيفا للباحث عن الدراسة . ويستلزم فهم البيانات أن يتم عرضها أو تصنيفها فى صورة تسمح بهذا الفهم وتساعد في تفسير البيانات ، وأحيانافي صورة توزيعات تكرارية تساعد الباحث فى فهم خصائص البيانات . وسوف نعرض فى هذا الفصل أساليب تصنيف وعرض البيانات في توزيعات تكرارية وتمثيلها بيانيا ، وسوف نوضح الفروق بين تلك التوزيعات .

التوزيعات التكرارية :

تستخدم التوزيعات التكرارية بقصد تبسيط البيانات وعرضها فى صورة مناسبة تيسر فهم البيانات وإجراء العمليات الإحصائية بسهولة . فإذا كانت لدينا بيانات عن ١٠٠٠ فرد فإن كتابة بيانات جميع الأفراد لا تمكننا من فهم البيانات ، ولكن محاولة تجميع الأفراد أو بياناتهم في مجموعات تقلل من مساحة عرض البيانات أو تختصرها بشكل يمكن من فهم تلك البيانات ، فإذا أمكن تلخيص بيانات ألف فرد في صفحة واحدة فإن هذا يسهل أمر فهم تلك البيانات . وتكون المشكلة أكبر لو كان لدينا بيانات عن عدة آلاف من الأفراد مما يستلزم تلخيص بياناتهم حتى يمكن فهمها والتعامل معها .

وبالمثل إذا كان لدينا بيانات عن إنتاج مصنع من المصانع لكل يوم أو ربما لكل ساعة فإن الأمر يحتاج إلى نوع من تنظيم البيانات أو تلخيصها حتى يمكن فهمها . وكذلك الأمر إذا كانت البيانات عن مشجعي بعض الأندية الرياضية أو أعضاء الأحزاب السياسية أو نزلاء المستشفى خلال عام وغيرها من البيانات التى تحتاج إلى طريقة معينة للعرض حتى يمكن فهمها.

وتختلف طريقة عرض البيانات باختلاف مستوى القياس ، فالبيانات الاسمية والترتيبية يتم عرضها بطريقة مختلفة عن البيانات الفترية والنسبية . وكما

أشرنا سابقاً فإن البيانات الاسمية والترتيبية يمكن عرضها في شكل تكرارت ونسب مئوية ، بينما البيانات الفترية والنسبية يمكن عرضها بطرق متعددة بما في ذلك التكرارت والنسب المئوية وكذلك حساب إحصاءات أخرى مفيدة في تلخيص وعرض البيانات وفهمها.

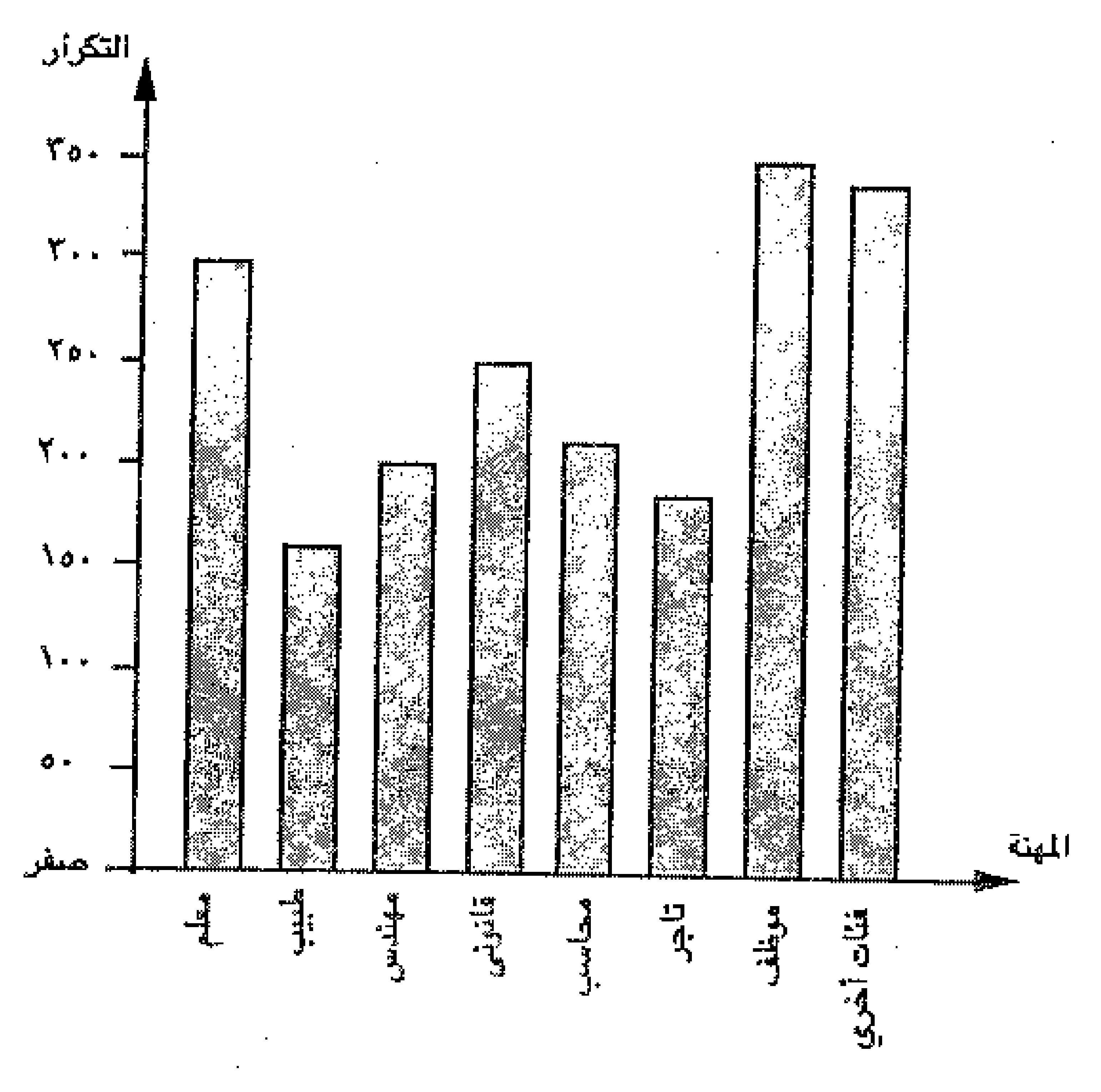
ومن الجدير بالذكر أن نوضح أن مستويات القياس ترتبط بنوع المتغيرات ، فالمتغيرات المتقطعة هي متغيرات تصنيفية ويمكن أن تقاس على المستويين الاسمي والترتيبي ، بينما المتغيرات المتصلة يمكن قياسها بالمستويين الفترى والنسبي ، وقد يتم في بعض الأحيان استخدام بيانات متقطعة مقاسة بالمستوى الفترى والنسبي .

(أ) عرض البيانات الاسمية والترتيبية :

تهتم البيانات الاسمية والترتيبية بأنواع معينة أو فئات أو تصنيفات للأشياء، ولذلك فقد تستخدم مع المتغيرات التصنيفية مثل متغير المهنة أو النوع وكذلك الدرجة الوظيفية أو ترتيب الميلاد . وإذا تم جمع بيانات عن مثل هذه المتغيرات فإن طريقة عرضها تكون في شكل جداول تتضمن تكرارت أو نسب مئوية أو كليهما . ومثال ذلك عرض بيانات عن مهنة أعضاء أحد الأندية الرياضية ويكون ذلك في صورة تكرارات أو نسب مئوية كما هو موضح في التوزيع التالي لعدد ٢٠٠٠ من أعضاء النادى.

جدول توزيع تكرارى (٢-١) عن مهن أعضاء النادى

المهـنة	العدد التكرارى	النسب المئوية
معلم	٣٠٠	٪ ١٥,٠٠
طبيب	١٧٠	٪ ٨,٥٠
مهندس	٢٠٠	٪ ١٠,٠٠
قانوني	٢٥٠	٪ ١٢,٥٠
محاسب	٢١٥	٪ ١٠,٧٥
تاجر	١٧٥	٪ ٨,٧٥
موظف	٣٥٠	٪ ١٧,٥٠
فئات أخرى	٣٤٠	٪ ١٧,٠٠
المجموع	٢٠٠٠	٪ ١٠٠,٠٠



شكل (٢ – ١)
تكرارات مهن أعضاء النادى

ويدل العمود الأول بالجدول على أنواع أو فئات المهنة ، والعمود الثانى على العدد أو التكرار فى كل مهنة ، أما العمود الثالث فيدل على النسبة المئوية لتكرار كل مهنة .

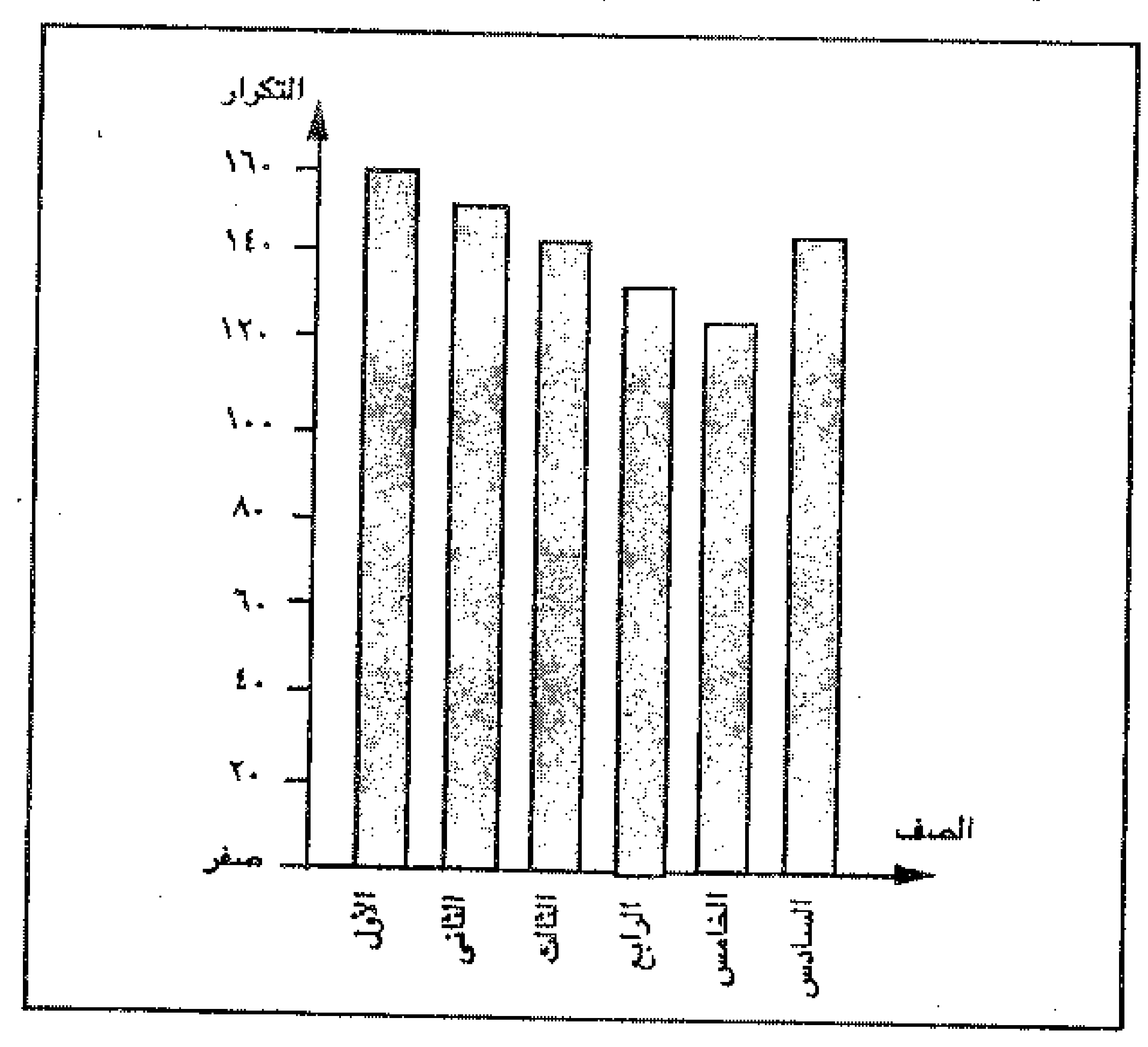
وقد تم حساب النسبة المئوية لكل مهنة بقسمة التكرار على المجموع الكلى ثم الضرب فى ١٠٠ ، ويمكن تمثيل جدول (٢–١) برسم بيانى كما بالشكل (٢–١).

وفى حال القياس الترتيبى يتم عرض البيانات بنفس الطريقة السابقة حيث نضع الرتب فى العمود الأول والتكرار فى العمود الثانى وكذلك النسب المئوية فى العمود الثالث والتى تحسب بنفس الطريقة المذكورة سابقاً . ومثال ذلك عرض بيانات عن تلاميذ مدرسة ابتدائية كما يلى :

جدول توزيع تكرارى (٢ - ٢) عن تلاميذ مدرسة إبتدائية

الصف	العدد التكرارى	النسب المئوية
الأول	١٧٠	٪ ١٨,٨٩
الثانى	١٦٠	٪ ١٧,٨٧
الثالث	١٥٠	٪ ١٦,٦٧
الرابع	١٤٠	٪ ١٥,٥٦
الخامس	١٣٥	٪ ١٥,٠٠
السادس	١٤٥	٪ ١٦,١١
المجموع	٩٠٠	٪ ١٠٠,٠١

ويمكن تمثيل هذا الجدول فى رسم بيانى كما هو موضح فى شكل (٢ - ٢)



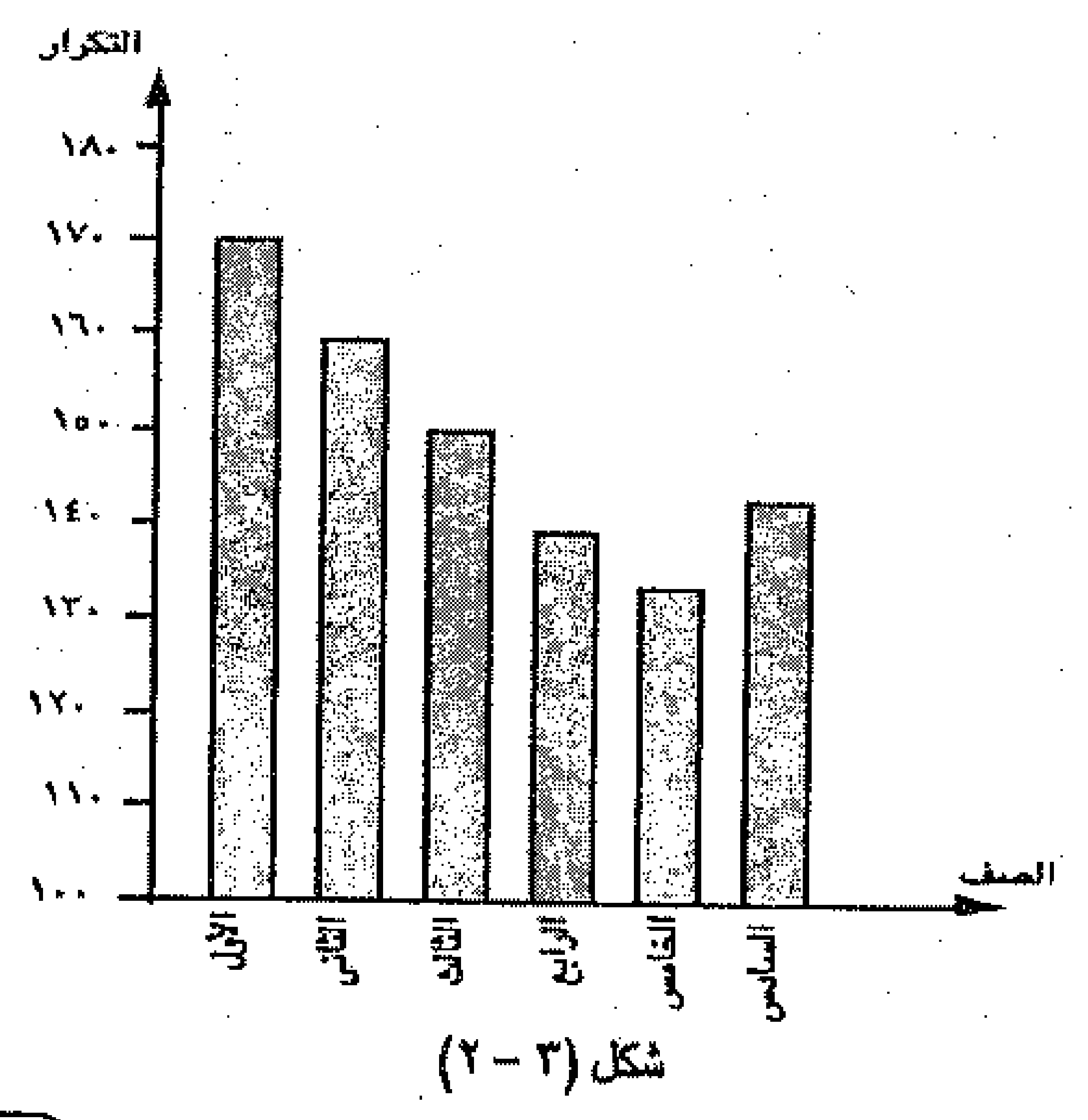
شكل (٢ - ٢) أعداد تلاميذ مدرسة إبتدائية

لاحظ أن مجموع النسب المئوية ١٠٠,٠١٪ وإذا كانت النسب المئوية مقربة إلى ثلاثة أرقام عشرية فإن مجموع النسب المئوية سيكون ١٠٠,٠١ ٪ أنظر جدول (٢ -٣).

جدول التوزيع التكرارى لطلبة مدرسة ابتدائية (٢ – ٣)

الصف	العدد التكرارى	النسب المئوية
الأول	١٧٠	٪ ١٨,٨٨٩
الثانى	١٦٠	٪ ١٧,٧٧٨
الثالث	١٥٠	٪ ١٦,٦٦٧
الرابع	١٤٠	٪ ١٥,٥٥٦
الخامس	١٣٥	٪ ١٥,٠٠
السادس	١٤٥	٪ ١٦,١١١
المجموع	٩٠٠	٪ ١٠٠,٠٠١

ويمكن تمثيل جدول (٢ – ٢ أو ٢ – ٣) بطريقة أخرى كما بالشكل (٢ – ٣):



شكل (٣ – ٢)

لاحظ أننا بدأنا تدريج المحور الرأسي (التكرار) في شكل (٢ -٣) بالعدد ١٠٠ وعشرة لكل ١سم بينما في شكل (٢ - ٢) بدأنا بالصفر ثم ٢٠ لكل ١ سم ومن الممكن استخدام أي رقم مناسب في تدريج المحور الرأسي بما يساعد على توضيح ودقة الشكل .

وقد نمثل بيانات الجدول التكراري بشكل آخر بإستخدام دائرة بدلاً من التمثيل البياني . ويكون مركز الدائرة هو الأساس وتحسب زاوية لكل فئة بإستخدام التكرار النسبي المئوي وضربه في ٣٦٠° فتنتج الزاوية المركزية ثم نمثل كل فئة بقطاع دائري .

(ب) عرض البيانات الفترية والنسبية :

يتم عرض البيانات الفترية والنسبية في جداول توزيع تكراري بقصد تبسيط البيانات وتقديمها في صورة مناسبة لفهمها وتيسير الاستنتاج منها وإجراء العمليات الإحصائية المطلوبة . وغالبا ما يقوم الباحث بجمع بيانات عن المتغيرات بتطبيق اختبارات أو مقاييس أو استخدام مقاييس الترمومتر والميزان وغيرها ، ومن ثم فإن البيانات تكون في المستوى الفتري أو النسبي . وتكون الخطوة التالية بعد جمع البيانات في صورة رقمية هي تبسيط البيانات وعرضها في جداول وإجراء العمليات الإحصائية لوصف الظاهرة أو الإجابة عن تساؤلات الدراسة .

فإذا قام باحث بجمع بيانات عن ١٠٠٠ فرد فإنه لا يستطيع عرض البيانات كما تم جمعها أي بكتابة بيانات الألف فرد ، وإنما يجب عليه تلخيص البيانات وعرضها في جدول يسمى جدول التوزيع التكراري .

فإذا كانت درجات ٤٠ فرد على اختبار للذكاء هي : ٨١-٦٤-٧٥-٩٣-٧١-٧٩-٨٤-٧٥-٩٥-٨٩-٩٢-٧٠-٦٥-٥٣-٨٣-٧٦-٧٢-٨٠-٧٩-٨٧-٦١ ٥٨-٥٥-٦٨-٨١-٦٣-٨٥-٧٤-٧٧-٧٩-٦٧-٧١-٧٨-٨٢-٨٦-٧٦-٥٧- ٧٩ -٨٢ -٩٠ فيمكن أن ننظم هذه الدرجات في جدول تكراري حيث نرتب الدرجات تصاعديا (أو تنازليا) ونحسب تكرار كل درجة ويكون ذلك كما يلي :

الدرجة	التكرار	الدرجة	التكرار
٥٣	١	:	:
٥٤	—	:	:
٥٥	١	:	:
٥٦	—	٩٤	١
٥٧	١	٩٥	١

ولكن هذا الترتيب يحتوى على درجات غير موجودة فى البيانات المدونة أعلاه مثل الدرجات ٥٤ ، ٥٦ وغيرها ، كما أن عرض البيانات بهذه الطريقة يكون مطولاً لأننا سنكتب تحت عمود الدرجة جميع الدرجات من ٥٣ وحتى ٩٥ .

ولذلك فإن الطريقة المختصرة لعرض البيانات هى تجميع الدرجات فى فئات ، بحيث تحتوى كل فئة على عدة درجات مثل (٥٣ إلى ٥٦) تمثل فئة الدرجات ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ويكون طول هذه الفئة = ٤ درجات ، ويلاحظ أن هذه الفئة غطت الدرجتين الخاليتين ٥٤ ، ٥٦.

ومعنى هذا أننا نكون جدول التوزيع التكرارى ليشمل عمودين هما : الفئات وتكرارات درجاتها . ومن الجدول السابق فإن الفئة ٥٣ إلى ٥٦ تحتوى على تكرارين فقط وهى بديلة عن الدرجات (٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦) وبالمثل لبقية الفئات حتى الفئة (٩٣ – ٩٦) . ومن الملاحظ أن عدد الفئات إحدى عشر وطول كل فئة هو أربع درجات ، ويعتمد تحديد عدد الفئات وطول الفئة على مدى الدرجات . ويحسب المدى بالفرق بين أكبر وأقل درجة + ١ ، وفى مثالنا هذا يكون المدى مساوياً ٩٥– ٥٣+١=٤٣ .

وبعد ذلك نبحث عن عدد الفئات وطول الفئة بشرط أن حاصل ضربهما يكون أكبر من أو يساوى المدى ، ومن ذلك فإن المدى (أو أكبر منه) قد يتحقق من حواصل الضرب التالية : ٢٢ × ٢ ، ١٥ × ٣ ، ١١ × ٤ ، ٩ × ٥ ، ٨ × ٦

جدول توزيع تكرارى (٢ – ٤) لدرجات ذكاء مجموعة من الأفراد

الفئات	العلامات	التكرار	النسبة المئوية
٥٣ – ٥٦	//	٢	٥ ٪
٥٧ – ٦٠	//	٢	٥ ٪
٦١ – ٦٤	///	٣	٧,٥ ٪
٦٥ – ٦٨	///	٣	٧,٥ ٪
٦٩ – ٧٢	////	٤	١٠ ٪
٧٣ – ٧٦	~~////~~	٥	١٢,٥ ٪
٧٧ – ٨٠	~~////~~ //	٧	١٧,٥ ٪
٨١ – ٨٤	~~////~~ /	٦	١٥ ٪

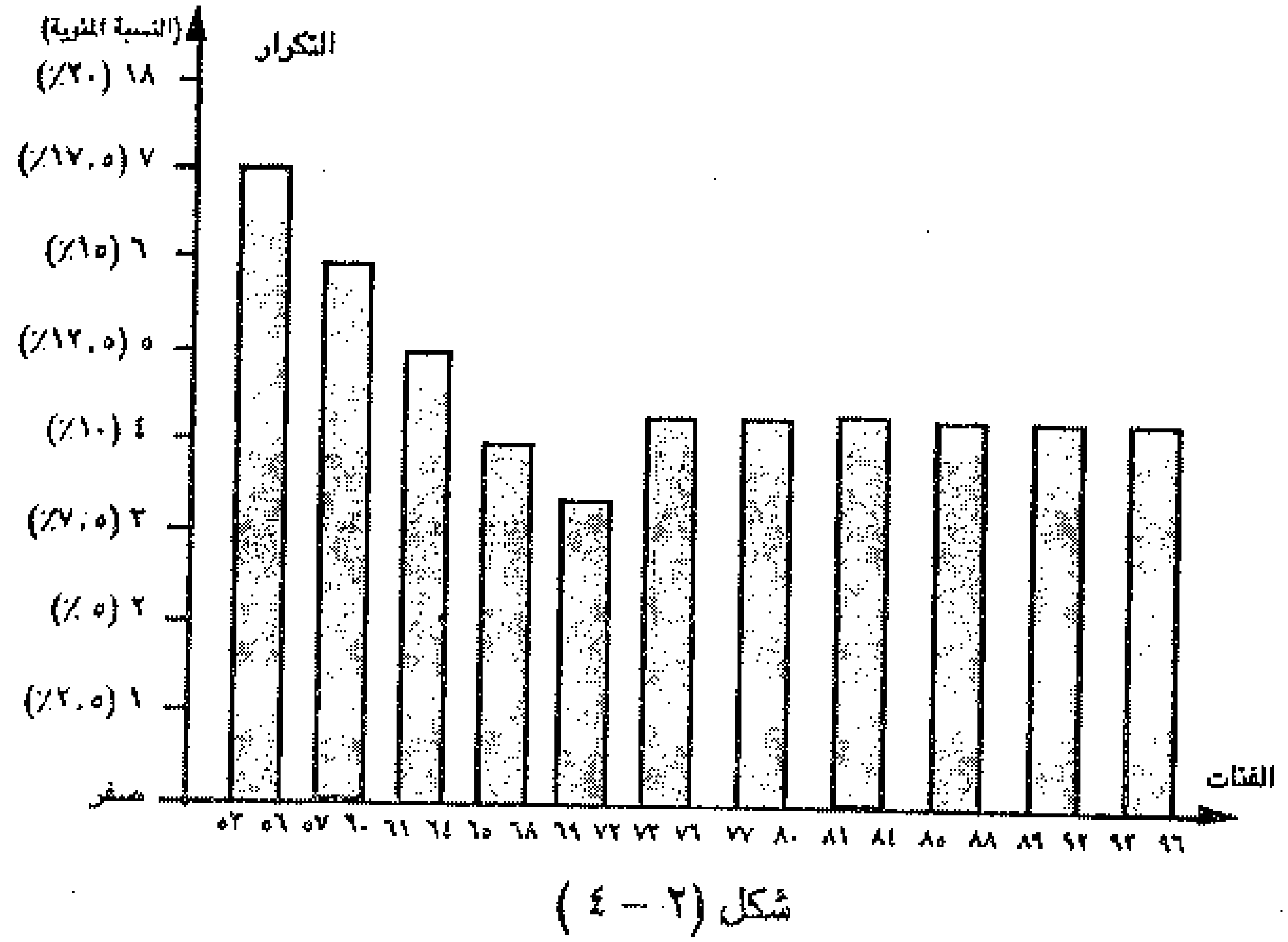
٨٥ – ٨٨	///	٣	٧,٥ ٪
٨٩ – ٩٢	///	٣	٧,٥ ٪
٩٣ – ٩٦	//	٢	٥ ٪
المجموع	٤٠	٤٠	١٠٠ ٪

وقد اخترنا الحل الثالث ١١× ٤ ، ومن الممكن اختيار أى حل آخر لأن كل منها يحقق الشرط . ولكن العدد المناسب للفئات والذى يدل على تلخيص البيانات يتراوح بين ٥ ، ١٥ فئة حتى يمكن عمل جدول التوزيع التكرارى فى صفحة واحدة ويحتوى على معلومات مفيدة .

وقد يختار البعض عدداً من الفئات أقل من خمس وهو بذلك سيفقد بعض البيانات بتقديم توزيع مختصر جداً وقد يكون مخلاً . وقد يختار البعض الآخر عدداً أكبر من ١٥ فئة وهو بذلك قد يضع الجدول فى أكثر من صفحة واحدة .

وبناء على ماسبق فإن الحلول التى نرى أنها مناسبة هى : ١١× ٤ ، ٩ × ٥، ٨ × ٦ وقد اخترنا الحل ١١ × ٤ . أى أن عدد الفئات = ١١ وطول كل فئة = ٤ وبداية الفئة الأولى هى أقل درجة (٥٣) وتكون الفئة الأولى هى (٥٣ – ٥٦) والفئة الثانية (٥٧ – ٦٠) وهكذا حتى الفئة الأخيرة (٩٣ – ٩٦) . ثم نضع تحت عمود العلامات علامة لكل درجة ومن الواضح أن الفئة الأولى (٥٣–٥٦) تحتوى على درجتين فقط هما ٥٣ ، ٥٥ ولذلك وضعنا علامتين (//) ، وكذلك الفئة الثانية (٥٧ – ٦٠) وضعنا أمامها علامتين (//) بينما الفئة الثالثة بها ثلاث علامات (///) ، لاحظ أن الفئة السادسة أمامها خمس علامات (~~////~~) إحداهما مائلة لتكمل الحزمة ، والفئة السابعة أمامها سبع علامات (~~////~~ //) وهكذا حتى الفئة الأخيرة أمامها علامتين (//) .

أما عمود التكرار فهو عدد العلامات وهى : ٢ للفئة الأولى ، ٢ للثانية وهكذا والمجموع الكلى للتكرارات = ٤٠ وهو عدد الدرجات التى وضعناها فى الجدول التكرارى . ويمثل العمود الأخير فى الجدول النسبة المئوية للتكرار وهى خارج قسمة تكرار كل فئة على المجموع الكلى (٤٠) وضرب النتائج فى مائة كما سبق توضيحه فى جدول جدول (٢ – ١ ، ٢ – ٢) ويمكن تمثيل الجدول التكرارى السابق بالشكل التالى :



شكل (٢ – ٤)

ويتضح من شكل (٢ – ٤) أننا مثلنا جدول التوزيع التكرارى (٢-٤) على شكل مستطيلات ، وهو مايسمى بالمدرج التكرارى . كما يتضح أنه ممتد من الدرجة الأقل (٥٣) وحتى أعلى درجة (٥٦) للفئة الأولى ، وكذلك للفئات الثانية والثالثة وحتى الفئة الأخيرة (٩٣ – ٩٦) حيث تمثل حدود الفئة عرض المستطيل. أما طوله فهو التكرار المقابل لكل فئة (أو النسبة المئوية للتكرار) .

ونلاحظ من الشكل (٢ – ٤) أن الفئات متساوية الطول (عرض المستطيل) . ولا يحدث هذا دائما وإنما يمكن عمل توزيع تكرارى غير متساو الفئات ، وذلك حسب الهدف من التوزيع .

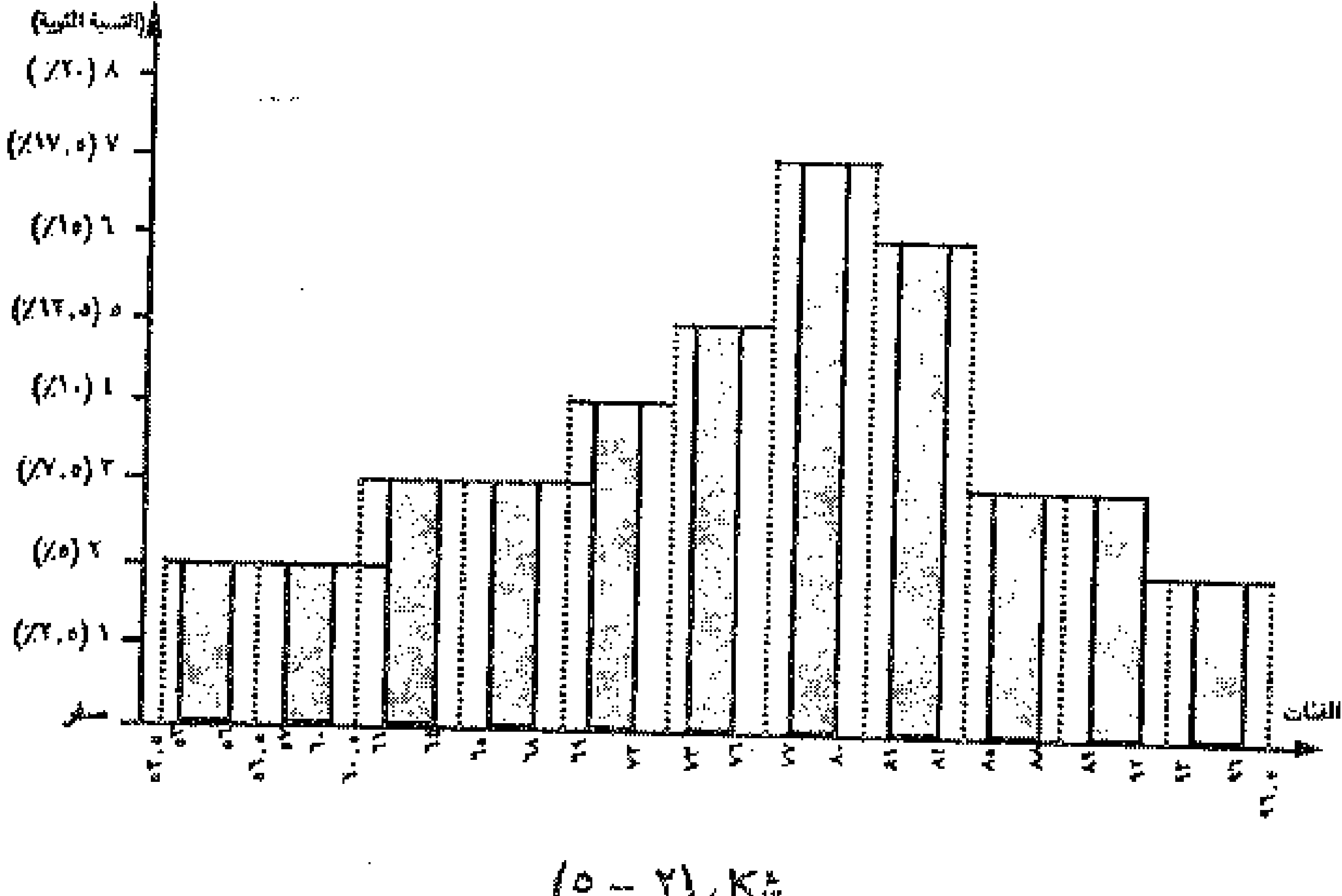
كما نلاحظ من الشكل (٢ – ٤) أن المستطيلات منفصلة عن بعضها البعض أى أن المتغير غير متصل (متقطع) ، ويجدر الإشارة إلى أنه إذا كان المدى صغيراً فلا داعى لتكوين فئات بل نستخدم كل درجة لتمثل فئة مستقلة . كما أن الأساليب الإحصائية تتطلب توزيعات متصلة وليست متقطعة . ويعنى هذا أننا فى حاجة إلى تعديل شكل (٢ – ٤) ليمثل توزيعاً متصلاً .

ويتضح من الشكل أن المسافة بين المستطيلات هى درجة واحدة (٥٦ – ٥٧) ، (٦٠ – ٦١) وهكذا . ولذلك فإن تعديل التوزيع يعنى أننا سنقسم هذه الدرجة إلى نصفين أحدهما يضاف إلى نهاية قاعدة المستطيل الأول لتصبح ٥٦,٥

بدلاً من ٥٦ ، وكذلك بداية قاعدة المستطيل الثاني لتصبح ٥٦,٥ بدلاً من ٥٧ . وهكذا مع بقية المستطيلات ، ومن ثم فإن جدول التوزيع التكراري (٢ – ٤) والشكل الذي يمثله (٢ – ٤) سيحتويان على الحدود الجديدة للفئات التي تعدل التوزيع المتقطع إلى توزيع متصل . وهذه الحدود الجديدةتسمى بالحدود الحقيقية للفئات . ومن الجدير بالذكر أن التعديل للتوزيع المتقطع إلى توزيع متصل يحدث فقط في حال وجود جدول توزيع تكراري متقطع ونرغب في تعديله إلى توزيع متصل أما أذا كانت لدنيا الدرجات الأصلية فيمكننا تكوين جدول توزيع تكراري متصل من البداية (سوف نعرض ذلك في جدول لاحق) . والآن يتضح من الجدول (٢ – ٥) والشكل (٢ –٥) كيف يتم تعديل التوزيع المتقطع إلى توزيع متصل .

جدول (٢ – ٥) توزيع تكراري معدل إلى توزيع متصل

الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	التكرار (ت)	النسبة المئوية
٥٣ – ٥٦	٥٢,٥ – ٥٦,٥	٢	٥ ٪
٥٧ – ٦٠	٥٦,٥ – ٦٠,٥	٢	٥ ٪
٦١ – ٦٤	٦٠,٥ – ٦٤,٥	٣	٧,٥ ٪
٦٥ – ٦٨	٦٤,٥ – ٦٨,٥	٣	٧,٥ ٪
٦٩ – ٧٢	٦٨,٥ – ٧٢,٥	٤	١٠ ٪
٧٣ – ٧٦	٧٢,٥ – ٧٦,٥	٥	١٢,٥ ٪
٧٧ – ٨٠	٧٦,٥ – ٨٠,٥	٧	١٧,٥ ٪
٨١ – ٨٤	٨٠,٥ – ٨٤,٥	٦	١٥ ٪
٨٥ – ٨٨	٨٤,٥ – ٨٨,٥	٣	٧,٥ ٪
٨٩ – ٩٢	٨٨,٥ – ٩٢,٥	٣	٧,٥ ٪
٩٣ – ٩٦	٩٢,٥ – ٩٦,٥	٢	٥ ٪
المجموع		٤٠	١٠٠ ٪



شكل (٢ – ٥)

ويتضح من شكل (٢ – ٥) اتصال المستطيلات ببعضها ، كما يلاحظ أن حدود الفئة الأولى هى ٥٢,٥ – ٥٦,٥ حيث تم إضافة نصف وحدة إلى الحد الأيمن (٥٦) وطرح نصف وحدة أيضا من الحد الأيسر (٥٣) فأصبح ٥٢,٥ ، وهكذا فى بقية الفئات . وكما ذكرنا فإن هذا التعديل يتم لتحويل التوزيع التكرارى المتقطع إلى توزيع متصل.

أما إذا توفرت الدرجات الأصلية فنستطيع من البداية عمل توزيع تكرارى متصل فإذا أخذنا المثال السابق ودرجاته الأصلية المبينة فى صـ ٣٠ فإن التوزيع التكرارى المتصل يمكن أن يكون كما يلى :

إذا كان عدد الفئات = ١١ ، طول الفئة = ٤ ، وبداية الفئة الأولى ٥٣

فإن حدود الفئة الأولى تكون (٥٣ – أقل من ٥٧) ، وحدود الفئة الثانية (٥٧ – أقل من ٦١) ، وحدود الفئة الثالثة تكون (٦١ – أقل من ٦٥) وهكذا ، ويكون جدول التوزيع التكرارى كما هو مبين فى جدول (٢ – ٦).

جدول (٢ - ٦) توزيع تكرارى متصل

حـــدود الفـــئات	التكـــرار	النسبة المئوية
٥٣ - أقل من ٥٧	٢	٥ ٪
٥٧ - أقل من ٦١	٢	٥ ٪
٦١ - أقل من ٦٥	٣	٧,٥ ٪
٦٥ - أقل من ٦٩	٣	٧,٥ ٪
٦٩ - أقل من ٧٣	٤	١٠ ٪
٧٣ - أقل من ٧٧	٥	١٢,٥ ٪
٧٧ - أقل من ٨١	٧	١٧,٥ ٪
٨١ - أقل من ٨٥	٦	١٥ ٪
٨٥ - أقل من ٨٩	٣	٧,٥ ٪
٨٩ - أقل من ٩٣	٣	٧,٥ ٪
٩٣ - أقل من ٩٧	٢	٥ ٪
المجموع	٤٠	١٠٠

ونلاحظ من جدول (٢ - ٦) إتصال الفئات وعدم وجود فجوات بين نهاية الفئة وبداية الفئة التالية لها ، وهكذا فى جميع الفئات حتى نهاية الجدول. كما نلاحظ أن نهاية كل فئة تحتوى كلمات : أقل من .....، والتى عادة ما يتم حذفها وتكون حدود الفئة الأولى هى (٥٣-) ، حدود الثانية (٥٧-) ، وهكذا..

ويعنى هذا أن الفئة الأولى تبدأ بالدرجة ٥٣ والشرطة والفراغ التالى لها يعنى أن الفئة مستمرة حتى أقل من بداية الفئة الثانية وهى (٥٧). وبالمثل الفئة الثانية تبدأ بالدرجة (٥٧) ومستمرة حتى أقل من بداية الفئة الثالثة وهى (٦١).

وتصبح حدود الفئات بالجدول كما يلى :

٥٣-
٥٧-
٦١ -
.
.
.
٩٣ - أقل من ٩٧

ومن الملاحظ أننا ذكرنا فقط نهاية الفئة الأخيرة ، والسبب فى ذلك هو أن تغلق الفئة ولانتركها مفتوحة . ومعنى هذا أيضا أنه قد توجد جداول تكرارية مفتوحة النهاية أو البداية أو كليهما . ويحدث هذا كثيرا فى الجداول التكرارية مثل الجداول السكانية إذا لم نعرف أقل عمر زمنى أو أكبر عمر زمنى أو كليهما فى جداول تعداد السكان ، وكذلك فى حالة مستويات الدخل فقد تكون الفئة الأولى (أقل من ٥٠٠) والفئة الأخيرة ٢٠٠٠٠ فأكثر ، وفى مثل هذه الفئات لا نستطيع حساب مركزها ، ومن ثم لا نستطيع حساب المتوسط الحسابى . وتستخدم جداول التوزيع التكرارى فى التعرف على شكل التوزيع وكذلك لحساب المتوسط الحسابى وبعض المقاييس الإحصائية الوصفية .

المضلع التكرارى :

ذكرنا سابقا أنه يمكن تمثيل جدول التوزيع التكرارى بشكل رسم بيانى يتضمن مستطيلات تدل على فئات التوزيع وتكراراتها ، ومن الممكن حساب مركز لكل فئة من فئات التوزيع . ومركز الفئة هو القيمة الوسطى للفئة أو قيمة منتصف الفئة . ويكون مركزالفئة الأولى فى مثالنا السابق جدول (٢-٦) هو ٥٥ وقد نتجت هذه القيمة من المعادلة : مركز الفئة = (بداية الفئة + نهاية الفئة) ÷ ٢ .

$$= \frac{٥٣ + ٥٧}{٢} = \frac{١١٠}{٢} = ٥٥$$

وبالمثل مركز الفئة الثانية $= \frac{٥٧ + ٦١}{٢} = \frac{١١٨}{٢} = ٥٩$

وبذلك يتكون لدينا عمود فى جدول التوزيع التكرارى يسمى مراكز الفئات (أنظر جدول ٢ – ٧)

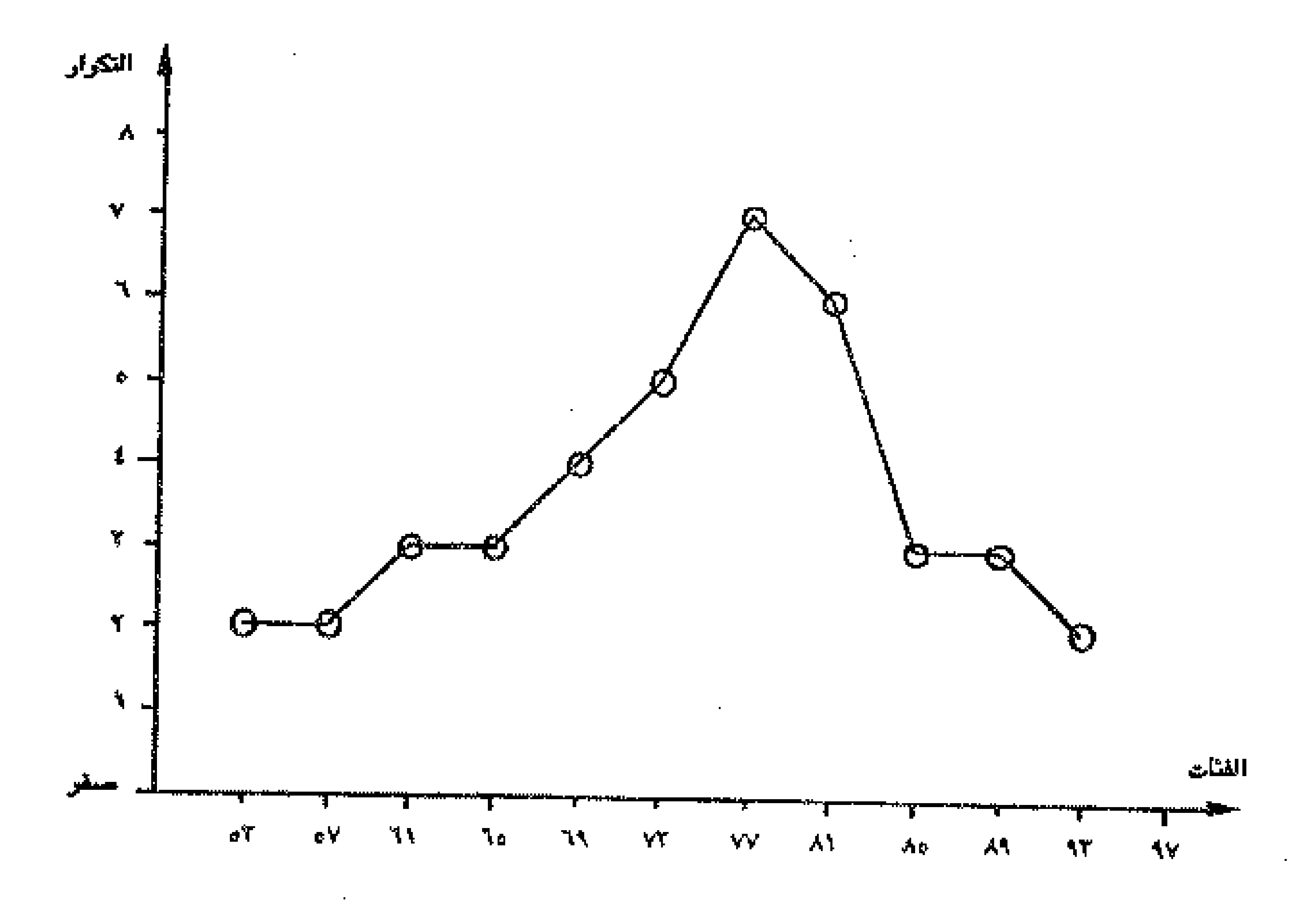
وإذا مثلنا مراكز الفئات وتكرار كل منها فى رسم بيانى ، ثم قمنا بتوصيل مراكز الفئات فينتج لنا المضلع التكرارى (شكل ٢ – ٧)

أما إذا مهدنا الخطوط المنكسرة فى المضلع التكرارى فينتج لنا المنحنى التكرارى ، وهذا هو المطلوب توضيحه دائما ، منحنى التوزيع التكرارى ، ، ولكن المضلع التكرارى أسهل وأدق فى رسمه عن المنحنى التكرارى والذى نستخدمه فى الحكم على نوع توزيع البيانات .

ويستخدم المنحنى التكرارى فى التعرف على شكل توزيع مجموعة من البيانات (الدرجات)ومدى اقترابه من التوزيع الإعتدالى ، فهناك منحنى ملتوى نحو اليمين أو اليسار ويكون الالتواء موجبا إذا كان الطرف الأيمن اطول ، وسالباً إذا كان الطرف الأيسر هو الأطول كما يوجد منحنى على شكل حرف (U) حيث تكون التكرارات مركزة عند الطرفين ، ومنحنى على شكل (ل) حيث يكون أعلى تكرار عند طرف واحد ، ومنحنى متعدد القمم ، إلا أن أهم التوزيعات التكرارية هو المنحنى الاعتدالى.

جدول (٢ – ٧) توزيع تكرارى يتضمن مراكز الفئات

الفئة (ف)	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)
٥٣ –	٢	٥٥
٥٧ –	٢	٥٩
٦١ –	٣	٦٣
٦٥ –	٣	٦٧
٦٩ –	٤	٧١
٧٣ –	٥	٧٥
٧٧ –	٧	٧٩
٨١ –	٦	٨٣
٨٥ –	٣	٨٧
٨٩ –	٣	٩١
٩٣ – ٩٧	٢	٩٥
المجموع	٤٠	



شكل (٢ – ٧) المضلع التكراري

لاحظ أنه إذا كان المدى صغيراً واستخدمنا كل درجة على أنها فئة فيكون مركز الفئة هو زيادة نصف درجة على كل منها . فإذا كانت الفئات هي ٥٣ ، ٥٤، ٥٥، ..... فتكون مراكز الفئات هي ٥٣,٥ ، ٥٤,٥، ٥٥,٥ وهكذا .

التوزيع التكراري المتجمع :

إذا رغبنا في معرفة عدد الحاصلين على درجات أقل من ٦٥ في جدول (٢ – ٦ أو ٢ – ٧) فإننا لا نستطيع الحصول على إجابة مباشرة ، وانما نتفحص الجدول ثم نقرر أن التكرارت ٢ ، ٢ ، ٣ في بداية الجدول جميعها ذات درجات أقل من ٦٥ ، وبالتالي فإن عدد الحاصلين على أقل من ٦٥ هو ٧ . وكذلك عدد الحاصلين على درجة ٨١ فأكثر هم ١٤ نتيجة جمع التكرارت ٦+٣+٣+٢ في نهاية الجدول . ولتسهيل هذا الأمر نقوم بعمل جدول تكراري متجمع صاعد أو هابط .

(أ) التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

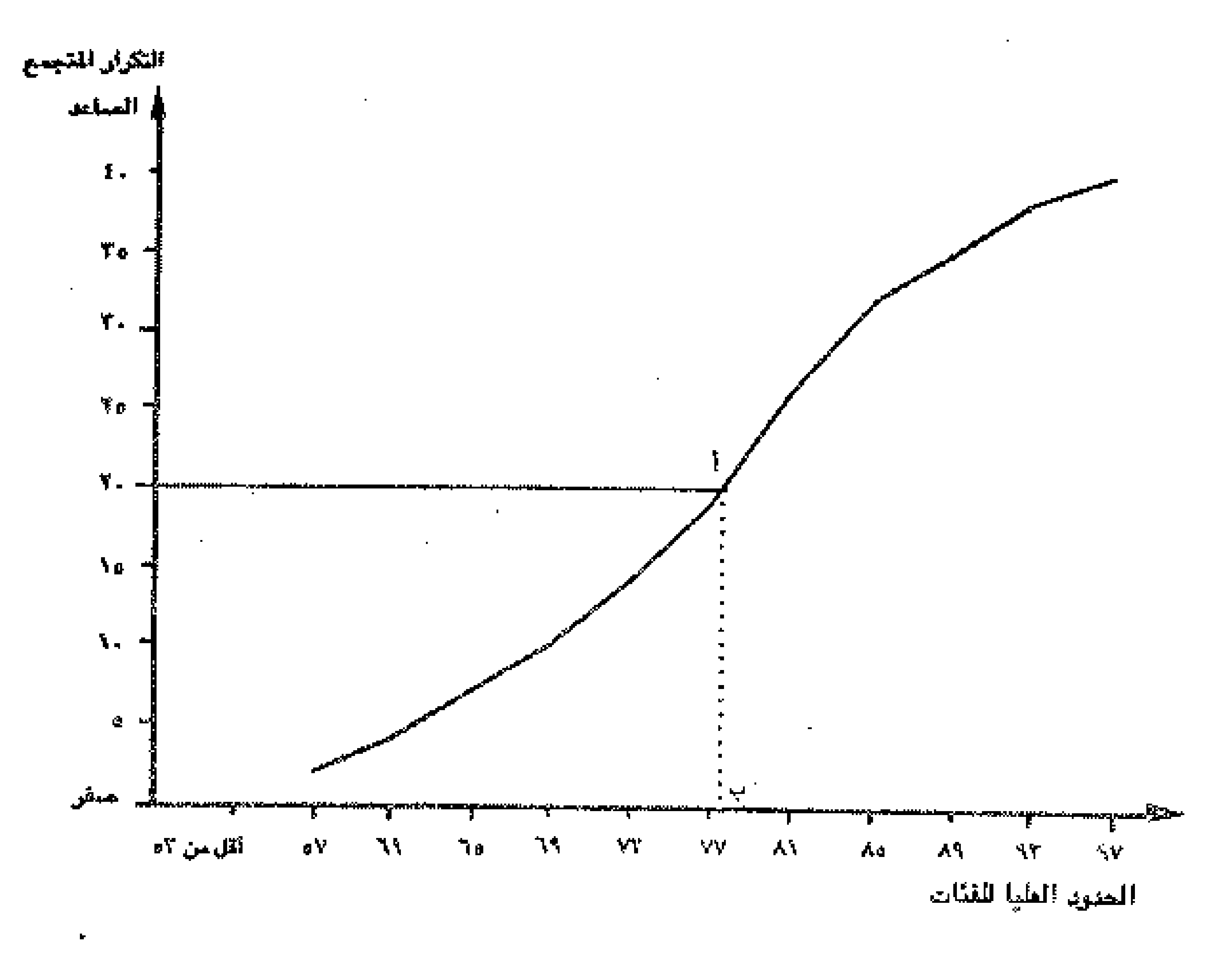
إذا اردنا اعداد جدول توزيع تكراري متجمع صاعد للجدول (٢ – ٦ أو ٢– ٧) فإ ننا نكون جدول جديد نستخدم فيه الحدود العليا للفئات ثم نجمع التكرارات

تصاعدياً كما في الجدول (٢ – ٨) . حيث نجد أن أول الحدود هو أقل من ٥٣ وتكرارها صفر لأنه لا توجد درجة أقل من ٥٣ . ثم يليها أقل من ٥٧ وهو الحد الأعلى للفئة الأولى ويكون التكرار هو ٢ ، وبعدها أقل من ٦١ (الحد الأعلى للفئة الثانية) ويكون تكرارها هو مجموع تكرارى الفئتين الأولى والثانية (فى جدول ٢ – ٦ أو ٢ – ٧) وهو ٢+٢=٤ ، وهكذا فى بقية الحدود العليا للفئات كما هى موضحة في جدول (٢ – ٨) ، وتكون الفئة الأخيرة (أقل من ٩٧) وبالطبع جميع الدرجات بالجدول (٢ – ٦ أو ٢ – ٧) أقل من ٩٧ فيكون التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأخيرة هو ٤٠ .

ويوضح العمود الأخير في جدول (٢ – ٨) التكرار المتجمع الصاعد النسبى أو المئوى ، ويتم حسابه بقسمة كل تكرار متجمع صاعد (ت . م . ص) على المجموع الكلي للتكرارت (٤٠) وضرب الناتج فى مائة فينتج لنا النسبة المئوية أو التكرار المتجمع الصاعد النسبى أو المئوى .

جدول (٢ – ٨) التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد (ت . م . ص)

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد	المتجمع الصاعد النسبى
أقل من ٥٣	صفر	صفر
أقل من ٥٧	٢	٥ ٪
أقل من ٦١	٤	١٠ ٪
أقل من ٦٥	٧	١٧,٥ ٪
أقل من ٦٩	١٠	٢٥ ٪
أقل من ٧٣	١٤	٣٥ ٪
أقل من ٧٧	١٩	٤٧,٥ ٪
أقل من ٨١	٢٦	٦٥ ٪
أقل من ٨٥	٣٢	٨٠ ٪
أقل من ٨٩	٣٥	٨٧,٥ ٪
أقل من ٩٣	٣٨	٩٥ ٪
أقل من ٩٧	٤٠	١٠٠ ٪



شكل (٢ – ٨) المنحنى المتجمع الصاعد

ويمكن تمثيل جدول (٢ – ٨) برسم بيانى ، حيث يدل المحور الأفقى على الحدود العليا للفئات بينما المحور الرأسى للتكرار المتجمع الصاعد . ويوضح شكل (٢ – ٨) المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد وهو يشبه الحرف (ر) .

وإذا رسمنا خطاً موازياً للمحور الأفقى عند التكرار المتجمع الصاعد ٢٠ فإنه يقطع المنحنى المتجمع الصاعد فى نقطة (أ) فإذا أنزلنا منها عموداً على المحور الأفقى فإنه يقطعه فى النقطة (ب) وهى تدل على قيمة الوسيط . وبالمثل يمكن حساب الارباعيات والمئينيات من المنحنى المتجمع الصاعد (أو الهابط) وسوف نوضح ذلك فى الفصلين الثالث والرابع .

(ب) التوزيع التكرارى المتجمع الهابط :

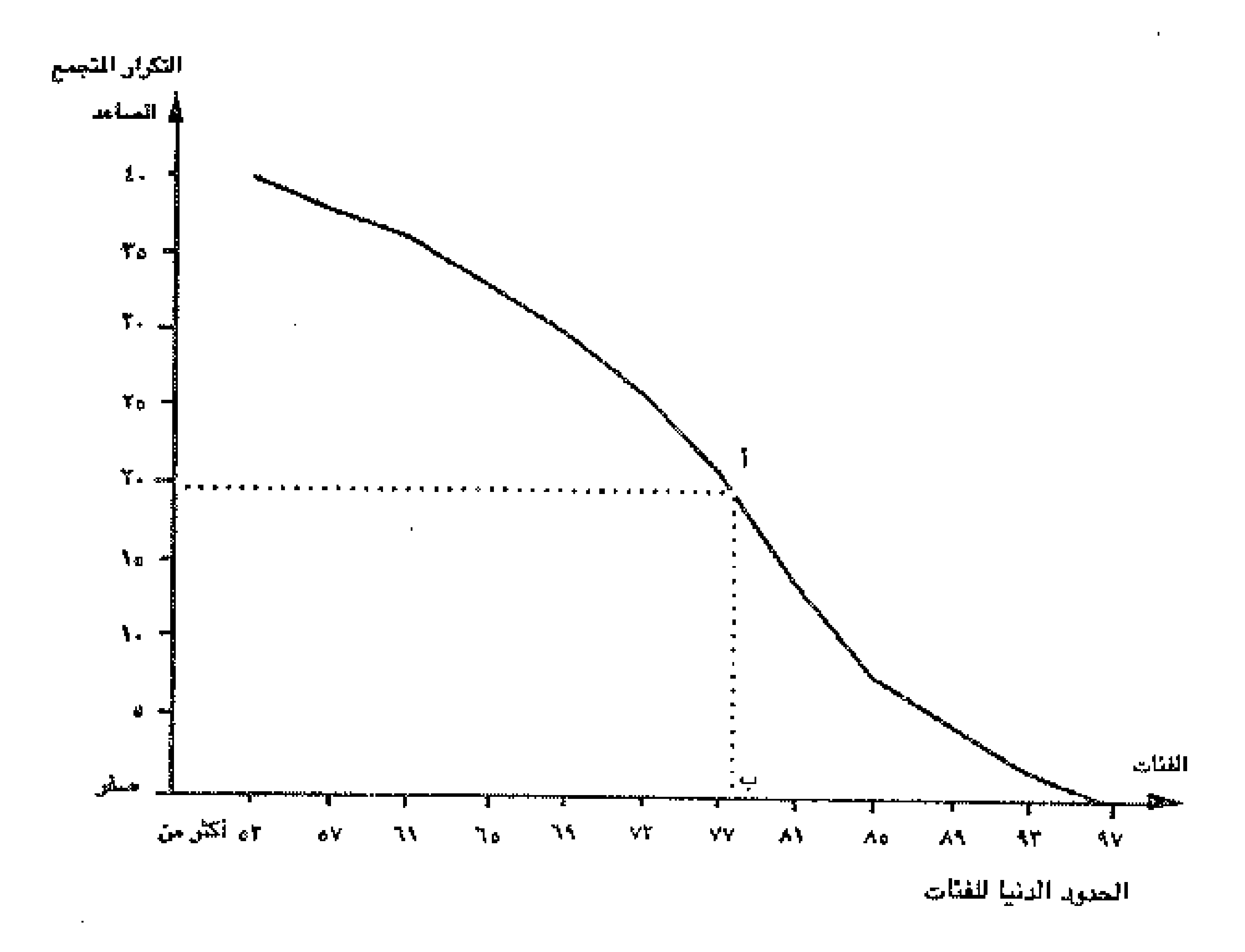
يتطلب اعداد التوزيع التكرارى المتجمع الهابط خطوات مشابهة لما سبق فى اعداد التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد . ففى هذا الجدول نحدد الحدود الدنيا للفئات ، وهى للفئة الأولى ٥٣ فأكثر . وإذا فحصنا جدول (٢ – ٧) فإن التكرارت للدرجة ٥٣ فأكثر تكون جميع تكرارت جدول (٢ – ٧) وهى تساوى (٤٠) . أما الحد الأدنى للفئة الثانية فهو ٥٧ فأكثر ، ويكون التكرار المتجمع لها هو

٤٠-٢ =٣٨ أى أننا طرحنا تكرار الفئة الأولى وهو (٢) من المجموع الكلى للتكرارت (٤٠) . وبالمثل الحد الأدنى للفئة الثالثة هو ٦١ فأكثر ويكون تكرارها المتجمع = ٣٨ - ٢ =٣٦ وهكذا لبقية الفئات حتى الفئة الأخيرة . ويوضح جدول (٢-٩) التوزيع التكرارى المتجمع الهابط (ت م هـ) للجدول (٢-٧) ، كما يتبين من الجدول (٢ - ٩) أيضاً النسبة المئوية للتكرار المتجمع الهابط .

جدول (٢-٩) التوزيع التكرارى المتجمع الهابط (ت م هـ)

الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع الهابط	المتجمع الهابط النسبى
٥٣ فأكثر	٤٠	٪١٠٠
٥٧ فأكثر	٣٨	٪٩٥
٦١ فأكثر	٣٦	٪٩٠
٦٥ فأكثر	٣٣	٪٨٢,٥
٦٩ فأكثر	٣٠	٪٧٥
٧٣ فأكثر	٢٦	٪٦٥
٧٧ فأكثر	٢١	٪٨٢,٥
٨١ فأكثر	١٤	٪٣٥
٨٥ فأكثر	٨	٪٢٠
٨٩ فأكثر	٥	٪١٢,٥
٩٣ فأكثر	٢	٪٥
٩٧ فأكثر	صفر	صفر

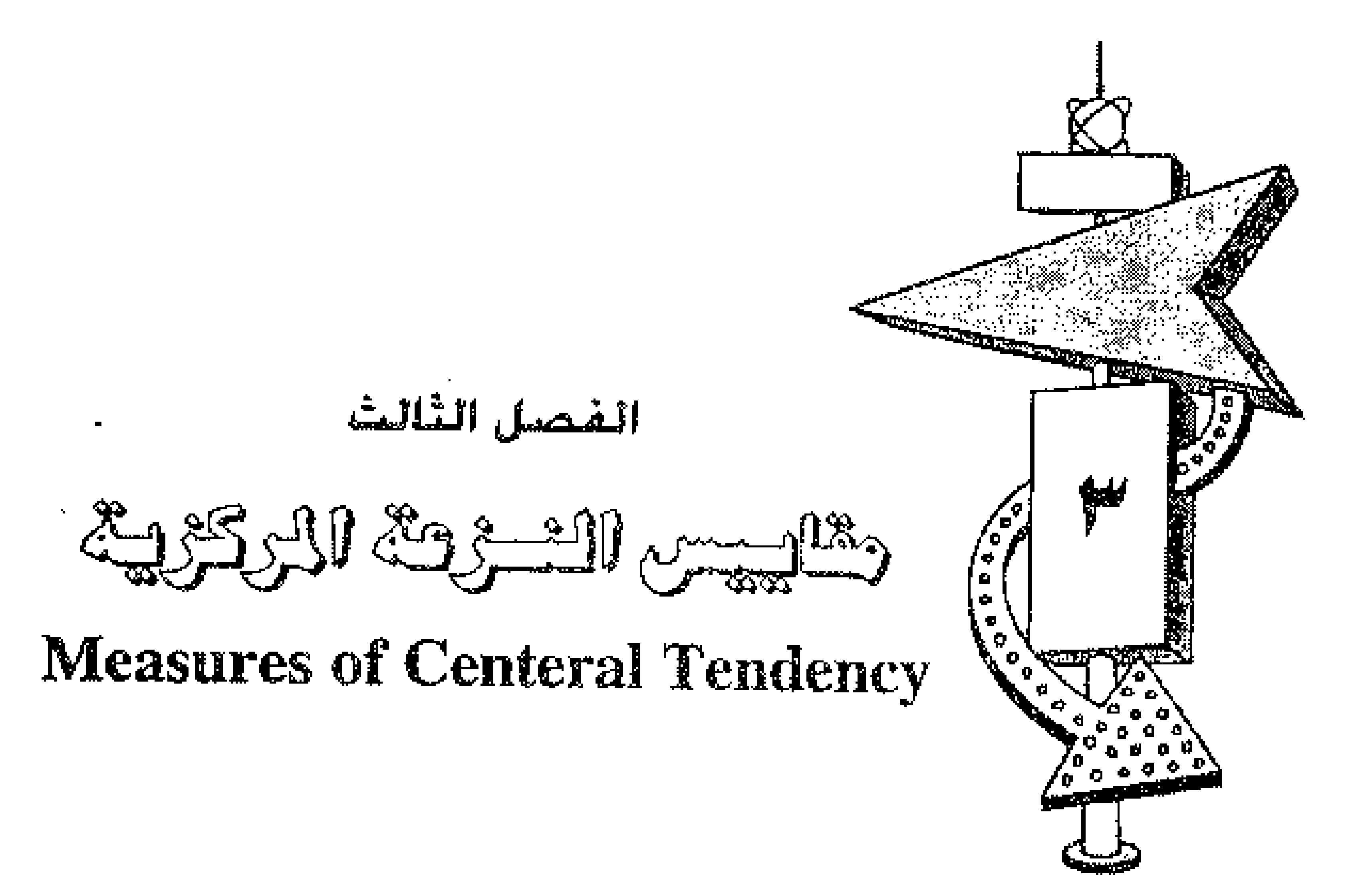
ويمكن تمثيل جدول (٢ - ٩) برسم بيانى ، حيث يدل المحور الأفقى على الحدود الدنيا للفئات بينما المحور الرأسى للتكرار المتجمع الهابط ، ويوضح شكل (٢ - ٩) المنحنى التكرارى المتجمع الهابط .



شكل (٢ – ٩) المنحنى المتجمع الهابط

ويستخدم التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد (أو الهابط) فى حساب الوسيط و الارباعيات والمئينات حسابياً أو من المنحنى ، كما يستخدم أيضاً فى حساب المعايير المئينية للاختبارات والمقاييس وسوف نوضح ذلك فيما بعد .





الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

Measures of Centeral Tendency

الفصل الثالث
مقاييس النزعة المركزية

ناقشنا فى الفصل السابق كيفية تلخيص وعرض البيانات فى جداول توزيع تكرارى وكيفية تمثيلها بيانيا . وسوف نوضح فى هذا الفصل كيفية وصف البيانات بطريقة أخرى عن طريق بعض خصائصها الوصفية والتى تسمى بمقاييس النزعة المركزية . ويقصد بالنزعة المركزية ميل البيانات إلى التجمع فى منطقة متوسطة (مركز) للتوزيع ولذلك فقد سميت بمقاييس النزعة المركزية . ومن المألوف أن تكون البيانات متجمعة فى الوسط (المركز) . والمتوسط الحسابى هو أحد مقاييس النزعة المركزية والذى يعتمد على مجموع البيانات وقسمتها على عددها ، ومن ثم فان البيانات التى لايمكن جمعها أو ليس لجمعها معنى (البيانات الاسمية والترتيبية) لايجوز حساب المتوسط الحسابى لها وفى هذه الحالة نستعيض عن المتوسط الحسابى بمقاييس أخرى للنزعة المركزية وهى الوسيط والمنوال . وهناك بمقاييس أخرى للنزعة المركزية مثل الوسط الهندسى والوسط التوافقى والتى يكون لها استخدامات مختلفة .

وأكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما هى المتوسط الحسابى ، وهو المقياس المناسب فى حال البيانات الرقمية (الفترية) والنسبية ، أما الوسيط والمنوال فهما مناسبان للقياس الترتيبى والأسمى كما يمكن استخدامهما مع القياس الفترى والنسبى .

أولا : المتوسط الحسابى : Arithmetic Mean

هو أكثر المقاييس الإحصائية استخداما فى الدراسات والبحوث وفى الحياة العادية ، فأى بيانات يمكن جمعها يكون لها متوسط أو قيمة متوسطة للتعبير عنها . ومن الممكن وصف البيانات وصفا سريعا عن طريق المتوسط . ويحسب المتوسط الحسابى طبقا لطبيعة البيانات ، ويستلزم ذلك أن تكون البيانات مقاسة بالمستوى الفترى أو النسبى . فليس من السهل حساب المتوسط لأسماء الطلاب أو متوسط لون

العين أو متوسط أسماء المحافظات أو متوسط الصف الدراسى ،ولكن من السهل حساب متوسط درجات مجموعة من الأفراد على اختبار الذكاء أو اختبار تحصيلى.

ويمكن حساب المتوسط الحسابى للدرجات العادية (الخام)وكذلك لأى تحويل لتلك الدرجات مثل البيانات المبوبة فى جداول تكرارية، ولكن بيانات القياس الترتيبى أو الاسمى لايجوز حساب المتوسط الحسابى لهاحيث لايكون له معنى.

(أ) حساب المتوسط الحسابى للدرجات العادية (الخام) :

يتم حساب المتوسط للدرجات الخام عن طريق جمع الدرجات وقسمة الناتج على عدد الرجات . فإذا كان لدينا الدرجات : ٤ – ٩ – ٥ – ٤ – ٦ – ٨ – ٧ – ٥ ، فان مجموع الدرجات = ٤٨ ويكون متوسطها = $\frac{٤٨}{٨}$ = ٦.

وإذا رمزنا للدرجات بالرمز (س) ولعدد الدرجات بالرمز (ن) فيكون مجموع الدرجات = مجموع س (أو مجـ س)

ويكون المتوسط الحسابى (م) = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددها}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$

مع العلم أن (مجـ س)يعنى مجموع كل الدرجات المطلوب حساب متوسطها الحسابى .

وإذا استخدمنا الدرجات الخام الموضحة فى الفصل السابق (المستخدمة لإعداد جدول ١ – ٤) فان مجموع الدرجات = ٨١ + ٦٤ + ٧٥ + ٩٣ + ٧١ .....+٨٢ + ٩٠ = ٣٠٣٢ والمتوسط الحسابى = $\frac{٣٠٣٢}{٤٠}$ = ٧٥,٨

ويستخدم هذا الرقم ٧٥,٨ لوصف مجموعة الدرجات المذكورة.

وبالمثل إذا كان لدينا درجات عددها آلف درجة فإننا نتبع نفس الطريقة لحساب متوسطها الحسابى ، وبالطبع إذا كان عدد الدرجات كبيرا فأننا ندخل البيانات فى الحاسب الآلى ونستخدمه فى إجراء أى تحليل للبيانات ، أما إذا كا ن عدد الدرجات قليلا كما فى المثال الموضح فى بداية هذه الصفحة فيمكن حساب المتوسط الحسابى يدويا أو باستخدام الآلة الحاسبة .

(ب) حساب المتوسط الحسابى للبيانات المبوبة :

(١) الطريقة العادية (طريقة مراكز الفئات) :

يتم حساب المتوسط الحسابى للبيانات المبوبة (فى صورة جدول توزيع تكرارى) باستخدام نفس القانون : مجموع الدرجات مقسوما على عددها . ولكن هذا الأجراء أكثر تعقيدا مما سبق لوجود فئات وتكرارات فى الجدول . وفى حقيقة الأمر فأننا نستخدم نفس الطريقة السابقة لان المتوسط الحسابى فى الحالتين هو ناتج قسمة مجموع الدرجات على عددها .

وفى المثال البسيط للدرجات : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ فنجد أن مجموع هذه الدرجات = ٤٨ والمتوسط الحسابى = $\frac{٤٨}{٨}$ = ٦ ، وهذا المجموع هو فى الحقيقة يساوى :

(٤ × ٢) + (٩ × ١) + (٥ × ٢) + (٦ × ١) + (٨ × ١) + (٧ × ١) ،

وذلك لان الدرجة (٤) تكررت مرتين وكذلك الدرجة (٥) ويكون المجموع مساويا (٤٨) وهى نفس الطريقة المتبعة فى جداول التوزيع التكرارى .

وإذا استخدمنا المثال السابق لجدول التوزيع التكرارى (جدول ١ – ٤) لحساب المتوسط الحسابى فاننا نحسب مجموع درجات كل فئة وهو حاصل ضرب مركز الفئة فى تكرارها ، وهنا نفترض أن تكرار كل فئة له نفس القيمة وهى مركز الفئة (لاحظ أن هذا الافتراض سيؤدى إلى مجموع درجات تقديرى) ، ولهذا تسمى طريقة مراكز الفئات .

ويكون مجموع درجات الفئة الأولى مساويا ٢ × ٥٥ (التكرار × مركز الفئة) ، ومجموع درجات الفئة الثانية مساويا ٢ × ٥٩ والفئة ٣ × ٦٣ وهكذا حتى الفئة الأخيرة ٢ × ٩٥ (جدول ٣ – ١) .

ويكون مجموع الدرجات كلها

= ٢ × ٥٥ + ٢ × ٥٩ + ٣ × ٦٣

... + ٢ × ٩٥ = ٣٠٥٢

= مجموع تكرار كل فئة × مركز تلك الفئة

= مجـ (ت × س)

جدول (٣ – ١)

حساب المتوسط الحسابى بالطريقة العادية (مراكز الفئات)

الفـــئة (ف)	التكـــرار (ت)	مركز الفئة (س)	مجموع درجات الفئات (س × ت)
٥٣ –	٢	٥٥	٥٥ × ٢ = ١١٠
٥٧ –	٢	٥٩	٥٩ × ٢ = ١١٨
٦١ –	٣	٦٣	٦٣ × ٣ = ١٨٩
٦٥ –	٣	٦٧	٦٧ × ٣ = ٢٠١
٦٩ –	٤	٧١	٧١ × ٤ = ٢٨٤
٧٣ –	٥	٧٥	٧٥ × ٥ = ٣٧٥
٧٧ –	٧	٧٩	٧٩ × ٧ = ٥٥٣
٨١ –	٦	٨٣	٨٣ × ٦ = ٤٩٨
٨٥ –	٣	٨٧	٨٧ × ٣ = ٢٦١
٨٩ –	٣	٩١	٩١ × ٣ = ٢٧٣
٩٣ – ٩٧	٢	٩٥	٩٥ × ٢ = ١٩٠
المجموع	٤٠		٣٠٥٢

ويكون المتوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددها}} = \frac{\text{مجـ (س × ت)}}{\text{مجـ ت}}$

$= \frac{٣٠٥٢}{٤٠} = ٧٦,٣$

وهذه الطريقة لحساب المتوسط الحسابى من الجدول التكرارى تسمى بالطريقة العادية أو طريقة مراكز الفئات . ونلاحظ أن مجموع الدرجات من الجدول التكرارى (٣٠٥٢) مختلف عن المجموع الحقيقى للدرجات الفعلية وهو ٣٠٣٢ ، والسبب في ذلك كما ذكرنا أنه فى كل فئة نفترض أن تكراراتها لها نفس الدرجة وهى مركز تلك الفئة . ومن هذا فإن المتوسط الحسابى من الجدول التكرارى تقريبيا وليس دقيقا مثل المتوسط الحسابى للدرجات الفعلية .

وبالطبع هذه القيمة (٧٥,٨) مختلفة عن المتوسط الحسابى للبيانات المبوبة (٧٦,٣) . ونود الإشارة إلى أن المتوسط الحسابى المحسوب للبيانات المبوبة لا يكون دائما مرتفعا عن المتوسط الحسابى للدرجات الفعلية ، وإنما هما قيمتان مختلفتين ويرجع السبب فى ذلك إلى الافتراض بان مركز كل فئة هو درجة موحدة لتكرارات تلك الفئة .

(٢) حساب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات :

يتضح من استخدام الطريقة العادية فى حساب المتوسط الحسابى كثرة العمليات الحسابية وذلك لكبر الأرقام المستخدمة فى عمليات الضرب ، وإذا كان مركز الفئة يحتوى على كسور فسوف يزداد التعقيد صعوبة ،. ولذلك فان الانحرافات تعتمد على اختصار عمليات الضرب بتصغير مركز الفئة ، ويتم ذلك عن طريق افتراض قيمة معينة تسمي ، الوسط الفرضي ، ثم نطرح هذا الوسط الفرضي من جميع القيم (مراكز الفئات) فتنتج الانحرافات (ح) التى نستخدمها بعد ذلك فى الإجراءات الحسابية .

ولنأخذ مثلا على ذلك للدرجات العادية (الخام) التالية :

١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ، ١١١

ومجموعها = ١١٢٥ والمتوسط الحسابى = $\frac{١١٢٥}{١٠}$ = ١١٢,٥

وإذا طبقنا طريقة الانحرافات (الوسط الفرضى) على هذا المثال ، فأننا نفرض أن قيمة الوسط الفرضى = ١٠٠ ، ومن الممكن استخدام آى قيمة أخرى (١٧٠ ، ١٨٠ ، ١١٠ مثلا) ثم نطرح قيمة الوسط الفرض (١٠٠) من جميع الدرجات فتنتج الانحرافات التالية :

١٢ ، ٩ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ١١ ومجموعها ١٢٥ . ونحسب متوسط الانحرافات = $\frac{١٢٥}{١٠}$ = ١٢,٥

ويكون المتوسط الحسابى للدرجات الأصلية = الوسط الفرضى + متوسط الانحرافات = ١٠٠ + ١٢,٥ = ١١٢,٥ وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها للمتوسط الحسابى من جمع الدرجات الأصلية قبل حساب الانحرافات .

وتتبع هذه الطريقة ذاتها فى حالة الجداول التكراية ، وسنقوم بحساب المتوسط الحسابى للبيانات فى جدول (٣ - ١) بطريقة الانحرافات ، ويوضح جدول رقم (٣ - ٢) عمليات حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات .

جدول (٣ - ٢) حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات

الفئة (ف)	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	الانحرافات (ح)	ح × ت
٥٣ -	٢	٥٥	- ٢٤	- ٢٤ × ٢ = - ٤٨
٥٧ -	٢	٥٩	- ٢٠	- ٢٠ × ٢ = - ٤٠
٦١ -	٣	٦٣	- ١٦	- ١٦ × ٣ = - ٤٨
٦٥ -	٣	٦٧	- ١٢	- ١٢ × ٣ = - ٣٦
٦٩ -	٤	٧١	- ٨	- ٨ × ٤ = - ٣٢
٧٣ -	٥	٧٥	- ٤	- ٤ × ٥ = - ٢٠
٧٧ -	٧	٧٩	صفر	صفر × ٧ = صفر
٨١ -	٦	٨٣	+ ٤	٤ × ٦ = ٢٤
٨٥ -	٣	٨٧	+ ٨	٨ × ٣ = ٢٤
٨٩ -	٣	٩١	+ ١٢	١٢ × ٣ = ٣٦
٩٣ - ٩٧	٢	٩٥	+ ١٦	١٦ × ٢ = ٣٢
المجموع	٤٠			-٢٢٤ +١١٦ ١٠٨

وقد افترضنا أن الوسط الفرضى هو ٧٩ ، والسبب فى ذلك أنه عادة ما تكون قيمة الوسط الفرضى مساوية لمركز فئة أكبر تكرار . وبالطبع يمكن اختيار أى قيمة من قيم مراكز الفئات كوسط فرضى ، ولكن اختيار مركز فئة أكبر تكرار يختصر أكبر عملية ضرب ويحولها إلى الصفر ، وهذا هو المنطق فى استخدام طريقة الانحرافات (لإختصار العمليات الحسابية).

فإننا اخترنا مركز الفئة ٧٩ كوسطا فرضيا فاننا نضع دائرة حوله ، ثم تبدأ فى طرح قيمته من جميع مراكز الفئات على النحو التالى : (٥٥ – ٧٩ ، ٩٥ – ٧٩ ، ٦٣ – ٧٩ ، .... وهكذا حتى ٩٥ – ٧٩) وتكون الانحرافات الناتجة بالسالب فى بداية الجدول وحتى الصفر أمام الوسط الفرضى ، ثم بالموجب بعد ذلك كما هى موضحة بالجدول (٣ – ٢).

ثم نحسب حواصل ضرب التكرارات فى الانحرافات (ح × ت) وهى : ٢٤ × ٢ للفئة الأولى ، – ٢٠×٢ للفئة الثانية وهكذا ، ثم نجمع حواصل الضرب فينتج لنا – ٢٢٤ + ١١٦ = – ١٠٨ ، ويكون المتوسط الحسابى = المتوسط الفرضى + متوسط مجموع الانحرافات فى تكرارتها م = وف + $\frac{\text{مجـ (ح × ت)}}{\text{مجـ ت}}$

$$\text{المتوسط الحسابى} = ٧٩ + \frac{(-١٠٨)}{٤٠}$$

$$= ٧٩ - ٢,٧$$

$$= ٧٦,٣$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها بالطريقة العادية

(٣) حساب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة :

نلاحظ فى جدول رقم (٣ – ٢) أن انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضى تأخذ القيم –٢٤ ، –٢٠ ، – ١٦ ،..... وهكذا . وهذه الانحرافات يمكن اختصارها إذا قسمنا كل منها على ٤ وهو طول الفئة (فى حالة الفئات المتساوية الطول فقط) . فإذا قسمنا الانحرافات على الرقم ٤ فينتج لنا انحرافات مختصرة (ح) وهى – ٦، –٥ ،–٤ ، ..... هكذا ، ثم نجرى حاصل ضرب هذه الانحرافات المختصرة فى تكراراتها كما بالجدول (٣ – ٣) . ويكون المتوسط الحسابى = الوسط الفرضى + متوسط مجموع الانحرافات المختصرة × طول الفئة

$$= \text{وف} + \frac{\text{مجـ } (\acute{ح} \times ت)}{\text{مج ت}} \times \text{ل (طول الفئة)}$$

$$= ٧٩ + \frac{(-٢٧)}{٤٠} \times ٤ \qquad = ٧٩ - \frac{١٠٨}{٤٠}$$

$$= ٧٩ - ٢,٧ \qquad = ٧٦,٣$$

وهي نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً من الطريقتين العادية والإنحرافات

جدول رقم (٣ - ٣) حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات المختصرة

الفئة (ف)	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	($\acute{ح}$)	$\acute{ح}$ × ت
٥٣ -	٢		- ٦	- ١٢
٥٧ -	٢		- ٥	- ١٠
٦١ -	٣		- ٤	- ١٢
٦٥ -	٣		- ٣	- ٩
٦٩ -	٤		-٢	- ٨
٧٣ -	٥		-١	- ٥
٧٧ -	٧	٧٩	صفر	صفر
٨١ -	٦		+ ١	٦
٨٥ -	٣		+ ٢	٦
٨٩ -	٣		+ ٣	٩
٩٣ - ٩٧	٢		+ ٤	٨
المجموع	٤٠			- ٢٧

ويمكن إجمال خطوات حساب المتوسط الحسابى من جدول التوزيع التكرارى بطريقة الانحرافات فيما يلى :

١ - نختار الوسط وهو مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار ، (وهو مركز الفئة السابعة فى المثال السابق فيكون وسطنا الفرضى هو ٧٩)

٢ - نطرح قيمة الوسط الفرضى (٧٩) من جميع مراكز الفئات ونضعها فى العمود المسمى بالانحرافات (ح).

٣ - نضرب هذه الانحافات فى التكرار المقابل لكل منها لنحصل على حواصل الضرب (ح × ت) .

٤ - نجمع حواصل الضرب (ح × ت) لنحصل على (مجـ ح ت) ثم نقسم الناتج على مجموع التكرارات (مجـ ت) فينتج متوسط مجموع حواصل ضرب الانحرافات فى تكراراتها $\frac{(\text{مجـ ح ت})}{\text{مجـ ت}}$

٥ - نحسب المتوسط الحسابى بإضافة الوسط الفرضى إلى متوسط مجموع الانحرافات فيكون المتوسط الحسابى = الوسط الفرضى + $\frac{\text{مجـ (ح × ت)}}{\text{مجـ ت}}$

أما طريقة الانحرافات المختصرة فإنها تختلف فى الخطوة الثانية حيث يمكن حساب الانحرافات المختصرة (حَ) مباشرة دون حساب الانحرافات (ح) ، ويتم ذلك بحساب انحراف مركز فئة أكبر تكرار (عن الوسط الفرضى) والذى يساوى الصفر ، ثم نكتب الانحرافات المختصرة أعلى هذا الصفر وتكون سالبة وهى - ١ ، - ٢ ، - ٣ ، -٤ ، - ٥ ، - ٦ ، أما أسفل الصفر فتكون موجبة + ١ ، + ٢ ، +٣ ، + ٤ (لاحظ أن هذا صحيح فقط فى حالة الجداول التكرارية ذات الفئات المتساوية الطول) .

وتكون الخطوة الثالثة هى إيجاد حواصل ضرب الانحرافات المختصرة فى تكراراتها والخطوة الرابعة هى إيجاد مجموع حواصل ضرب الانحرافات المختصرة فى تكراراتها ثم حساب متوسط الانحرافات المختصرة وهو يساوى $\frac{\text{مجـ حَ ت}}{\text{مجـ ت}}$

أما الخطوة الخامسة فيتم فيها حساب المتوسط الحسابى من القانون :

$$\text{المتوسط الحسابى} = \text{الوسط الفرضى} + \frac{\text{مجـ حَ ت}}{\text{مجـ ت}} \times \text{ل}$$

ونلاحظ من جدول (٣ – ٣) أنه ليس من الضرورى حساب كل مراكز الفئات ، وانما نحسب مركز فئة أكبر تكرار لنستخدمها كوسط فرضى ، ثم نحسب الانحرافات المختصرة وحاصل ضربها فى تكرارتها (كما بالجدول) ويكون المتوسط الحسابى

$$= \text{الوسط الفرضى} + \frac{\text{مجـ}\,(ح^{/} \times ت)}{\text{مجـ ت}} \times ل$$

$$= ٧٩ + \frac{(-٢٧)}{٤٠} \times ٤$$

$$= ٧٩ - ٢,٧ = ٧٦,٣$$

خصائص المتوسط الحسابى :

ذكرنا من قبل أن المتوسط الحسابى يستخدم للتعبير عن (أو لوصف) مجموعة من البيانات كما أنه يتسم بعدة خصائص منها :

١ – إذا ضربنا قيمة المتوسط الحسابى فى عدد الدرجات (ن) فإننا نحصل على المجموع الكلى للدرجات ، فإذا طبقنا هذه الخاصية على المتوسط الحسابى الذى قيمته ٦ وعدد الدرجات ٨ فان حاصل ضربهما هو ٤٨ ، وهو مجموع الدرجات للمثال (٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٥) . وبالمثل فى حال بيانات المثال الثانى عند حساب المتوسط الحسابى للدرجات العادية ، حيث كان المتوسط الحسابى = ٧٥,٨ وعدد الدرجات ٤٠ ، فيكون حاصل ضربهما ٧٥,٨ × ٤٠ = ٣٠٣٢ وهو المجموع الكلى للدرجات .

٢ – والخاصية الثانية للمتوسط الحسابى هى تأثره بالقيم المتطرفة . ويقصد بالقيم المتطرفة تلك القيم البعيدة عن أصغر أو أكبر درجة . وفى المثال الأول المذكور فى الخاصية الأولى فان أكبر درجة هى ٩ ، فإذا فرضنا أن هذه الدرجة هى ١٩ فيكون مجموع الدرجات = ٤ + ١٩ + ٥ + ٤ + ٦ + ٨ + ٧ + ٥ = ٥٨ ، ويكون المتوسط الحسابى = ٥٨ – ٧,٢٥ وهى قيمة أعلى بكثير من المتوسط الحسابى السابق التوصل إليه (٦) . ومعنى هذا أن المتوسط

الحسابى تغير من ٦ الى ٧,٢٥ لتغير الدرجة من ٩ إلى ١٩ وبالمثل فى حال الدرجات المتطرفة الصغرى ، فإذا كانت الدرجة ٤ مساوية للصفر فان مجموع الدرجات = ٤٠ ويكون المتوسط الحسابى = $\frac{٤٠}{٨}$ = ٥ وهى قيمة مختلفة كثيرا عن المتوسط الحسابى الأصلى (٦) .

٣ – والخاصية الثالثة أكثر أهمية وهى : مجموع إنحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابى يساوى الصفر . وإذا طبقنا هذه الخاصية على الدرجات السابق ذكرها (٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥) والتى متوسطها الحسابى = ٦ ، فان انحرافات هذه الدرجات عن المتوسط الحسابى هى : (٤ – ٦) ، (٩ – ٦) ، (٥ – ٦) ، (٤ – ٦) ، (٦ – ٦) ، (٨ – ٦) ، (٧ – ٦) ، (٥ – ٦) وتساوى –٢ ، ٣ ، –١ ، – ٢ ، صفر ، ٢ ، ١ ، –١ ومجموع هذه الانحرافات = –٢ + ٣ + –١ – ٢ + صفر + ٢ + ١ – ١ = ٦ – ٦ = صفر.

٤ – مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابى اقل من مجموع مربعات إنحرافها عن أى قيمة أخرى ، فإذا نظرنا إلى المثال المذكور فى الخاصية (٣) نجد أن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابى هو : (– ٢)^{٢} + (٣)^{٢} + (– ١)^{٢} + (صفر)^{٢} + (– ٢)^{٢} + (١)^{٢} + (–١)^{٢} وهو يساوى ٢٤ .

وإذا افترضنا قيمة أخرى (٥ مثلا) فان مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن الدرجة ٥ هو :

(٤ – ٥)^{٢} + (٩ – ٥)^{٢} + (٥ – ٥)^{٢} + (٤ – ٥)^{٢} + (٦ – ٥)^{٢} + (٨–٥)^{٢} + (٧– ٥)^{٢} + (٥ – ٥)^{٢}

= (١)^{٢} + (٤)^{٢} + (صفر)^{٢} + (–١)^{٢} +(١)^{٢} + (٣)^{٢} + (٢)^{٢} +(صفر)^{٢}

= ١ + ١٦ + صفر + ١ + ١ + ٩ + ٤ + ٤ +صفر = ٣٠ هو أكبر من ٢٤ .

وإذا استخدمنا الدرجة ٧ ، فان مجموع مربعات انحرفات الدرجات عنها هو:

(– ٣)^{٢} + (٢)^{٢} + (– ٢)^{٢} + (– ٣)^{٢} (– ١)٢+ (١)^{٢} +

(صفر)^{2} + (−٢)^{2}

= ٩ + ٤ + ٤ + ٩ + ١ + ١ + صفر = ٣٢ وهو اكبر من ٢٤ .

وبالمثل إذا استخدمنا أى درجة أخرى فان مجموع مربعات انحرافات الدرجات عنها سيكون اكبر من ٢٤ .

ويتضح من ذلك أن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابى (وهو ٢٤ فى المثال) اقل من مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن أى قيمة أخرى .

وتوضح هذه الخاصية أن المتوسط الحسابى هو قيمة مركزية للدرجات، ولذلك يسمى مقياسا للنزعة المركزية (Ferguson, 1971: 48) حيث نجد أن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابى أقل مايمكن. وعليه نستطيع تعريف المتوسط الحسابى بانه مقياس للنزعة المركزية التى يكون مجموع مربعات انحرافات الدرجات عنها أقل ما يمكن .

ويعد المتوسط الحسابى لأى مجموعة (عشوائية) من الدرجات تقديرا جيدا (غير متحيز) للتموسط الحسابى للمجتمع ، وهو مقياس أكثر دقة من أى مقياس آخر من مقاييس النزعة المركزية (مثل الوسيط والمنوال) .

٥ – يتأثر المتوسط الحسابى بعدد الدرجات ، فكلما كان عدد الدرجات كبيرا كلما كان المتوسط الحسابى أكثر ثباتا وأكثر تعبيرا عن متوسط المجتمع ، وهذا هو ما نعنيه بقدير جيد لمتوسط المجتمع .

٦ – لا يمكن جمع المتوسطات الحسابية لعدة مجموعات من الدرجات إذا كان عدد الدرجات غير متساو . فمثلا إذا كان المتوسط الحسابى لمجموعة من الدرجات هو ١٠ ، والمتوسط الحسابى لمجموعة أخرى هو ١٢ ، فلا نستطيع حساب متوسط المتوسطين إذا كان عدد درجات كل مجموعة مختلفا عن الأخرى . وبمعنى آخر لا نستطيع حساب المتوسط الحسابى للمتوسطين إلا إذا علمنا عدد درجات كل منهما .

وعلى سبيل المثال الدرجات : ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٦ ، ٧ متوسطها الحسابى = ٧

والدرجات : ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ متوسطها الحسابى = ٥ ، ولا نستطيع إن نجمع المتوسطين (٧ ، ٥) أو نحصل على متوسطهما و نعتبره متوسطا حسابيا لدرجات المجموعتين . ولكن ما نستطيع فعله هو الحصول على المتوسط الحسابى المرجح (الموزون) للمجموعتين أو ما يسمى بمتوسط المتوسطات الحسابية .

المتوسط الحسابى المرجح Weighted Arithmetic Mean

وهو يسمى المتوسط الحسابى الوزنى او متوسط المتوسطات الحسابية . فاذا كان لدنيا عدة متوسطات لمجموعات من الدرجات (أو لعينات مختلفة الاحجام) فيمكن ايجاد المتوسط الحسابى العام لتلك المتوسطات .

ويكون المتوسط الحسابى الوزنى لمجموعتين هو :

$$\frac{\text{مجموع درجات المجموعة الأولى + مجموع درجات المجموعة الثانية}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى + عدد درجات المجموعة الثانية}} = \frac{\text{مجـ س ١ + مجـ س ٢}}{ن_١ + ن_٢}$$

وحيث اننا ذكرنا فى الخاصية الاولى : أن مجموع الدرجات يساوى حاصل ضرب المتوسط الحسابى فى عدد الدرجات ، فيكون المتوسط الحسابى الوزنى لمجموعتين هو :

$$\frac{\text{عدد درجات المجموعة الأولى × متوسطها الحسابى + عدد درجات المجموعة الثانية × متوسطها الحسابى}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى + عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

$$= \frac{ن_١ \times م_١ + ن_٢ \times م_٢}{ن_١ + ن_٢}$$

وبتطبيق ذلك على المثال المذكور فى الخاصية السادسة حيث المتوسط الحسابى للمجموعة الاولى = ٧ وعدد درجاتها = ٦ ، المتوسط الحسابى للمجموعة الثانية = ٥ وعدد درجاتها = ٤ فيكون المتوسط الحسابى للمجموعتين =

$$\frac{ن_١ م_١ + ن_٢ م_٢}{ن_١ + ن_٢} = \frac{٦ \times ٧ + ٤ \times ٥}{٦ + ٤}$$

$$= \frac{٤٢ + ٢٠}{١٠} = ٦,٢$$

وهذا المتوسط الحسابى هو بالفعل المتوسط الحسابى لدرجات المجموعتين معا ، لأن مجموع درجات المجموعتين معا

= (٩ + ٧ + ٥ + ٨ + ٦ + ٧) + (٢ + ٥ + ٦ + ٧) = ٦٢ ، والمتوسط الحسابى = $\frac{٦٢}{١٠}$ = ٦,٢ .

وبالمثل فى حال وجود متوسطات حسابية لعدة مجموعات (ك) فإن المتوسط الحسابى العام (الوزنى) لتلك المجموعات هو :

$$\text{المتوسط الحسابى الوزنى} = \frac{ن_١ \times م_١ + ن_٢ \times م_٢ + ن_٣ \times م_٣ ..... + ن_ك \times م_ك}{ن_١ + ن_٢ + ن_٣ .... + ن_ك}$$

أما إذا كان عدد درجات المجموعات متساو $ن_١ = ن_٢ = ... = ن_ك$ فيمكن الحصول على متوسط المتوسطات بطريقة سهلة وهى :

$$\frac{م_١ + م_٢ + ... م_ك}{ك}$$

وفى حالة مجموعتين متساويتين فى عدد الدرجات مثل :

الدرجات : ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٦ مجموعها = ٣٥ ومتوسطها الحسابى= ٧

الدرجات : ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ مجموعها = ٢٩ ومتوسطها الحسابى = ٥,٨

فإن المتوسط الوزنى لهما يساوى أيضا

$$\frac{٥ \times ٧ + ٥ \times ٥,٨}{٥ + ٥} = \frac{١٢,٨}{١٠} = \frac{٦٤}{١٠} = ٦,٤$$

لاحظ أن نفس الأسلوب ينطبق على طرح المتوسطات الحسابية .

ثانيا : الوسيط Median

وهو مقياس آخر من مقاييس النزعة المركزية الشائعة الاستخدام . والوسيط هو الدرجة الوسطى لمجموعة من الدرجات أو هو النقطة التى تقسم توزيع الدرجات إلى نصفين متساويين بحيث يكون عدد الدرجات التى تسبقها مساويا لعدد الدرجات التالية لها .

وتحسب قيمة الوسيط لمجموعة من الدرجات بأخذ الدرجة الوسطى بعد ترتيب الدرجات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا .

فإذا كان لدينا مجموعة الدرجات : ٤ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ فإن الوسيط هو الدرجة رقم ٣ فى الترتيب وهى تساوى ٨.

أما فى مجموعة الدرجات : ٤ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢، ١٤ ، ١٧ ، ١٨ فإن الوسيط هو الدرجة رقم ٥ فى الترتيب وهى تساوى ١١.

ونلاحظ أن عدد الدرجات فى المجموعة الأولى خمس درجات وكان ترتيب الوسيط هو ٣ أى $\frac{٥ + ١}{٢} = ٣$

بينما عدد الدرجات فى المجموعة الثانية ٩ وكان ترتيب الوسيط هو ٥ أى $\frac{٩ + ١}{٢} = ٥$

وبصفة عامة إذا كان عدد الدرجات فرديا فإن

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد الدرجات} + ١}{٢} = \frac{ن + ١}{٢}$$

وتكون قيمة الوسيط هى الدرجة التى ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$

أما إذا كان عدد الدرجات زوجيا ، مثل مجموعة الدرجات ٢ ، ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٣ فيوجد وسيطين وهما الدرجتان الثالثة والرابعة في هذا المثال .

وتكون قيمة الوسيط هنا مساوية لمتوسط الوسيطين $\frac{٧ + ١٠}{٢}$ = ٨,٥ .

وبصفة عامة إذا كان عدد الدرجات زوجيا فيوجد وسيطين ترتيبهما

$$\frac{\text{عدد الدرجات (ن)}}{٢} ، \frac{ن + ١}{٢}$$

وفي المثال السابق ن = ٦ فيكون ترتيب الوسيطين هما

$$\frac{ن}{٢} ، \left(\frac{ن}{٢} + ١\right) \text{ أي } \frac{٦}{٢} ، \left(\frac{٦}{٢} + ١\right)$$

وهما الدرجتان الثالثة والرابعة وقيمتيهما ٧ ، ١٠ . وبذلك فإن قيمة الوسيط هنا هي متوسط هذين الوسيطين = $\frac{(٧ + ١٠)}{٢}$ أي ٨,٥ .

وإذا كانت مجموعة الدرجات هي ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٧

فإن عدد الدرجات = ٨ ويكون ترتيب الوسيطين $\frac{٨}{٢} ، \left(\frac{٨}{٢} + ١\right)$

أي الدرجتين الرابعة والخامسة في الترتيب وهما ٩ ، ١١ . وتكون قيمة الوسيط هي متوسط الوسيطين = $\frac{٩ + ١١}{٢}$ = ١٠

كما يمكن حساب الوسيط للبيانات الترتيبية – فإذا كانت تقديرات مجموعة من الطلاب هي : ممتاز ، ممتاز ، جيد جدا ، جيد جدا ، جيد ، جيد ، جيد ، مقبول ، مقبول ، مقبول ، مقبول ، مقبول ، ضعيف . وعدد هذه التقديرات ١٣ فيكون لدينا وسيط واحد وهو التقدير الذي ترتيبه

$$\frac{ن + ١}{٢} = \frac{١٣ + ١}{٢} = ٧$$

وتكون قيمة الوسيط هى التقدير السابع فى الترتيب وهو جيد . وبالطبع لا نستطيع حساب المتوسط الحسابى للتقديرات ومن ثم نستعيض عنه بحساب الوسيط .

وإذا كان عدد التقديرات زوجيا فيوجد وسيطين كما ذكرنا من قبل لمجموعة التقديرات فإذا أضفنا للتقديرات السابقة تقدير آخر (ضعيف مثلا) فيكون عدد التقديرات ١٤ ، وبذلك يكون لدينا وسيطين ترتيبيهما ($\frac{١٤}{٢}$ ، $\frac{١٤}{٢}$ + ١) السابع والثامن .

وإذا طبقنا هذا على المثال فيكون الوسيطان هما جيد ، مقبول وبالطبع فإن متوسطهما لا يمكن حسابه لأن القياس الترتيبى لا يجوز جمع بياناته ، ولذلك نقول أن الوسيط يقع بين جيد ومقبول .

حساب الوسيط للبيانات المبوبة :

تختلف طريقة حساب الوسيط للبيانات المبوبة عن الدرجات العادية . ففى حال البيانات المبوبة (جداول التوزيع التكرارى) لا نستطيع أن نرتب الدرجات للتوصل إلى رتبة الوسيط وقيمته ولكننا نستخدم طريقة أخرى ، وهى فى الحقيقة مشابهة لطريقة حساب الوسيط للدرجات العادية .

فإذا أردنا حساب الوسيط للبيانات فى الجدول التكرارى (٢ – ٦) فإننا نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد (كما بالجدول ٢ – ٨) ، ثم نحسب رتبة الوسيط وهى تساوى نصف مجموع التكرارات أى $\frac{(مجـ ت)}{٢}$ مهما كان عدد الدرجات فردياً أو زوجياً .

وبعد ذلك نحدد الفئة التى يقع فيها الوسيط ، وهى فى معظم الأحوال (وليس دائما) تكون فئة أكبر تكرار ، ثم نطبق القانون لحساب الوسيط ، وبذلك يمكن أن نوجز طريقة حساب الوسيط للبيانات المبوبة فى الخطوات التالية :

١ – نستخدم جدول التوزيع التكرارى فى إعداد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد .

٢ – نحسب رتبة وهى $\frac{مجـ ت}{٢}$

٣ – نحدد فئة الوسيط ، وهى الفئة التى تحتوى على $\frac{(مجـ ت)}{٢}$ من التكرارات المتجمعة ، أى الفئة التى تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من أو يساوى رتبة الوسيط .

٤ – نطبق القانون التالى لحساب قيمة الوسيط

قيمة الوسيط = الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}$ × طول فئة الوسيط

جدول (٣ – ٤)

الجدول التكرارى المجتمع الصاعد

الحدود العليا للفئات	ت . م . ص
أقل من ٥٣	صفر
أقل من ٥٧	٢
أقل من ٦١	٤
أقل من ٦٥	٧
أقل من ٦٩	١٠
أقل من ٧٣	١٤
أقل من ٧٧	١٩
أقل من ٨١	٢٦
أقل من ٨٥	٣٢
أقل من ٨٩	٣٥
أقل من ٩٣	٣٨
أقل من ٩٧	٤٠

فئة الوسيط ← (أقل من ٧٧ – أقل من ٨١)؛ موقع الوسيط ← (١٩ – ٢٦)

ولحساب الوسيط من جدول (٣ – ٤) فإن:

ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجـ ت}}{٢}$ = $\frac{٤٠}{٢}$ = ٢٠

وبالتالى فإن ترتيب الوسيط يقع بين (ت . م . ص) ١٩ ، ٢٦ أى فى الفئة التى تبدأ ب ٧٧ وتنتهى ب (أقل من) ٨١ . ويكون الحد الأدنى لفئة الوسيط = ٧٧ ، وطول الفئة = ٤ ،

وقيمة الوسيط $= ٧٧ + \frac{(٢٠ - ١٩)}{(٢٦ - ١٩)} \times ٤$

$$= ٧٧ + \frac{٢٠ - ١٩}{٧} \times ٤$$

$$= ٧٧ + \frac{٤ \times ١}{٧}$$

$$= ٧٧ + ٠,٥٧$$

$$= ٧٧,٥٧$$

وبالمثل يمكن استخدام الجدول التكرارى المتجمع الهابط (جدول٢٠ – ٩) فى حساب قيمة الوسيط ، حيث نستخدم القانون :

قيمة الوسيط = الحد الأعلى لفئة الوسيط – $\frac{\text{ترتيب الوسيط – التكرار المتجمع الهابط التالى}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}$ × طول الفئة

جدول (٣ – ٥)

الجدول التكرارى المتجمع الهابط

الحدود الدنيا للفئات	ت . م . هـ
٥٣ فأكثر	٤٠
٥٧ فأكثر	٣٨
٦١ فأكثر	٣٦
٦٥ فأكثر	٣٣
٦٩ فأكثر	٣٠
٧٣ فأكثر	٢٦
٧٧ فأكثر	٢١
٨١ فأكثر	١٤
٨٥ فأكثر	٨
٨٩ فأكثر	٥
٩٣ فأكثر	٢

فئة الوسيط (٧٧ فأكثر – ٨١ فأكثر) ، موقع الوسيط (٢١ – ١٤)

$$= ٨١ - \frac{(٢٠ - ١٤)}{٧} \times ٤$$

$$= ٨١ - \frac{٦ \times ٤}{٧}$$

$$= ٨١ - ٣,٤٣$$

$$= ٧٧,٥٧$$

وهى نفس القيمة التى سبق الحصول عليها بإستخدام التكرار المتجمع الصاعد .

ومن الملاحظ أننا نستخدم جدول توزيع تكرارى (جدول ٢ – ٦) فى حساب الوسيط ، وهذا الجدول توزيع تكرارى متصل .

أما إذا كان جدول التوزيع التكرارى غير متصل فإننا نستخدم نفس الطرق السابقة مع استبدال الحد الأدنى لفئة الوسيط بالحد الأدنى الحقيقى لفئة الوسيط . وبالمثل فى حال التوزيع التكرارى المتجمع الهابط نستبدل الحد الأعلى لفئة الوسيط بالحد الأعلى الحقيقى لفئة الوسيط ويعنى هذا أننا يجب أن نحسب الحدود الحقيقة للفئات قبل حساب التكرار المتجمع الصاعد أو الهابط .

مثال (٢) : إذا كان لدينا التوزيع التكرارى التالى :

جدول (٣ – ٦)

الفئات	١٥–١٧	١٨–٢٠	٢١–٢٣	٢٤–٢٦	٢٧–٢٩	٣٠–٣٢	المجموع
التكرار	٥	٩	١٣	١١	٨	٤	٥٠

فإننا نحسب الحدود الحقيقة للفئات وذلك لتحويل التوزيع من توزيع متقطع (حيث توجد فرغات بين ١٧ – ١٨ ، ٢٠ – ٢١ ، ٢٣ – ٢٤ ......وهكذا) إلى توزيع متصل كما يلى:

جدول رقم (٣ – ٧)

الفئات	١٧-١٥	٢٠-١٨	٢٣-٢١	٢٦-٢٤	٢٩-٢٧	٣٢-٣٠	المجموع
التكرار	٥	٩	١٣	١١	٨	٤	٥٠
الحدود الحقيقية للفئات	١٧,٥-١٤,٥	٢٠,٥-١٧,٥	٢٣,٥-٢٠,٥	٢٦,٥-٢٣,٥	٢٩,٥-٢٦,٥	٣٢,٥-٢٩,٥	

والخطوة التالية هى حساب التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد والهابط واستخدامها فى حساب الوسيط.

جدول توزيع تكرارى (٣ – ٨ أ)

الفئات	التكرار	الحدود الحقيقية للفئات
١٧ – ١٥	٥	١٧,٥ – ١٤,٥
٢٠ – ١٨	٩	٢٠,٥ – ١٧,٥
٢٣ – ٢١	١٣	٢٣,٥ – ٢٠,٥
٢٦ – ٢٤	١١	٢٦,٥ – ٢٣,٥
٢٩ – ٢٧	٨	٢٩,٥ – ٢٦,٥
٣٢ – ٣٠	٤	٣٢,٥ – ٢٩,٥
المجموع	٥٠	

جدول تكرارى متجمع
صاعد (٣-٨ ب)

الحدود العليا للفئات	ت.م.ص
أقل من ١٧,٥	٥
أقل من ٢٠,٥	١٤
أقل من ٢٣,٥	٢٧
أقل من ٢٦,٥	٣٨
أقل من ٢٩,٥	٤٦
أقل من ٢٣,٥	٥٠

موقع الوسيط

جدول تكرارى متجمع
هابط (٣-٨جـ)

الحدود العليا للفئات	ت.م.هـ
١٤,٥ فأكثر	٥٠
١٧,٥ فأكثر	٤٥
٢٠,٥ فأكثر	٣٦
٢٣,٥ فأكثر	٢٣
٢٦,٥ فأكثر	١٢
٢٩,٥ فأكثر	٤

ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجـ ت}}{٢} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$

قيمة الوسيط باستخدام الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

= الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\frac{\text{ترتيب الوسيط – التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}$ × طول الفئة

$= ٢٠,٥ + \frac{(٢٥ - ١٤)}{(٢٧-١٤)} \times ٣$

$= ٢٠,٥ + \frac{١١ \times ٣}{١٣}$

$= ٢٠,٥ + ٢,٥٤$

$= ٢٣,٠٤$

وقيمة الوسيط بإستخدام الجدول التكرارى المتجمع الهابط

= الحد الأعلى لفئة الوسيط + $\frac{\text{ترتيب الوسيط – التكرار المتجمع الهابط التالى}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}$ × طول الفئة

$= ٢٣,٥ - \frac{(٢٥ - ٢٣)}{(٣٧ - ٢٣)} \times ٣$

$= ٢٣,٥ - \frac{٢ \times ٣}{١٣}$

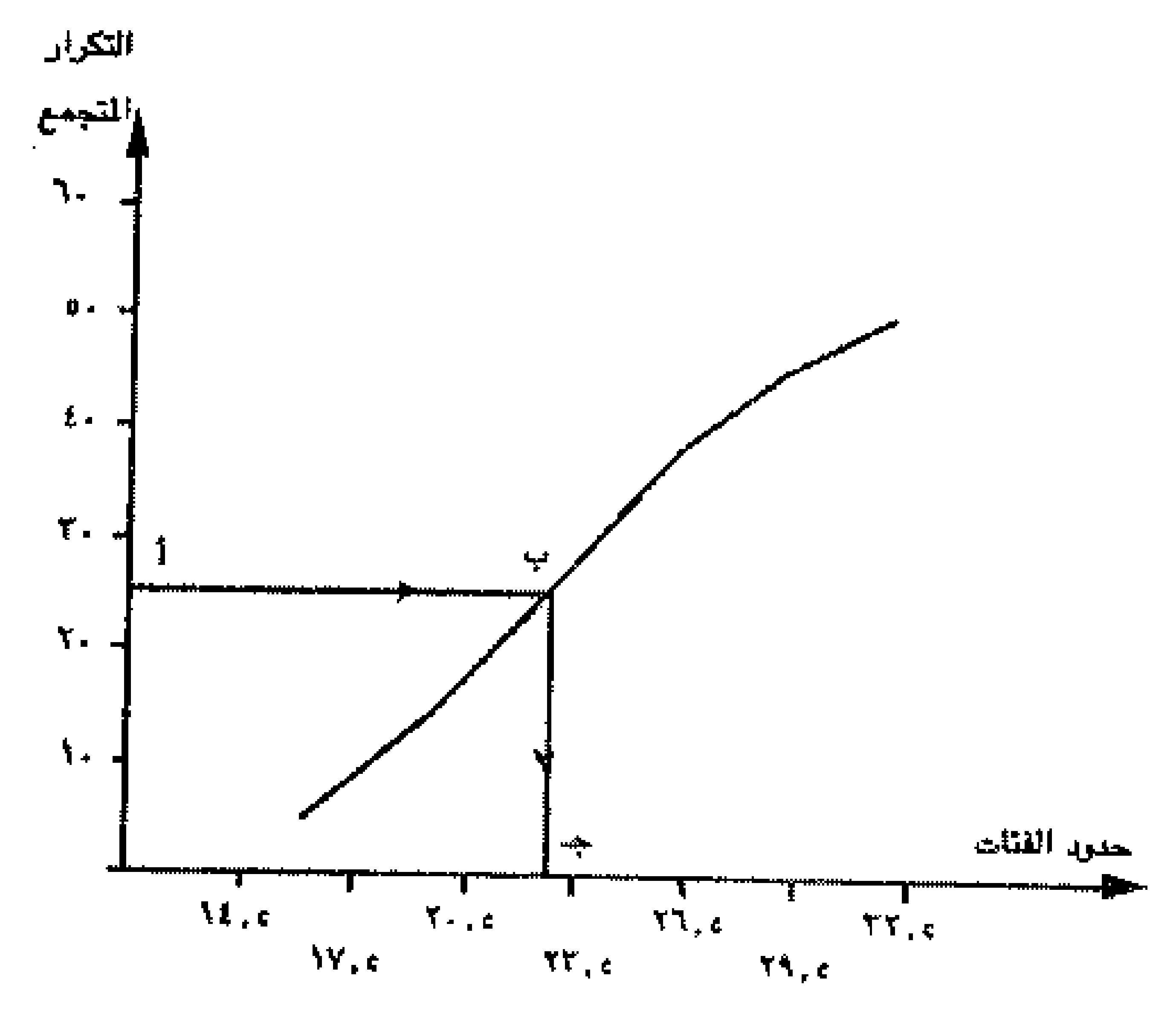
$= ٢٣,٥ - ٠,٤٦$

$= ٢٣,٠٤$

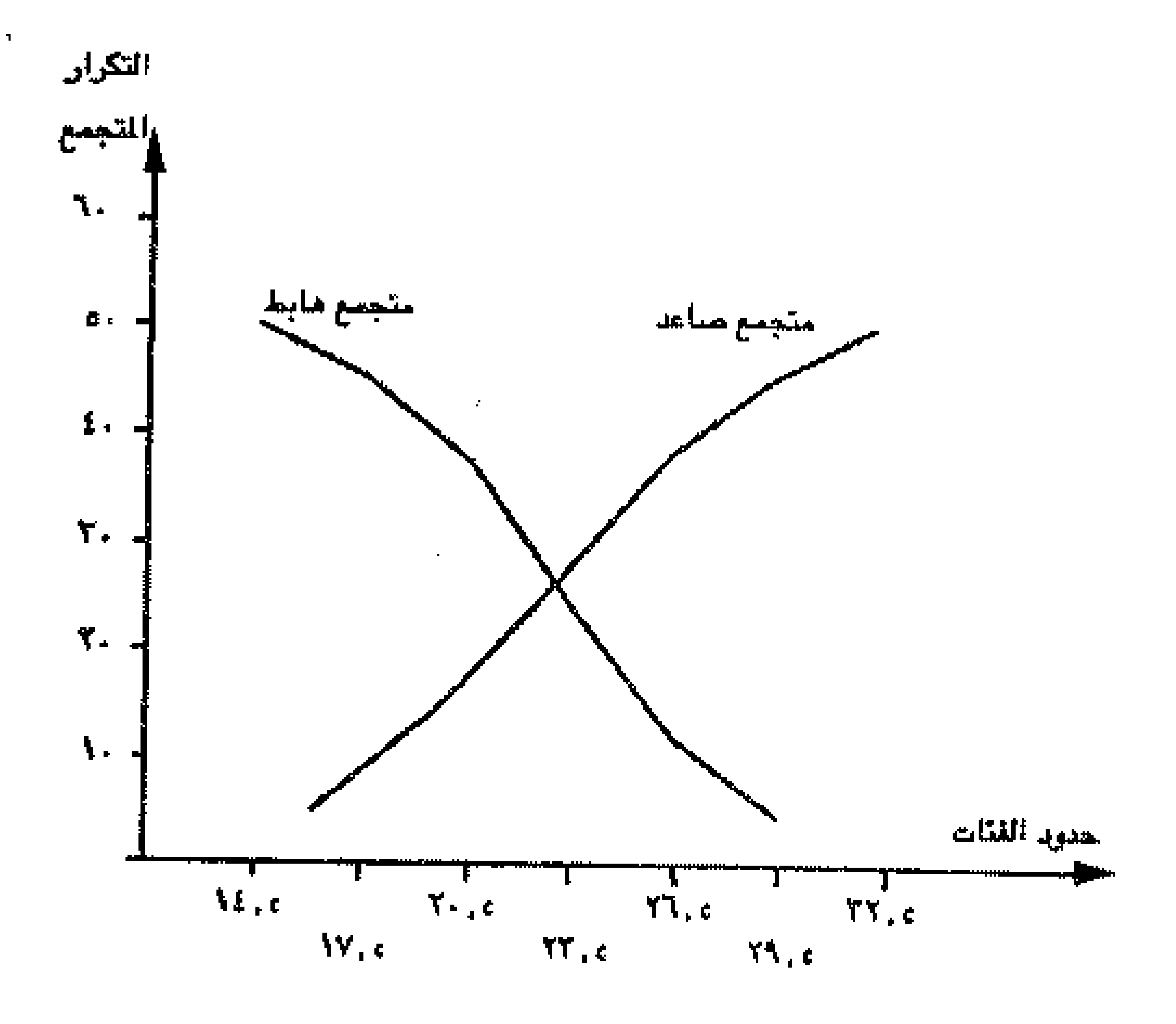
وهى نفس القيمة السابق الحصول عليها بإستخدام التكرار المتجمع الصاعد.

حساب الوسيط بإستخدام الرسم :

يمكن حساب الوسيط للبيانات المبوبة بطريقة أخرى عن طريق رسم المنحنى المتجمع الصاعد أو الهابط أو كليهما معا ، فإذا مثلنا التكرار المتجمع الصاعد بالجدول رقم (٣ – ٨ ب) فينتج المنحنى المتجمع الصاعد (شكل ٣ – ١) .



شكل رقم (٣ – ١) المنحنى المتجمع الصاعد



شكل رقم (٣ – ٢) المنحنيان المتجمعان الصاعد والهابط

حيث يمثل المحور الأفقي حدود الفئات بينما المحور الرأسي للتكرار المتجمع فإذا رسمنا من النقطة (أ) (وهي تمثل التكرار المتجمع ٢٥ أي ترتيب الوسيط) خطا موازيا لمحور الفئات فإنه يقطع المنحنى المتجمع الصاعد في النقطة (ب) ، وإذا رسمنا منها عمودا على محور الفئات فإنه يقطعه في النقطة (جـ) ، وتكون النقطة (جـ) هي قيمة الوسيط وهي أقل من ٢٣,٥ (٢٣ تقريبا) .

أما إذا مثلنا التكرارين المجتمعين الصاعد والهابط معا برسم بياني كما في الشكل (٣ – ٢) ، فإن المنحنيين يتقاطعان في النقطة (ب) ، وإذا رسمنا منها خطا موازيا لمحور الفئات فإنه يقطع المحور الرأسي في النقطة (أ) وهي ترتيب الوسيط (٢٥) ، أما إذا رسمنا من النقطة (ب) عمودا على محور الفئات فإنه يقطعه في النقطة (جـ) وهي قيمة الوسيط (٢٣ تقريبا) .

استخدامات الوسيط :

سبق وأن ذكرنا أن الوسيط هو أحد مقاييس النزعة المركزية الشائعة الاستخدام ، وهو يستخدم بدلا من المتوسط الحسابي في حال البيانات الترتيبية (مثل التقديرات أو الدرجة الوظيفية) لأننا لا نستطيع حساب متوسط التقديرات أو الدرجات الوظيفية (وإذا تم الاستعاضة عنها بأرقام وحسبنا متوسطها فلا يكون للمتوسط معنى منطقي) .

فإذا كان متوسط الصف الدراسي لعينة من المدارس هو ٢,٢ فلا يوجد معنى منطقي لهذه القيمة ، ولكننا إذا حسبنا الوسيط وكان يقع بين الصفين الثاني والثالث فيكون له معنى مقبول .

كما يستخدم الوسيط في حال التوزيعات التكرارية المفتوحة . والتوزيع التكراري المفتوح هو ذلك التوزيع الذي لا يحدد بداية الفئة الأولى أو نهاية الفئة الأخيرة أو كليهما . فإذا كانت بداية الفئة الأولى في جدول (٣ – ٨) غير محددة (أقل من ١٧ مثلاًبدلا من ١٥ – ١٧) فلا نستطيع تحديد مركز تلك الفئة وبالتالي يصعب حساب المتوسط الحسابي . وبالمثل إذا كانت نهاية الفئة الأخيرة غير محددة (٣٠ فأكثر بدلا من ٣٠ – ٣٢) فلا نستطيع حساب مركز الفئة الأخيرة أيضا وبالتالي يصعب علينا حساب المتوسط الحسابي .

ويستخدم الوسيط أيضا في حال التوزيعات شديدة الالتواء ، ويكون التوزيع ملتو إذا تركزت التكرارات في أحد الطرفين . فإذا تركزت التكرارات نحو الطرف الأصغر (الأول) يكون التوزيع ملتو إلتواء موجبا . أما إذا تركزت التكرارات نحو

الطرف الأكبر (الثانى) يكون التوزيع سالب الالتواء . وإذا لم تتركز التكرارات نحو أى من الطرفين فإن التوزيع يكون توزيعا معتدلا (وسوف نناقش التوزيع المعتدل فى الفصل الخامس) . وعندما يكون التوزيع ملتويا فإن الوسيط يعبر تعبيرا صادقا عن البيانات أكثر من المتوسط الحسابى . ولذلك نستخدم الوسيط دائما عند الحكم على المفردات الجيدة فى مقاييس الاتجاهات بناء على آراء المحكمين .

ثالثًا المنوال : Mode

هو أحد مقاييس النزعة المركزية المناسبة لمستويات القياس الأسمى ، ويعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر شيوعا أو القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها . فالدرجات ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ليس لها منوال لأن تكرار الدرجات متساو ، حيث تكررت كل منها مرة واحدة . وكذلك التقديرات ممتاز ، جيد جدا ، جيد ، مقبول ، ليس لها منوال حيث أن كل منها تكررت مرة واحدة .

أما الدرجات : ٤ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ فإن منوالها هو الدرجة ٤ حيث تكررت ثلاث مرات فى حين أن الدرجات الاخرى لم تتكرر سوى مرة واحدة ، وكذلك التقديرات : ممتاز ، جيدجدا ، جيد ، جيد ، مقبول ، يكون منوالها هو التقدير جيد الذى تكرر مرتين اكثر من تكرار التقديرات الأخرى .

وقد يكون للبيانات منوالين أو ثلاثة وذلك عندما تتساوى تكرارات قيم معينة مثل : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٥ لها منوالين هما : ٤ ، ٥ . والتقديرات ممتاز ، جيد جدا ، جيد ، جيد ، مقبول ، مقبول لها منوالين هما : جيد ، مقبول ، وكذلك الحالة الاجتماعية : متزوج ، أعزب ، متزوج ، مطلق ، أعزب لها منوالين هما : متزوج وأعزب .

وعندما يكون للبيانات أكثر من منوال فلا يجوز حساب متوسطها لأن ذلك يتنافى مع معنى المنوال (القيمة الأكثر تكراراً) ، كما أنه إذا حسب متوسط المنوالين مثلا فقد يكون لقيمة أقل تكرارا .

طرق حساب المنوال للبيانات المبوبة :

توجد عدة طرق لحساب المنوال من البيانات المبوبة ، وكل طريقة تؤدى إلى نتيجة مختلفة ، ولذلك فإن قيمة المنوال تقريبية ، وأقل دقة عن الوسيط أو المتوسط الحسابى .

(أ) إحدى طرق حساب المنوال للبيانات الاسمية هو إستخدام الفئة المقابلة لأكبر تكرار ، ففي مثال الحالة الاجتماعية الموضحة بالجدول (٣ -٩) يكون المنوال هو : متزوج ويعول ، لأن عدد التكرارات أكثر من الفئات الأخرى .

(جدول ٣ – ٩) الحالة الاجتماعية

الفئة	متزوج	أعزب	مطلق	متزوج ويعول	المجموع
التكرار	٢٠	٣٠	١٠	٤٠	١٠٠

ونفس الشيء ينطبق على البيانات الترتيبية .

أما في حال الدرجات المبوبة في جدول تكراري مثل الجدول (٣-٧) فإن المنوال يقع في فئة أكبر تكرار (١٣) وهي الفئة الثالثة (٢١-٢٣) ، وهنا يقدر المنوال بعدة طرق أولها مركز فئة اكبر تكرار وهو (٢٢) . وهذه القيمة تقريبية وأقل دقة من الطرق الأخرى التي سنوضحها فيما يلي :

(ب) الطريقة الثانية لحساب المنوال من جداول التوزيع التكراري : وهي تعتمد على استخدام تكراري الفئتين المجاورتين لفئة أكبر تكرار (الفئتان السابقة والتالية لفئة المنوال) وتستخدم هذه الطريقة القانون التالي :

$$\text{قيمة المنوال} = \text{الحد الأدنى الحقيقي لفئة المنوال} + \frac{(\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة السابقة لها}) \times \text{طول الفئة}}{(\text{تكرار الفئة الموالية} - \text{تكرار الفئة السابقة لها}) + (\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة التالية لها})}$$

وهذه المعادلة لا تستخدم مع البيانات الاسمية الترتيبية . وبتطبيق هذه المعادلة على جدول (٣ – ٧) فإن الفئة المنوالية هي الفئة (٢١ – ٢٣) وحدودها الحقيقة هي (٢٠,٥ – ٢٣,٥) وتكرارها (١٣) . أما تكراراً الفئتين السابقة والتالية فهما ٩ ، ١١ وبذلك فإن قيمة المنوال هي

$$\text{قيمة المنوال} = ٢٠,٥ + \frac{(١٣-٩) \times ٣}{(١٣-٩) + (١٣-١١)}$$

$$= ٢٠,٥ + \frac{٤ \times ٣}{٤ + ٢} = ٢٠,٥ + \frac{١٢}{٦} = ٢٢,٥$$

وإذا استخدمنا هذه الطريقة مع بيانات جدول (٢ - ٦) حيث فئة المنوال (٧٧ - ٨١) فإن :

$$\text{قيمة المنوال} = ٧٧ + \frac{(٧-٥) \times ٤}{(٧-٥) + (٧-٦)}$$

$$= ٧٧ + \frac{٢ \times ٤}{٢ + ١}$$

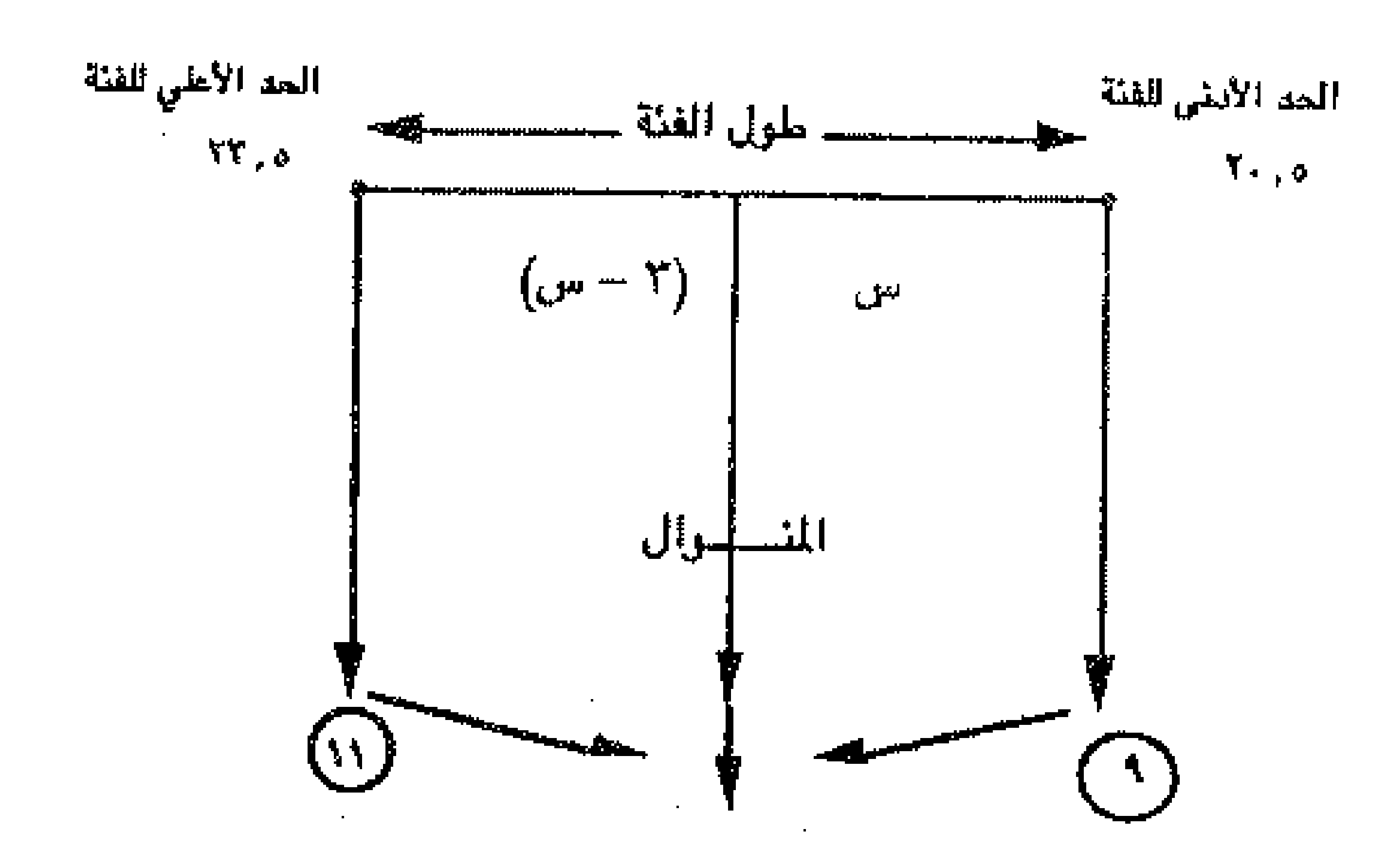
$$= ٧٧ + \frac{٨}{٣}$$

$$= ٧٧ + ٢,٦٧$$

$$= ٧٩,٦٧$$

(جـ) الطريقة الثالثة لحساب المنوال من جداول التوزيع التكرارى تسمى بطريقة الرافعة وهى أكثر الطرق استخداماً ، كما أنها أفضل تقريب لقيمة المنوال .

وتعتمد هذه الطريقة أيضاً على تكرارى الفئتين المجاورتين لفئة المنوال . وتفترض هذه الطريقة أن المنوال قيمة تقع فى فئة اكبر تكرار ويتجاذبها تكرارى الفئتين السابقة والتالية لها بمعنى أنهما قوتان تحاول كل منهما جذب المنوال فى اتجاهها ، ويمكن تمثيل هذه الطريقة بيانياً بالشكل (٣ - ٣).



شكل (٣-٣) يمثل طريقة الرافعة لحساب المنوال

وهو يوضح فئة المنوال وبدايتها (٢٠.٥) ونهايتها (٢٣,٥) وتكرار فئة المنوال يمثل قوة المنوال لأسفل ، بينما تكرارى الفئتين السابقة (٩) والتالية (١١) هما قوتي جذب لقيمة المنوال (محور الارتكاز) .

وينص قانون الرافعة على أن : القوة × ذراعها = المقاومة × ذراعها ، فإذا كانت إحدى القوتين (٩) وذراعها هو (س) فإن القوة الثانية (١١) وذراعها (٣ – س) وتكون قيمة المنوال = بداية فئة المنوال + قيمة (س)

حيث ٩ × س = ١١ (٣ – س)

٩س = ٣٣ – ١١ س

٩س + ١١س = ٣٣ ومنها قيمة س = $\frac{٣٣}{٢٠}$ = ١,٦٥

وقيمة المنوال = ٢٠,٥ + ١,٦٥ = ٢٢,١٥ وهى قيمة مختلفة عن تلك التى حصلنا عليها من الطريقة الثانية (وهى ٢٢,٥) .

ويمكن إعادة صياغة طريقة الرافعة بالقانون التالى

قيمة المنوال =

$$\text{الحد الأدنى لفئة المنوال} + \frac{\text{تكرار الفئة السابقة لفئة المنوال} \times \text{طول فئة المنوال}}{(\text{تكرار الفئة السابقة} - \text{تكرار الفئة التالية})\text{للمنوال}}$$

وإذا استخدمنا جدول التوزيع التكرارى (٢ – ٦) لحساب المنوال بطريقة الرافعة ، حيث فئة المنوال هى (٧٧٠ – ٨١) وتكرارى الفئتين السابقة (٥) والتالية (٦) فإن :

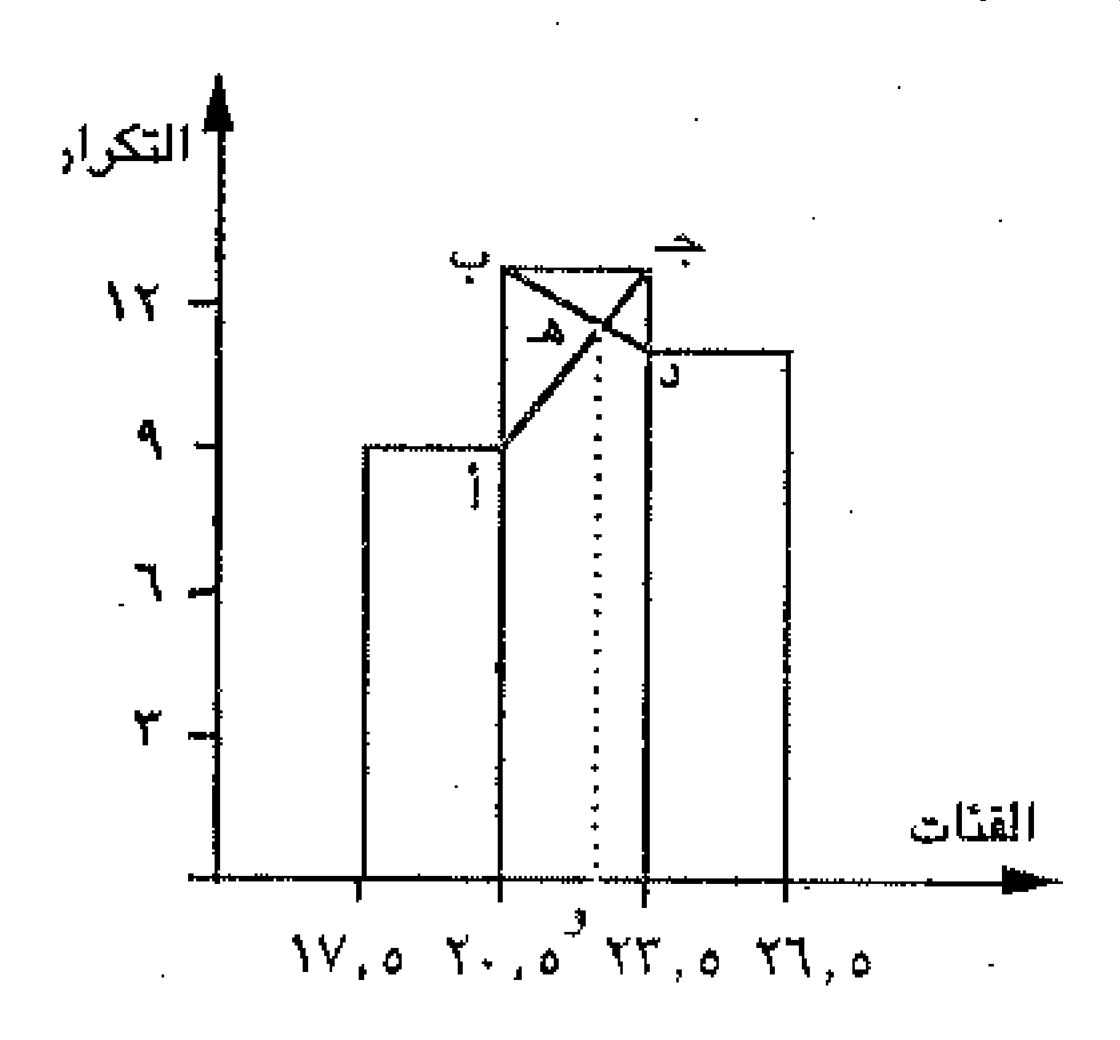
$$\text{المنوال} = ٧٧ + \frac{٥ \times ٤}{(٥ + ٦)}$$

$$= ٧٧ + \frac{٢٠}{١١}$$

$$= ٧٧ + ١,٨٢ = ٧٨,٨٢$$

وهى قيمة مختلفة عن تلك التى حصلنا عليها من الطريقة الثانية ولكن يفضل استخدام طريقة الرافعة .

(د) توجد طريقة رابعة لحساب المنوال باستخدام الرسم ، وهذه الطريقة مشابهة لطريقة الرافعة . وتعتمد هذه الطريقة على تمثيل فئة المنوال والفئتين السابقة والتالية لها في شكل مستطيلات، ثم توصيل طرفي مستطيل فئة المنوال مع نهاية مستطيل الفئة السابقة ومع بداية الفئة التالية لحساب المنوال . وباستخدام بيانات الجدول (٣ – ٧) ، فاذا رمزنا إلى نهاية الفئة السابقة للمنوال بالرمز (أ) وبداية فئة المنوال بالرمز (ب) ونهايتها بالرمز (جـ) وبداية الفئة التالية للمنوال بالرمز (د) (كما بالشكل ٣ – ٤) . ثم نصل (أجـ) ، (ب د) فإنهما يتقاطعان في نقطة (هـ) .

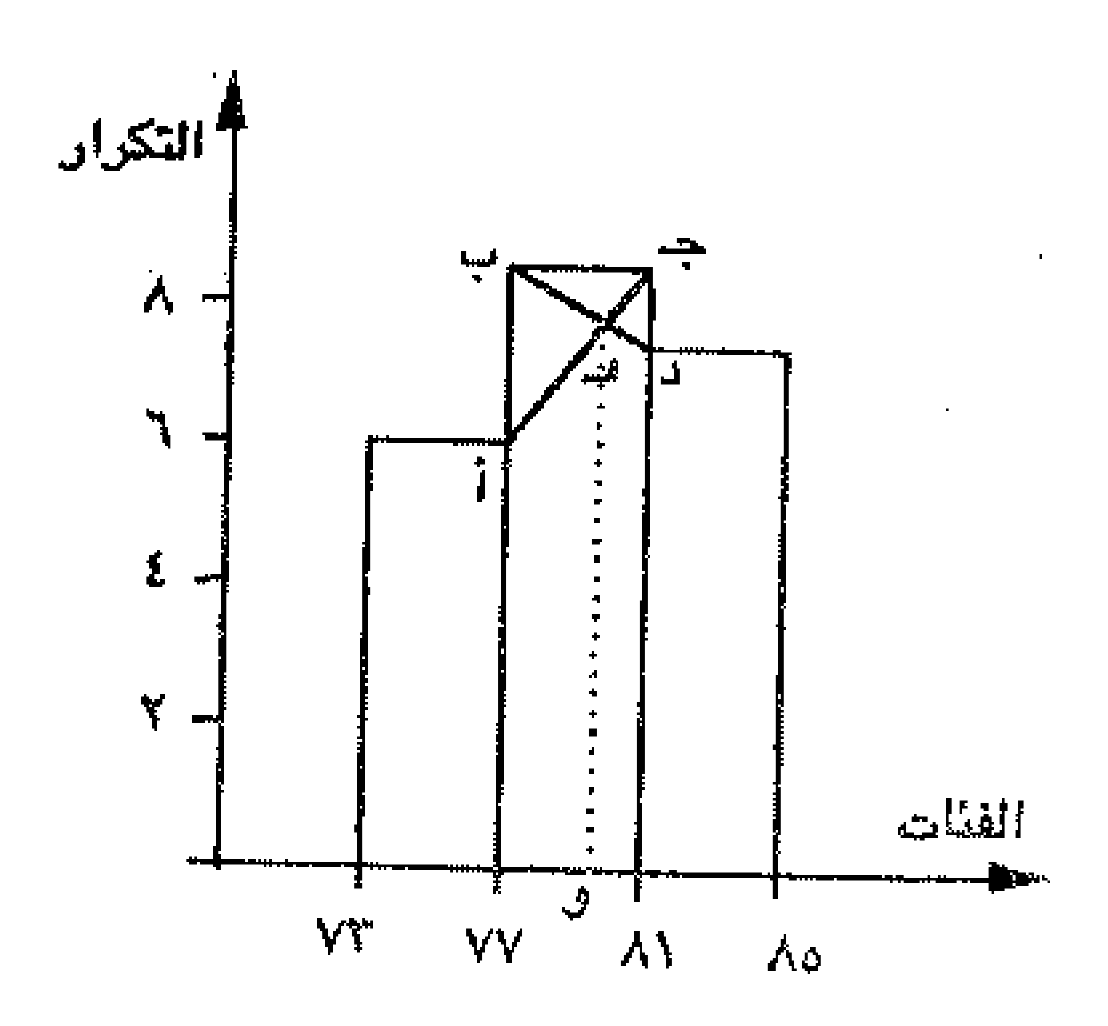


شكل رقم (٣ – ٤) حساب المنوال

ثم نرسم من النقطة (هـ) عمودا على محور الفئات فإنه يقطعه في (و) فتكون هي قيمة المنوال ، ومن الواضح انها اقل من ٢٣,٥ وهي تعادل ٢٢,٣ تقريبا.

وإذا طبقنا هذه الطريقة على بيانات الجدول التكراري (٢ – ٦) فإن الشكل (٣ – ٥) يمثل الفئات الثلاث حيث نجد أن قيمة المنوال بالتقريب هي ٧٩.

ومن الواضح أن قيمة المنوال دائما تقريبية ، حيث تختلف القيم الناتجة من الطرق المختلفة ، وهذا ما يحد من استخدامات المنوال .



شكل رقم (٣-٥)

غير ان المنوال لا يتأثر بالقيم المتطرفة لا عتماده على فئة أكبر تكرار والفئتين المجاورتين لها ، في حين أن المتوسط الحسابي والوسيط يتأثران بالقيم المتطرفة . ولذلك فإن قيمة المنوال تعد أكثر ثباتا واستقرارا في حال وجود قيم متطرفة في التوزيع (ولكن بصفة عامة قيمة المنوال أقل دقة عن المتوسط والوسيط في وصف البيانات)

وقد يوجد في توزيع تكراري أكثر من منوال عندما تتساوى تكرارات فئتين أو أكثر ، ولكن هذا الأمر غير صحيح بالنسبة للمتوسط الحسابي أو الوسيط حيث يوجد للتوزيع التكراري متوسط حسابي واحد ووسيط واحد فقط . فالمنوال يدل على قمة منحنى التوزيع التكراري وأحيانا يكون للتوزيع أكثر من قمة ولكن له متوسط واحد ووسيط واحد .

العلاقة بين المتوسط والوسيط والمنوال :

حيث أن المقاييس الثلاثة (المتوسط ، والوسيط ، والمنوال) تستخدم لوصف توزيع واحد ، فإنه توجد علاقة تربط بين هذه المقاييس معا ، والعلاقة التي تربط بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة هي :

المنوال = ٣ × الوسيط - ٢ × المتوسط الحسابي

وإذا طبقنا هذه المعادلة على بيانات الجدول (٣ - ٧) حيث المتوسط

الحسابى = ٢٣,٢ والوسيط =٢٣,٠٤

فتكون قيمة المنوال = ٣ × ٢٣,٠٤ – ٢ ×٢٣,٢

= ٦٩,١٢ – ٤٦,٤ = ٢٢,٧٢

وهى قيمة مختلفة عن القيمتين السابق الحصول عليهما من الطريقتين الثانية والثالثة (٢٢,٥ ، ٢٢,١٥) ، وكذلك إذا استخدمنا بيانات الجدول (٢ – ٦) حيث كان المتوسط الحسابى = ٧٦,٣ والوسيط = ٧٧,٥٧ .

فيكون المنوال = ٣ × ٧٧,٥٧ – ٢ ×٧٦,٣

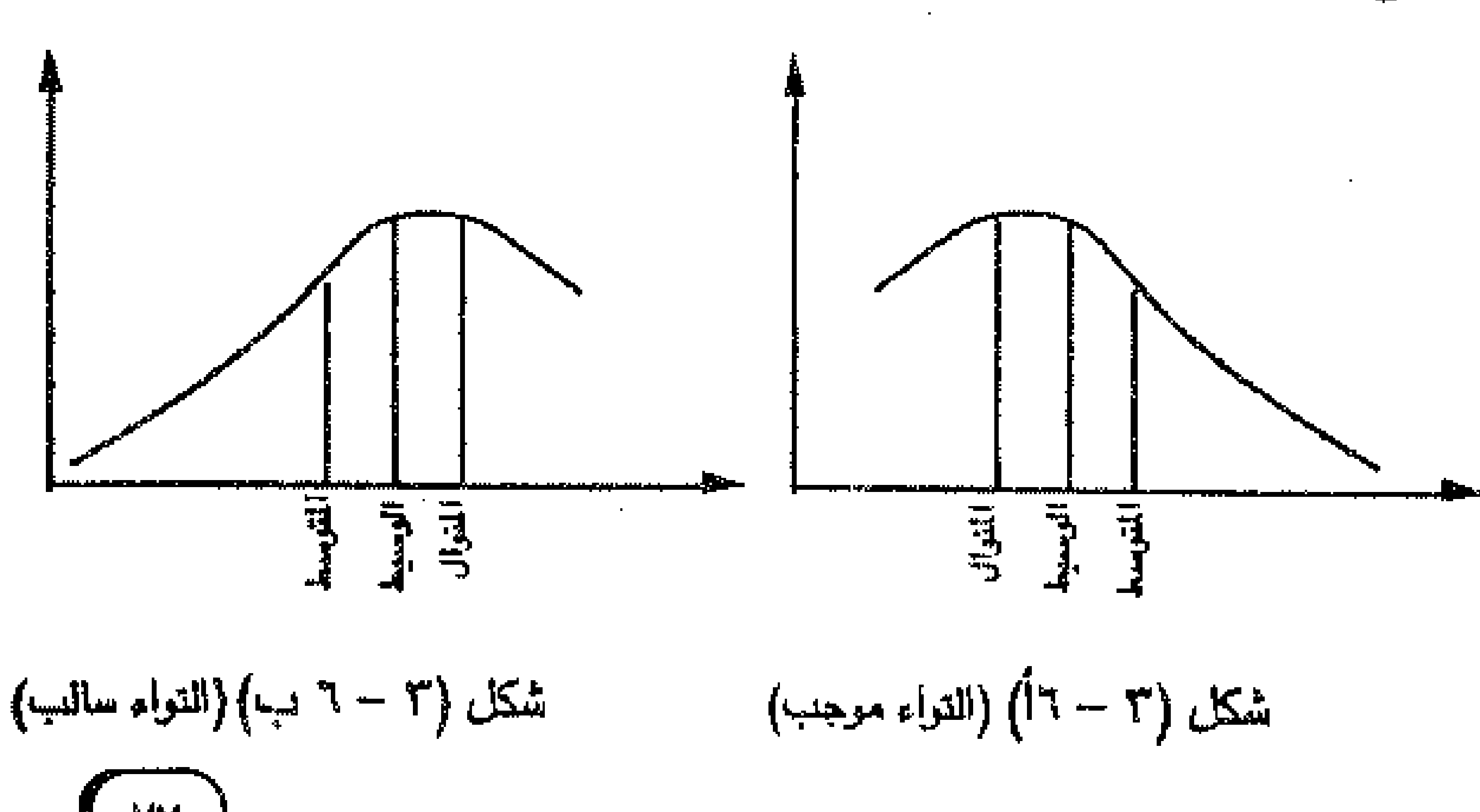
= ٢٣٢,٧١ – ١٥٢,٦ = ٨٠,١١

وهى قيمة مختلفة أيضا عن القيمتين السابق الحصول عليهما (٧٩,٦٧ ، ٧٨,٨٢) .

كما أنه توجد علاقة أخرى بين المتوسط الحسابى والوسيط والمنوال طبقا لتوزيع البيانات فإذا كان التوزيع ملتو التواء موجبا فإن قيمة المتوسط الحسابى تكون أكبرها بينما قيمة المنوال هى أصغرها ، ويقع الوسيط بينهما (أنظر شكل ٣ – ٦ أ) .

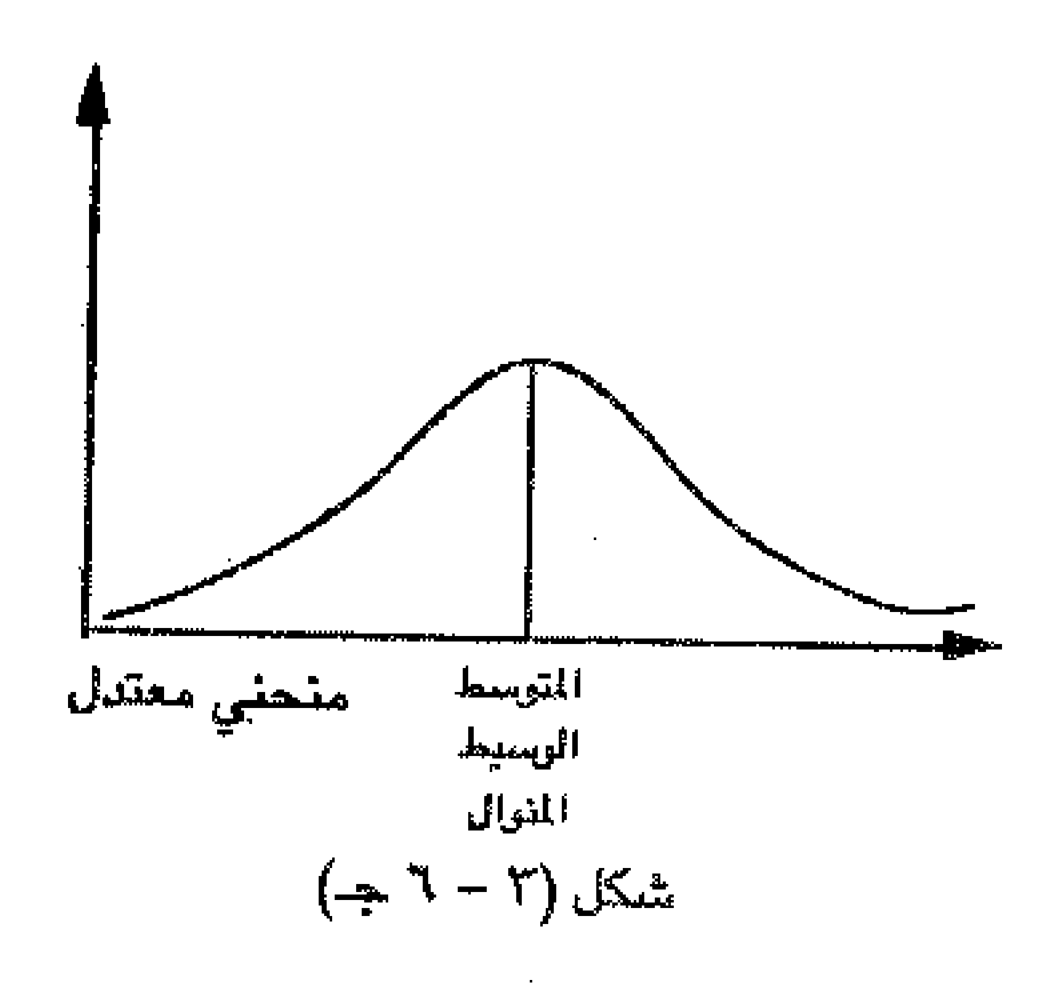
أما إذا كان التوزيع سالب الالتواء فإن قيمة المتوسط الحسابى تكون أصغرها وقيمة المنوال أكبرها ، ويقع الوسيط بين المتوسط الحسابى والمنوال (شكل ٣ – ٦ ب) .

أما فى حال التوزيع الاعتدالى فإن المقاييس الثلاثة تكون متساوية وتقسم التوزيع إلى نصفين متماثلين (شكل ٣ – ٦ جـ) .



شكل (٣ – ٦أ) (التواء موجب)

شكل (٣ – ٦ ب) (التواء سالب)



شكل (٣ - ٦ جـ)

ويعنى هذا انه إذا كان المتوسط الحسابى اكبر من الوسيط يكون الالتواء موجباً حيث يكون الطرف الأطول للمنحنى هو الطرف الأيمن . أما إذا كان المتوسط أصغر من الوسيط فيكون الالتواء سالباً حيث يكون الطرف الأطول المنحنى هو الطرف الأيسر ، كما تعتمد قيمة الالتواء عل حجم الفرق بين المتوسط الحسابى والوسيط (وكذلك الإنحراف المعيارى) .

رابعًا الوسط التوافقي : Harmonic Mean

وهو نوع من المتوسطات أو مقاييس النزعة المركزية الذى يستخدم بكثرة فى مجال الاقتصاد ، كما يستخدم فى بعض الاختبارات الاحصائية عند مقارنة المتوسطات المتعددة مثلاً ، والوسط التوافقى هو مقلوب الوسط الحسابى لمقلوبات القيم ، أو هو معكوس (مقلوب) المتوسط الحسابى لمعكوسات الدرجات ، وبمعنى آخر إذا رمزنا للدرجات بالرمز (س) وللعدد بالرمز (ن) فإن الدرجات تكون :

$س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، .... ، س_ن$

وتكون مقلوبات الدرجات هى $\frac{١}{س} ، \frac{١}{س_٢} ، \frac{١}{س_٣} ، .... ، \frac{١}{س_ن}$

ومتوسط هذه المقلوبات $\frac{\frac{١}{س} + \frac{١}{س_٢} + \frac{١}{س_٣} + ... ، \frac{١}{س_ن}}{ن}$

ويكون الوسط التوافقى هو : $\frac{ن}{\frac{١}{س} + \frac{١}{س_٢} + \frac{١}{س_٣} + ... + \frac{١}{س_ن}}$

أو يمكن القول بأن الوسط التوافقي يساوي عدد الدرجات مقسوماً على مجموع معكوسات الدرجات .

ومثال ذلك إذا كانت لدينا مجموعة الدرجات السابقة : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ فإن معكوس الدرجات هو = $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٥}$

$$\text{والوسط التوافقي} = \frac{\text{عدد الدرجات وهو ٨}}{\frac{١}{٤}+\frac{١}{٩}+\frac{١}{٥}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٧}+\frac{١}{٥}}$$

$$= \frac{٨}{٠,٢٥ + ٠,١١١ + ٠,٢٠ + ٠,٢٥ + ٠,١٦٧ + ٠,١٢٥ + ٠,١٤٣ + ٠,٢٠}$$

$$= \frac{٨}{١,٤٤٦} = ٥,٥٣٣$$

لاحظ أننا استخدمنا ثلاثة أرقام عشرية أثناء حساب الوسط التوافقي لتكون العمليات الحسابية أكثر دقة ، كما نلاحظ أيضاً أن المتوسط الحسابي لهذه الدرجات كان (٦) وهو قريب من قيمة الوسط التوافقي .

وفي حال التوزيعات الملتوية قد نقوم بتحويل الدرجات باستخدام معكوس (مقلوب) الدرجة ($\frac{١}{س}$)

وفي هذه الحالة يكون متوسط الدرجات المحولة ما هو إلا متوسط معكوس الدرجات ،ويكون المتوسط الفعلي للدرجات هو الوسط التوافقي . ومعنى هذا أننا قد نستخدم الوسط التوافقي في حال التوزيعات الملتوية والتي يكون من المناسب معها استخدام معكوس الدرجة ($\frac{١}{س}$) لتحويل التوزيع الملتوي إلى توزيع معتدل .

وفي حال البيانات المبوبة في جداول تكرارية نستخدم نفس الطريقة السابقة لحساب الوسط التوافقي ، ويكون القانون المستخدم هو :

$$\text{الوسط التوافقي (البيانات المبوبة)} = \frac{ت_1 + ت_2 + ت_3 \ldots\ldots\ldots\ldots + ت_ن}{\frac{ت_1}{س_1} + \frac{ت_2}{س_2} + \frac{ت_3}{س_3} + \ldots\ldots + \frac{ت_س}{س_ن}}$$

$$= \frac{\text{مجـ ت}}{\text{مجـ}\left(\frac{ت}{س}\right)}$$

واستخدامات الوسط التوافقي قليلة جداً أو نادرة في العلوم الإنسانية ولذلك فإن كتب الإحصاء لا تهتم به ، ولكننا وضحناه لا ستخدامه في حالة تحويل التوزيعات الملتوية ، كمايستخدم في حالة معدلات التغير في الإحصاء السكاني والارقام القياسية ، وكذلك في حالة المقارنات المتعددة للمتوسطات التي سيأتي ذكرها فيمابعد .

خامساً الوسط الهندسي : Geometric Mean

وهو نوع آخر من المتوسطات ويستخدم في حالة التوزيعات الملتوية ، ولا يستخدم في العلوم الإنسانية . ويستخدم بكثرة في حالة معدلات التغير مثل حساب معدل التغير السكاني بين زمني التعداد ، وكذلك في حالة الارقام القياسية

(أحمد عبادة سرحان ، ١٩٦٨)

والوسط الهندسي هو الجذر النوني لحاصل ضرب مجموعة من الدرجات عددها (ن) والوسط الهندسي = $\sqrt[ن]{س_1 \times س_2 \times س_3 \times \ldots\ldots \times س_ن}$

وإذا افترضنا الدرجات السابقة : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ وعددها ٨

فيكون الوسط الهندسي = $\sqrt[ن]{س_1 \times س_2 \times س_3 \times \ldots\ldots \times س_ن}$

$$= \sqrt[٨]{٤ \times ٩ \times ٥ \times ٤ \times ٦ \times ٨ \times ٧ \times ٥}$$

$= ٥,٧٦$

وهى قيمة قريبة من الوسط التوافقى لنفس الدرجات وهو ٥,٥٣ .

وعادة ما يكون المتوسط الحسابى لمجموعة من البيانات أكبر من الوسط الهندسى ،والوسط الهندسى أكبر من الوسط التوافقى لنفس البيانات (المتوسط الحسابى > الوسط الهندسى > الوسط التوافقى) .

الفصل الرابع

٤

مقاييس التشتت

Measures of Varialbility



الفصل الرابع
مقاييس التشتت

تهتم مقاييس التشتت بالتعرف على مدى إنتشار البيانات أو مدى اختلافها . فعند قياس متغير لمجموعة من الأفراد فإن البيانات تتجمع حول مدى معين من الدرجات أحياناً يكون كبيراً مثل مدى الدخل الذى يصل إلى مئات الآلاف أو صغيراً مثل مدى الفروق فى الطول لمجموعة من طلبة الصف السادس الابتدائى ، والذى قد لا يتعدى ١٥ سم . وهذه الفروق فى البيانات تدل على الفروق بين الأفراد فى مجال العلوم الإنسانية عامة ، ولا يكون وصف البيانات كاملاً بإستخدام المتوسطات ولكن يجب أن يضاف إليها مقياس آخر عن مدى إنتشار أو اختلاف البيانات . وقد فيشر أن مفهوم الاحصاء كدراسة لاختلاف (تباين) البيانات هو نتيجة طبيعة لدراسة عينة من الأفراد كجزء من المجتمع .

فإذا كان متوسط ذكاء مجموعتين من الأفراد هو ١٠٥ فإن هذا لا يعنى أن المجموعتين متشابهتان ، فقد تختلف المجموعتان فى الفروق بين أفراد كل منهما ، بمعنى أنهما يختلفان فى انتشار الدرجات ، وقد تكون إحدى المجموعتين ممثلة للمجتمع بينما تتضمن الأخرى عينة متحيزة .

وسوف نناقش فى هذا الفصل ثلاثة مقاييس للتشتت وهى المدى والإنحراف المعيارى ونصف المدى الربيعى .

المـــدى : Range

كثيراً ما يستخدم المدى كمقياس سريع لمعرفة إنتشار الدرجات ، والمدى هنا هو الفرق بين أعلى وأقل درجة ،وهو بذلك يختلف قليلاً عما ذكرنا من قبل بإضافة واحد إلى الفرق بين أعلى وأقل درجة . وتستخدم معظم البحوث المدى بالإضافة إلى أحد مقاييس النزعة المركزية لوصف البيانات . ففى الدرجات السابق ذكرها : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ، يكون المدى هو ٩ – ٤ = ٥ أما الدرجات ١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ، ١١١ فيكون المدى هو ١١٧ – ١٠٨ = ٩

وتؤثر الدرجات المتطرفة على المدى ، ففي حال وجود درجات متطرفة يمكن إهمال أعلى وأقل درجة ونحسب الفرق بين الدرجتين التاليتين لهما . وفي المثال المذكور آنفاً إذا كانت الدرجات :

١٠٠، ١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ... ، ١١١ ، ١٣٠ مثلاً فيمكن إهمال الدرجتين ١٠٠ ، ١٣٠ لأنهما متطرفتان ولا تصلحان لتحديد المدى ، ونستخدم بدلاً منهما الدرجتين التاليتين لهما (١٠٨ ، ١١٧) لحساب المدى ، وهو ما يسمى في هذه الحالة شبيه المدى . وبصفةعامة فإن المدى (أو شبيه المدى) مقياس سريع لمعرفة تباين أو اختلاف الدرجات .

الانحراف المعياري : Standard Deviation

يعد الانحراف المعياري أدق مقاييس التشتت للدرجات ذات مستوى القياس الفتري أو النسبي ، وهو أكثر استخداماً في البحوث المختلفة . فهو يوضح مدى تشتت (تباين) الدرجات ، فإذا تساوى متوسطي مجموعتين من الدرجات فلا يدل ذلك على تساوي المجموعتين وإنما ننظرإلى الإنحراف المعياري لمعرفة مدى التجانس أو التباين فكلما كان الإنحراف المعياري صغيراً كلما قل تشتت (تباين) الدرجات وزاد تجانسها . وإذا زاد الإنحراف المعياري زاد تشتت الدرجات وقل تجانسها.

ويحسب الانحراف المعياري بعد حساب تباين الدرجات ، حيث أن الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي للتباين ، وتباين مجموعة من الدرجات هو متوسط مجموع مربعات انحراف الدرجات عن متوسطها الحسابي . ولذلك فإن حساب التباين لمجموعة من الدرجات (الفترية أو النسبية) يتم حسب الخطوات التالية :

١ – حساب المتوسط الحسابي للدرجات (م) .

٢ – حساب انحراف كل درجة من الدرجات عن المتوسط الحسابي ح = س – م ، لاحظ أن مجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي يساوي الصفر وهو أحد خواص المتوسط الحسابي.

٣ – تربيع الانحرافات وجمعها فينتج مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي (مجـ ح^{٢}).

٤ – نقسم مجموع مربعات الانحرافات على عدد الدرجات فينتج التباين

$$ع^2 = \frac{مجـ ح^2}{ن}$$ حيث $ع^2$ ترمز للتباين .

٥ – لحساب الانحراف المعيارى نوجد الجذر التربيعى للتباين $\sqrt{\frac{مجـ ح^2}{ن}}$

ويرمز للانحراف المعيارى بالرمز ع حيث $ع = \sqrt{\frac{مجـ ح^2}{ن}}$

مثال (١) : إذا فرضنا مجموعة من الدرجات هى : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ومتوسطها $\frac{٤٨}{٨} = ٦$ والتى يمكن تنظيمها بالجدول التالى :

جدول (٤ – ١) لحساب الانحراف المعيارى

مسلسل	الدرجات (س)	الانحرافات ح = س – م	مربعات الانحرافات $ح^2$
١	٤	٤ – ٦ = – ٢	٤
٢	٩	٩ – ٦ = + ٣	٩
٣	٥	٥ – ٦ = –١	١
٤	٤	٤ – ٦ = –٢	٤
٥	٦	٦ – ٦ = صفر	صفر
٦	٨	٨ – ٦ = + ٢	٤
٧	٧	٧ – ٦ = + ١	١
٨	٥	٥ – ٦ = –١	١
المجموع	٤٨	صفر	٢٤

ويكون التباين $(ع^2) = \frac{مجـ ح^2}{ن} = \frac{٢٤}{٨} = ٣$.

والانحراف المعيارى $ع = \sqrt{\frac{مجـ ح^٢}{ن}} = \sqrt{\frac{٢٤}{٨}} = \sqrt{٣} = ١,٧٣$

مثال (٢) : إذا استخدمنا الدرجات التالية :

١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ، ١١١ ،

والتى متوسطها = $\frac{١١٢٥}{١٠} = ١١٢,٥$

فيتم حساب الانحراف المعيارى كما يلى :

جدول (٤ – ٢) لحساب الانحراف المعيارى

مسلسل	الدرجات (س)	الانحرافات ح = س – م	مربعات الانحرافات $ح^٢$
١	١١٢	١١٢ – ١١٢,٥ = ٠,٥	٠,٢٥
٢	١٠٩	١٠٩–١١٢,٥ = –٣,٥	١٢,٢٥
٣	١١٤	١,٥+	٢,٢٥
٤	١١٧	٤,٥ +	٢٠,٢٥
٥	١٠٨	٤,٥ –	٢٠,٢٥
٦	١١٥	٢,٥ +	٦,٢٥
٧	١١٠	٢,٥ –	٦,٢٥
٨	١١٣	٠,٥ +	٠,٢٥
٩	١١٦	٣,٥ +	١٢,٢٥
١٠	١١١	١,٥ –	٢,٢٥
المجموع	١١٢٥	صفر	٨٢,٥٠

ويكـون التبـاين $ع^٢ = \frac{مجـ ح^٢}{ن} = \frac{٨٢,٥٠}{١٠} = ٨,٢٥$

والانحراف المعيارى $ع = \sqrt{٨,٢٥} = ٢,٨٧$

ويلاحظ من المثال السابق أن العمليات الحسابية أصعب قليلا من المثال الأول بسبب وجود أرقام عشرية فى المتوسط الحسابى (١١٢,٥) وتكون العمليات الحسابية أكثر تعقيدا بزيادة الأرقام العشرية . فإذا كان المتوسط الحسابى لمجموعة من الدرجات ١٥,٤٣٣ ، فإن الانحرافات سوف تحتوى على ثلاثة أرقام عشرية ، أما مربعاتها فسوف تحتوى على ستة أرقام عشرية ، وبذلك تتعقد العمليات الحسابية مما يتطلب وجود طريقة أخرى أيسر إستخداماً .

حساب الانحراف المعياري من الدرجات العادية :

وللتغلب على العمليات الحسابية المذكورة آنفا فيتم اتباع الخطوات التالية :

١ – نحسب مجموع الدرجات (مجـ س) ومتوسطها الحسابى (م) .

٢ – نحسب مربع الدرجات ($س^2$) ونوجد مجموعها (مجـ $س^2$) .

٣ – تحسب التباين $ع^2$ بإستخدام القانون التالى :

$$ع^2 = \frac{مجـ\ س^2}{ن} - م^2 \qquad أو\ ع^2 = \frac{مجـ\ س^2 - م\ مجـ\ س}{ن}$$

وهذا القانون المذكور هو اختصار رياضى للقانون $ع^2 = \frac{مجـ\ ح^2}{ن}$

حيث أن $ح^2 = (س - م)^2$

$$فإن\ ع^2 = \frac{مجـ\ (س - م)^2}{ن} = \frac{مجـ\ س^2 - ٢\ م\ مجـ\ س + مجـ\ م^2}{ن}$$

$$وبالتالى\ تكون\ ع^2 = \frac{مجـ\ س^2 - ٢\ م\ مجـ\ س + ن\ م^2}{ن}$$

وحيث أن مجـ س = م × ن فإن :

$$ع^2 = \frac{مجـ\ س^2 - ٢\ م\ مجـ\ س + م\ مجـ\ س}{ن}$$

$$ع^2 = \frac{مجـ\ س^2 - م\ مجـ\ س}{ن}$$

$$ع^2 = \frac{مجـ\ س^2}{ن} - \frac{م(مجـ\ س)}{ن}$$

$$= \frac{مجـ\ س^2}{ن} - م^2$$

وتطبيق هذا القانون على بيانات المثال الأول تكون كما يلى : الدرجات (س) هى ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦، ٨ ، ٧ ، ٥ ومجموعها ٤٨ .

ومربعات الدرجات ($س^2$) هى : ١٦ ، ٨١ ، ٢٥ ، ١٦ ، ٣٦ ، ٦٤ ، ٤٩ ، ٢٥ ومجموعها ٣١٢ والمتوسط الحسابى $(م) = \frac{مجـ\ س}{ن} = \frac{٤٨}{٨} = ٦$

$$ع^2 = \frac{مجـ\ س^2 - م\ مجـ\ س}{ن} = \frac{٣١٢ - ٦ \times ٤٨}{٨}$$

$$ع^2 = \frac{٣١٢ - ٦ \times ٤٨}{٨}$$

$$ع^2 = \frac{٢٤}{٨} = ٣$$

لاحظ أن هذا الكسر يساوى $\frac{مجـ\ ح^2}{ن}$ وهى نفس القيمة السابق الحصول عليها والانحراف المعيارى $ع = \sqrt{٣} = ١,٧٣$

أما تطبيق هذا القانون على بيانات المثال الثانى فتكون على النحو التالى :

جدول رقم (٤ - ٣) لحساب الانحراف المعيارى

مسلسل	الدرجات (س)	مربعات الدرجات ($س^٢$)
١	١١٢	١٢٥٤٤
٢	١٠٩	١١٨٨١
٣	١١٤	١٢٩٩٦
٤	١١٧	١٣٦٨٩
٥	١٠٨	١١٦٦٤
٦	١١٥	١٣٢٢٥
٧	١١٠	١٢١٠٠
٨	١١٣	١٢٧٦٩
٩	١١٦	١٣٤٥٦
١٠	١١١	١٢٣٢١
المجموع	١١٢٥	١٢٦٦٤٥

والمتوسط الحسابى (م) = $\frac{١١٢٥}{١٠}$ = ١١٢,٥

التباين $ع^٢$ = $\frac{مجـ\ س^٢ - م\ مجـ\ س}{ن}$

= $\frac{١٢٦٦٤٥ - ١١٢,٥\ (١١٢٥)}{١٠}$

$ع^٢$ = $\frac{٨٢,٥}{١٠}$ وهى نفس القيم السابقة $\frac{(مجـ\ ح^٢)}{ن}$

$ع^٢$ = ٨,٢٥ وهى نفس القيمة السابق الحصول عليها

ويكون الانحراف المعيارى = $\sqrt{٨,٢٥}$ = ٢,٨٧

وقد نلاحظ أن العمليات الحسابية في جدول رقم (٤ – ٣) أكثر تعقيدا وبالطبع يمكن اختصار ذلك إذا وضحنا خصائص الانحراف المعياري.

الانحراف المعياري لمجموعتين :

إذا توفر لنا الانحراف المعياري لمجموعتين $ع_1$ ، $ع_2$ ونود حساب الانحراف المعياري المشترك للمجموعتين ، فيتم ذلك باستخدام القانون التالي :

$$\text{الانحراف المعياري المشترك} (ع) = \sqrt{\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2}}$$

خصائص الانحراف المعياري :

١ – لا يتأثر الانحراف المعياري بإضافة (أو طرح) مقدار ثابت من الدرجات ، بنيما يتأثر المتوسط الحسابي بنفس القيمة الاضافة (أو الطرح) . فإذا اعتبرنا المثال الأول ودرجاته هي : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ وأضفنا مقدار ثابت لكل درجة وهو (١٠) فتصبح الدرجات : ١٤ ، ١٩ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ، ١٧ ، ١٥ ومتوسها ١٦ .

وتكون الانحرافات عن المتوسط هي : (١٤ – ١٦) ، (١٩ – ١٦) ، (١٥ ـ ١٦) ، (١٤ – ١٦) ، وهي : –٢ ، +٣ ، –١ ، –٢ ، صفر ، +٢ ، +١ ، –١ ومجموعها صفر ومجموع مربعات هذه الانحرافات

= ٤ + ٩ + ١ + ٤ + صفر + ٤ + ١ + ١ = ٢٤ والانحراف

$$\text{المعياري} = \sqrt{\frac{مجـ ح^2}{ن}} = \sqrt{\frac{٢٤}{٨}} = \sqrt{٣} = ١,٧٣$$

وهي نفس القيمة السابق الحصول عليها .

أما إذا أخذنا المثال الثاني حيث الدرجات هي :

١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ، ١١١ فإذا طرحنا ١٠٠ من كل درجة تصبح الدرجات :

١٢ ، ٩ ، ١٤ ، ١٧ ، ٨ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ١١ ومتوسطها = ١٢,٥ وانحرافاتها عن المتوسط هي : ٠,٥ ، –٣,٥ ، +١,٥ ، +٤,٥ ، –٤,٥ ، +٢,٥ ، –٢,٥ ، +٣,٥ ، –١,٥ ومجموعها يساوي الصفر.

أما مجموع مربعاتها = ٠,٢٥ + ١٢,٢٥ + ٢,٢٥ + ٢٠,٢٥ + ٠٠٠ + ٢,٢٥ = ٨٢,٥٠ ويكون الانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{٨٢,٥}{١٠}} = \sqrt{٨,٢٥} = ٢,٨٧$

وهى نفس القيمة التى سبق الحصول عليها

لاحظ أن المتوسط الحسابى يتأثر بالإضافة (أو الطرح) بنفس المقدار الثابت.

٢ – أما الخاصية الثانية فهى أن ضرب الدرجات فى (أو قسمتها على) مقدار ثابت ينتج عنه ضرب الانحراف المعيارى فى (أو قسمته على) نفس المقدار الثابت . ولهذه الخاصية كما لسابقتها إثبات رياضى لكننا سنقتصر على المثال فقط . فإذا ضربنا درجات المثال الأول فى خمسة فتصبح الدرجات كما يلى :-

٥×٥، ٥×٧، ٥×٨، ٥×٦ ، ٥×٤، ٥×٥، ٥×٩، ٥×٤

٢٥، ٣٥ ، ٤٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٤٥، ٢٠

ومجموع هذه الدرجات = ٤٨ × ٥ = ٢٤٠

والمتوسط الحسابى $\frac{٢٤٠}{٨} = ٣٠$

ويعنى هذا أن المتوسط الحسابى تغير من ٦ إلى ٣٠، أى بالضرب فى نفس المقدار الثابت. وتصبح انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابى كما يلى : (٢٠–٣٠)، (٤٥–٣٠)، (٢٥–٣٠)، (٢٠–٣٠)، (٢٠–٣٠)، ....، (٢٥–٣٠)

وهى –١٠ ، ١٥ ، –٥ ، –١٠ ، صفر ١٠ ، ٥ ، –٥ ومجموعها = صفر

ومربعات الانحرافات : ١٠٠ ، ٢٢٥ ، ٢٥ ، ١٠٠ ، صفر ، ١٠٠ ، ٢٥

ومجموعها = ٦٠٠ والانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{٦٠٠}{٨}} = \sqrt{٧٥} = ٥ \times \sqrt{٣}$

= ٥ × ١,٧٣٢ = ٨,٦٦ ومن الواضح أن النتيجة هى ضرب الانحراف المعيارى السابق الحصول عليه فى نفس المقدار الثابت (وهو ٥) .

٣ – يتأثر الانحراف المعيارى بالقيم المتطرفة مثل المتوسط الحسابى . فإذا كانت أحد درجات المثال السابق متطرفة مثلا الدرجة ٩ أصبحت ١٩ فإن الانحراف

المعيارى تصبح قيمته كما يلي :

الدرجات : ٤ ، ١٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ متوسطها = $\frac{٥٨}{٨}$ = ٧,٢٥

الانحــرافــات : – ٣,٢٥ ، ١١,٧٥ ، –٢٥ ، –٣,٢٥ ، –٠,٧٥ ، ٠,٢٥ ، –٠,٢٥ –٠ ، ٢,٢٥ ومــربعــات الانحــرافــات = ١٠,٥٦٢٥ + ١٣٨,٠٦٢٥ + ٥,٠٦٢٥ + ١٠,٦٢٥ + ٠,٥٦٢٥ + ٠,٠٦٢٥ + ٠,٠٦٢٥ + ٥,٠٦٢٥ =١٧٠,٠٠٠٠

ويكون الانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{١٧٠}{٨}}$ = $\sqrt{٢١,٢٥}$ = ٤,٦١

ويلاحظ أن قيمة الانحراف المعيارى للدرجات تغيرت من ١,٧٣ إلى ٤,٦١ ، كما أن المتوسط الحسابى تغير من ٦ إلى ٧,٢٥.

٤ – قيمة الانحراف المعيارى لمجموعة من الدرجات أقل من متوسطها الحسابى وفى حال التوزيع الاعتدالي للدرجات يكون المتوسط أكبر من ثلاثة أمثال الانحراف المعيارى . وكلما قلت النسبة عن ذلك أدت إلى التواء في توزيع الدرجات (وسوف نتحدث عن التواء التوزيع فى هذا الفصل) .

أما إذا كان الانحراف المعيارى اكبر من المتوسط الحسابى فهذا دليل أكيد على التواء التوزيع . ويلاحظ أيضا أن مدى الدرجات فى التوزيع الاعتدالى يساوى ستة أمثال الانحراف المعيارى ، أما التوزيعات الأخرى (غير الاعتدالية) فيكون الانحراف المعيارى على الأقل نصف المدى إلا إذا لم يكن هنالك تشتت للدرجات (Sprinthall,1994: 54) .

حساب الانحراف المعياري للبيانات المبوبة :

يتم عادة حساب الانحراف المعيارى للدرجات (الفترية أو النسبية) فى البحوث كما سبق أن وضحنا ، اما كانت البيانات المتاحة فى شكل جدول توزيع تكرارى فيمكن حساب الانحراف المعيارى للتوزيع بأحد الطرق التالية :

أولا : طريقة مراكز الفئات :

نستخدم فى هذه الطريقة مراكز الفئات فى حساب الانحراف المعيارى ، وهى تعد الطريقة العادية لحساب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى . حيث نفترض فى هذه الطريقة أن تكرارات كل فئة تتساوى فى الدرجة مع مركز الفئة ،

وبالتالي فإن حاصل ضرب التكرارات فى مراكز الفئات يؤدى إلى المجموع الكلى للدرجات والذى استخدمناه من قبل فى حساب المتوسط الحسابى . وسوف نستخدم هذه الطريقة أيضا لحساب الانحراف المعيارى .

وإذا اعتبرنا جدول التوزيع التكرارى رقم (٢ – ٧) فاننا نتبع الخطوات التالية لحساب الانحراف المعيارى بطريقة مراكز الفئات .

١ – نحدد مركز كل فئة من فئات التوزيع (س).

٢ – نضرب مركز كل فئة فى تكرارتها (س × ت) ثم نحسب المتوسط الحسابى للتوزيع .

٣ – نضرب حواصل الضرب فى مركز كل فئة فينتج (س × س ت = س^{٢} ت).

٤ – نجمع المربعات (مجـ س٢ ت) ثم نطبق القانون التالى لحساب التباين :

$$ع^{٢} = \frac{\text{مجـ س}^{٢}\text{ ت} - \text{م مجـ س ت}}{\text{مجـ ت}} \quad \text{أو} \quad \left(\frac{\text{مجـ س}^{٢}\text{ ت}}{\text{مجـ ت}} - \text{م}^{٢} \right)$$

٥ – نحسب الانحراف المعيارى وهوالجذر التربيعى للتباين ع.

جدول (٤ – ٤) لحساب الانحراف المعيارى بطريقة مراكز الفئات

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س × ت	س^{٢} × ت
٥٣–	٢	٥٥	١١٠=٥٥×٢	٦٠٥٠=١١٠×٥٥
٥٧–	٢	٥٩	١١٨	٦٩٦٢
٦١–	٣	٦٣	١٨٩	١١٩٠٧
٦٥–	٣	٦٧	٢٠١	١٣٤٦٧
٦٩–	٤	٧١	٢٨٤	٢٠١٦٤
٧٣–	٥	٧٥	٣٧٥	٢٨١٢٥
٧٧–	٧	٧٩	٥٥٣	٤٣٦٨٧
٨١–	٦	٨٣	٤٩٨	٤١٣٣٤

-٨٥	٣	٨٧	٢٦١	٢٢٧٠٧
-٨٩	٣	٩١	٢٧٣	٢٤٨٤٣
٩٣-٩٧	٢	٩٥	١٩٠	١٨٠٥٠
المجموع	٤٨		٣٠٥٢	٢٣٧٢٩٦

ويكون المتوسط الحسابى = $\frac{\text{مجـ س ت}}{\text{مجـ ت}} = \frac{٣٠٥٢}{٤٠} = ٧٦,٣$

والتباين = $\frac{\text{مجـ س}^٢ - \text{م مجـ س ت}}{\text{مجـ ت}}$

$= \frac{٢٣٧٢٩٦ - ٣٠٥٢ \times ٧٦,٣}{٤٠}$

$= \frac{٢٣٧٢٩٦ - ٢٣٢٨٦٧,٦}{٤٠}$

$= \frac{٤٤٢٨,٤}{٤٠}$

$\text{ع}^٢ = ١١٠,٧١$

أو $\text{ع}^٢ = \frac{\text{مجـ س}^٢ \text{ ت}}{\text{مجـ ت}} - \text{م}^٢$

$= \frac{٢٣٧٢٩٦}{٤٠} - (٧٦,٣)^٢$

$= ٥٩٣٢,٤ - ٥٨٢١,٦٩$

$= ١١٠,٧١$

والانحراف المعيارى ع = $\sqrt{١١٠,٧١} = ١٠,٥٢$

ثانيا طريقة الانحرافات عن المتوسط الحسابى:

يمكن حساب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى عن طريق انحراف الدرجات عن المتوسط الحسابى ، أو عن طريق انحراف الدرجات عن وسط فرضى (مثل حساب المتوسط الحسابى باستخدام الوسط الفرضى) .

فإذا اعتبرنا جدول التوزيع التكرارى السابق ، فيمكن حساب الانحراف المعيارى عن طريق انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابى باتباع الخطوات

التالية :

١ – نحدد مركز كل فئة (س)

٢ – نضرب مركز كل فئة فى تكراراتها (س ت) ثم نحسب المتوسط الحسابى .

٣ – نحسب انحرافات مراكز الفئات عن المتوسط الحسابى (س – م)

٤ – نربع انحرافات مراكز الفئات عن متوسط الحسابى $(س - م)^٢$

٥ – نضرب مربعات انحرافات مراكز الفئات عن المتوسط الحسابى فى تكرارتها $(س - م)^٢ ت$.

٦ – نوجد مجموع مربعات انحرافات الدرجات [$مجـ (س - م)^٢ ت$] ثم نحسب

$$التباين\ ع^٢ = \frac{مجـ (س - م)^٢\ ت}{مجـ\ ت}$$

٧ – نحسب الانحراف المعيارى وهو الجذر التربيعى للتباين $\sqrt{\frac{مجـ (س - م)^٢\ ت}{مجـ\ ت}}$

ويوضح جدول (٤ – ٥) العمليات الحسابية الموضحة بالخطوات الخمس الأولى .

جدول (٤ – ٥) لحساب الانحراف المعيارى

بإستخدام الانحرافات عن المتوسط الحسابى .

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س × ت	الانحراف عن المتوسط (س–م)	$(س-م)^٢$	$(س - م)^٢ ت$
٥٣–	٢	٥٥	١١٠	٥٥–٧٦,٣= –٢١,٣	٤٥٣,٦٩	٩٠٧,٣٨
٥٧–	٢	٥٩	١١٨	–١٧,٣	٢٩٩,٢٩	٥٩٨,٥٨
٦١–	٣	٦٣	١٨٩	–١٣,٣	١٧٦,٨٩	٥٣٠,٦٧
٦٥–	٣	٦٧	٢٠١	–٩,٣	٨٦,٤٩	٢٥٩,٤٧
٦٩–	٤	٧١	٢٨٤	–٥,٣	٢٨,٠٩	١١٢,٣٦
٧٣–	٥	٧٥	٣٧٥	–١,٣	١,٦٩	٨,٤٥
٧٧–	٧	٧٩	٥٥٣	+٢,٧	٧,٢٩	٥١,٠٣
٨١–	٦	٨٣	٤٩٨	+٦,٧	٤٤,٨٩	٢٦٩,٣٤
٨٥–	٣	٨٧	٢٦١	+١٠,٧	١١٤,٤٩	٣٤٣,٤٧
٨٩–	٣	٩١	٢٧٣	+١٤,٧	٢١٦,٠٩	٦٤٨,٢٧
٩٣–٩٧	٢	٩٥	١٩٠	+١٨,٧	٣٤٩,٦٩	٦٩٩,٣٨
المجموع	٤٠		٣٠٥٢	صفر		٤٤٢٨,٤

التباين = $\frac{\text{مجـ}(\text{س}-\text{م})^{٢}\text{ت}}{\text{مجـ ت}} = \frac{٤٤٢٨,٤}{٤٠} = ١١٠,٧١$ (وهى نفس النتيجة السابقة)

ع = $\sqrt{١١٠,٧١} = ١٠,٥٢$

ثالثا : طريقة الانحرافات عن وسط فرضى :

سبق استخدام طريقة الانحرافات عن وسط فرضى لحساب المتوسط الحسابى لجدول توزيع تكرارى . وهنا نطبق نفس الطريقة لحساب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى الموضح آنفا . وتعتمد هذه الطريقة على خطوات مشابهة للخطوات المذكورة فى الطريقة السابقة ونوضحها فيما يلى:

١ – نحدد مركز كل فئة (س)

٢ – نختار وسطا فرضيا (و ف) ويفضل أن يكون مركز الفئة المقابل لاكبر تكرار.

٣ – نطرح الوسط الفرضى من مراكز الفئات للحصول على الانحرافات ح = س–وف

٤ – نضرب انحراف كل فئة عن الوسط الفرضى فى تكراراتها (ح ت) ونحسب مجموعها.

٥ – نحسب متوسط الانحرافات م ح ويساوى $\frac{\text{مجـ ح ت}}{\text{مجـ ت}}$

٦ – نضرب مربع انحراف كل فئة عن الوسط الفرضى فى تكراراتها ($\text{ح}^{٢}$ ت) ونحسب مجموعها .

٧ – نحسب التباين باستخدام القانون

$$\text{ع}^{٢} = \frac{\text{مجـ ح}^{٢}\text{ ت} - \text{م ح مجـ ح ت}}{\text{مجـ ت}}$$ حيث م ح متوسط الانحرافات

$$\text{أو ع}^{٢} = \frac{\text{مجـ ح}^{٢}\text{ ت}}{\text{مجـ ت}} - (\text{م ح})^{٢}$$

جدول رقم (٤ – ٦) لحساب الأنحراف المعيارى
باستخدام الأنحرافات عن وسط فرضي.

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	الانحراف عن الوسط الفرضي (ح)	ح × ت	ح^2 × ت
٥٣-	٢	٥٥	– ٢٤	– ٤٨	١١٥٢
٥٧-	٢	٥٩	– ٢٠	– ٤٠	٨٠٠
٦١-	٣	٦٣	– ١٦	– ٤٨	٧٦٨
٦٥-	٣	٦٧	– ١٢	– ٣٦	٤٣٢
٦٩-	٤	٧١	– ٨	– ٣٢	٢٥٦
٧٣-	٥	٧٥	–٤	– ٢٠	٨٠
٧٧-	٧	٧٩	صفر	صفر	صفر
٨١-	٦	٨٣	+ ٤	٢٤	٩٦
٨٥-	٣	٨٧	+ ٨	٢٤	١٩٢
٨٩-	٣	٩١	+ ١٢	٣٦	٤٣٢
٩٣-٩٧	٢	٩٥	+ ١٦	٣٢	٥١٢
المجموع	٤٠			–٢٢٤ +١١٦ –١٠٨	٤٧٢٠

متوسط الانحرافات عن الوسط الفرضى (م ح) = $\frac{-١٠٨}{٤٠}$ = – ٢,٧

ويمكن حساب المتوسط الحسابى وهو = الوسط الفرضى + م ح

= ٧٩ – ٢,٧ = ٧٦,٣

والتباين = $\frac{\text{مجـ ح}^2 \text{ ت} - \text{م ح مجـ ت}}{\text{مجـ ت}}$ أو ع^2 = $\frac{\text{مجـ ح}^2 \text{ ت}}{\text{مجـ ت}}$ – (م ح)^2

ع^2 = $\frac{٤٧٢٠ - (-٢,٧)(-١٠٨)}{٤٠}$ ع^2 = $\frac{٤٧٢٠}{٤٠}$ – (–٢,٧)^2

$$= \frac{٤٧٢٠ - ٢٩١,٦}{٤٠}$$

$$ع^٢ = ١١٠,٧١$$

$$ع^٢ = ١١٠,٧١$$

ويكون الانحراف المعيارى ع = $\sqrt{١١٠,٧١}$ = ١٠,٥٢

رابعا : طريقة الانحرافات المختصرة :

سبق الحديث عن استخدام طريقة الانحرافات المختصرة فى حساب المتوسط الحسابى للتوزيع التكرارى ، ونستخدم نفس الطريقة لحساب الأنحراف المعيارى فى حال التوزيع التكرارى ذو الفئات متساوية الطول . وما يلى موجز خطوات حساب الأنحراف المعيارى بهذه الطريقة :

١ – نحدد مركز كل فئة (س)

٢ – نختار وسطا فرضيا (مركز المقابل لأكبر تكرار)

٣ – نطرح الوسط الفرضى من مركز كل فئة فتنتج الانحرافات (ح)

٤ – نقسم الانحرافات على طول الفئة (فى حالة الفئات متساوية الطول) فتنتج الانحرافات المختصرة (حَ) .

٥– نحسب حاصل ضرب الانحرافات المختصرة فى تكرارات الفئات (حَ ت) ونجمعها

٦–نضرب الانحرافات المختصرة (حَ) فى حاصل الضرب (حَ ت) لكل فئة فينتج (حَ^{٢} ت) لكل الفئات .

٧ – نطبق القانون لحساب التباين ثم الأنحراف المعيارى .

$$\text{التباين } ع^٢ = \frac{(\text{مجـ } ح'^٢ - م ح' \text{ مجـ } ح' \text{ ت})}{\text{مجـ ت}} \times ل^٢$$

$$\text{أو} \quad ع^٢ = \left[\frac{\text{مجـ } ح'^٢ \text{ت}}{\text{مجـ ت}} - (م ح')^٢ \right] \times ل^٢$$

حيث م حَ هو متوسط الأنحرافات المختصرة، ل٢ مربع طول الفئة وفيما يلى تطبيق هذه الطريقة على جدول التوزيع التكرارى المستخدم فى الطريقة السابقة

جدول (٤ – ٧) لحساب الانحراف المعيارى
باستخدام الأنحرافات المختصرة

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	الانحراف عن الوسط الفرضى (ح)	الانحرافات المختصرة (حَ)	حَ × ت	حَ٢ × ت
٥٣–	٢	٥٥	– ٢٤	–٦	–٦ × ٢ = – ١٢	٧٢
٥٧–	٢	٥٩	– ٢٠	–٥	–٥ × ٢ = – ١٠	٥٠
٦١–	٣	٦٣	– ١٦	–٤	– ١٢	٤٨
٦٥–	٣	٦٧	– ١٢	–٣	– ٩	٢٧
٦٩–	٤	٧١	– ٨	–٢	– ٨	١٦
٧٣–	٥	٧٥	–٤	–١	– ٥	٥
٧٧–	٧	٧٩	صفر	صفر	صفر	صفر
٨١–	٦	٨٣	+ ٤	+١	+ ٦	٦
٨٥–	٣	٨٧	+ ٨	+٢	+ ٦	١٢
٨٩–	٣	٩١	+ ١٢	+٣	+ ٩	٢٧
٩٣–٩٧	٢	٩٥	+ ١٦	+٤	+ ٨	٣٢
المجموع	٤٠				– ٥٦ + ٢٩ – ٢٧	٢٩٥

ثم نحسب متوسط الانحرافات المختصرة (م حَ) $= \frac{\text{مجـ حَ ت}}{\text{مجـ ت}} = \frac{٢٧}{٤٠} = ٠,٦٧٥$

وبالتالى يكون المتوسط الحسابى = وف + م حَ × ل = ٧٩ + (– ٠,٦٧٥) × ٤

= ٧٩ – ٢,٧ = ٧٦,٣

$$\text{والتباين} = \frac{\text{مجـ ح}^2\text{ت} - \text{م ح مجـ ح ت}}{\text{مجـ ت}} \times \text{ل}$$

$$= \frac{16 \times [295 - 18{,}225]}{40}$$

$$= \frac{16 \times 276{,}775}{40}$$

$$\text{ع}^2 = \frac{4428{,}4}{40} = 110{,}71$$

$$\text{ع}^2 = \sqrt{110{,}71} = 10{,}52$$

$$\text{أو} \left[\frac{\text{مجـ ح}^2\text{ت}}{\text{مجـ ت}} - (\text{م ح})^2 \right] \times \text{ل}^2$$

$$= 16 \times \{7{,}375 - 0{,}456\}$$

$$= 16 \times 6{,}919$$

$$\text{ع}^2 = 110{,}70$$

$$\text{ع}^2 = \sqrt{110{,}70} = 10{,}52$$

وهي نفس القيمة التي سبق الحصول عليها

لاحظ أنه يمكن اختصار الخطوتين ٣ ، ٤ في حساب الانحراف المعياري بطريقة الانحرافات المختصرة كما حدث مع حساب المتوسط الحسابي في الفصل السابق ، ويتم ذلك بإختيار الوسط الفرضي (٧٩ مثلاً) ولا نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي وإنما نحسب الانحرافات المختصرة مباشرة (ح) بكتابة صفر أمام الوسط الفرضي وفي عمود الانحرافات المختصرة ، ثم نكتب -١ ، -٢ ، ...... وهكذا أعلى الصفر ، ونكتب +١ ، + ٢ ، ... وهكذا أسفله فتكون هي الانحرافات المختصرة . وهي في الحقيقة ناتجة عن حساب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي ثم قسمة هذه الانحرافات على طول الفئة . ونشير مرة أخرى أن هذه الطريقة لا تصلح مع جدوال التوزيع التكراري المختلفة في طول الفئة ، بمعنى أن طول الفئة الأولى (أو غيرها) لا يساوي طول فئة أخرى بالجدول فإختلاف طول أي فئة بالجدول التكراري يؤدي إلى فئات غير متساوية الطول.

ونشير أيضا إلى أن حساب الانحراف المعياري من جداول التوزيع التكراري يؤدي إلى نتيجة غير دقيقة(كما أشرنا في حالة المتوسط الحسابي) مما

أدى إلى اقتراح شيبرد sheppard معامل للتصحيح للانحراف المعياري . وهو طرح $ل^{٢}$ من قيمة التباين المحسوب من الجدول التكراري حتى نحصل على تقدير اكثر دقة للانحراف المعياري المحسوب لنفس الدرجات الأصلية قبل وضعها في جدول توزيع تكراري .

وننصح الباحثين بعدم استخدام جداول التوزيع التكراري لحساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت إلا في حالة عدم توافر بيانات فعلية .

وإذا طبقنا معامل التصحيح لتقدير الانحراف المعياري لبيانات التوزيع التكراري المذكور نحصل على :

$$\text{الانحراف المعياري (المصحح)} = \sqrt{١١٠,٧١ - \frac{(٤)^{٢}}{١٢}}$$

$$= \sqrt{١١٠,٧١ - ١,٣٣} = \sqrt{١٠٩,٣٨}$$

وتكون ع = ١٠,٤٦

تقدير الانحراف المعياري للمجتمع :

سبق توضيح طريقة حساب الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات (الفترية أو النسبية) ،وهو يعد مقياسا للتشتت لعينة الدرجات المستخدمة .

أما إذا رغبنا في معرفة الانحراف المعياري للمجتمع فإننا نستخدم مفهوم درجات الحرية في حسابه (وهي عدد مفردات العينة ناقصا عدد القيود وهو المتوسط الحسابي لأننا نحسب الانحرافات عن المتوسط الحسابي)

وقد ثبت رياضيا أن الانحراف المعياري للعينة يعد تقديرا متحيزا للانحراف المعياري للمجتمع . ومعنى هذا اننا نستخدم درجات الحرية (ن – ١) بدلا من حجم العينة (ن) في حساب الانحراف المعياري الذي يعد مقياسا لتشت الدرجات في المجتمع .

ويصبح القانون المستخدم لتقدير الانحراف المعياري للمجتمع هو:

$$ع\ (\text{للمجتمع}) = \sqrt{\frac{مجـ\ ح^{2}}{ن - 1}} = \sqrt{\frac{مجـ\ س^{2} - م\ مجـ\ س}{ن - 1}}$$ للدرجات العادية

$$أو\ ع\ (\text{للمجتمع}) = \sqrt{\frac{مجـ\ ح^{2}\ ت}{مجـ\ ت - 1}} = \sqrt{\frac{مجـ\ ح^{2}\ ت - م\ ح\ مجـ\ ح\ ت}{مجـ\ ت - 1}}$$

للبيانات المبوبة.

ويكون الانحراف المعياري (للمجتمع) من التوزيع التكراري السابق (جدول ٤-٧)

$$هو\ ع = \sqrt{\frac{٤٤٢٨,٤}{٤٠ - ١}} = \sqrt{\frac{٤٤٢٨,٤}{٣٩}} = \sqrt{١١٣,٥٥} = ١٠,٦٦$$

ويستخدم الانحراف المعياري عند المقارنة بين المجموعات، كما يستخدم لتعرف مدى انتشار ظاهرة اجتماعية باستخدام المتوسط ± ٢ع (أو ١ ع) حسب الظاهرة وشكل التوزيع التكراري للدرجات.

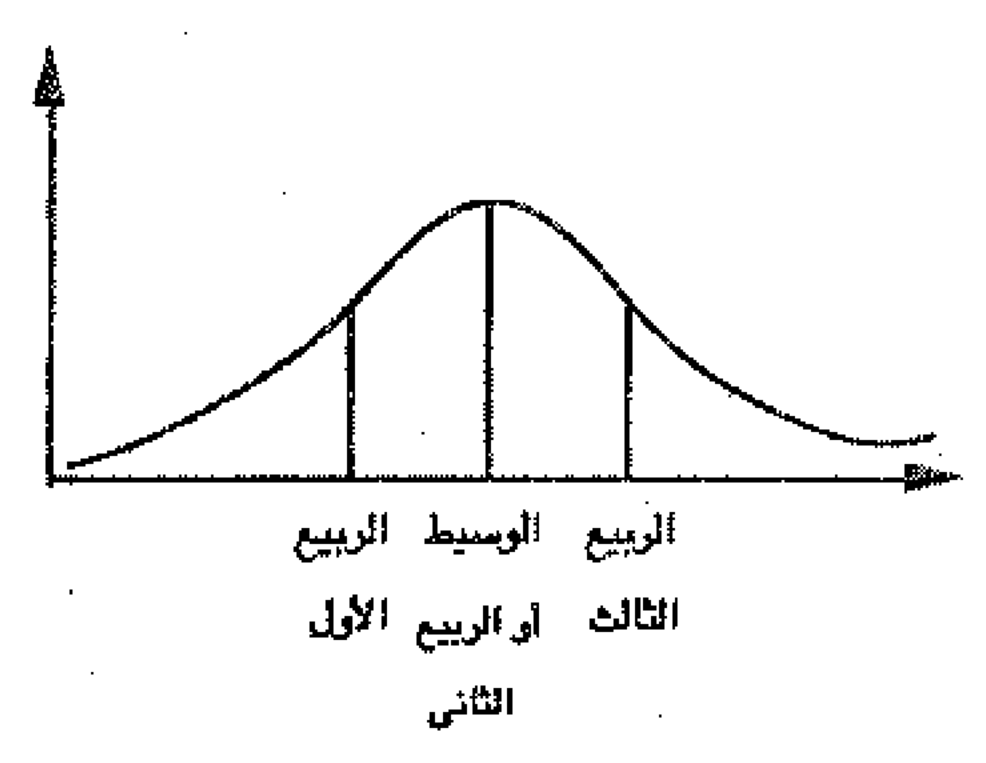
نصف المدى الربيعي: Semi-Interquartile Range

يعد نصف المدى الربيعي أحد مقاييس التشتت التي تستخدم في حالة التوزيعات الملتوية. والمدى الربيعي هو امتداد للمدى الذي وضحناه من قبل، فقد ذكرنا أنه في حالة الدرجات المتطرفة يمكن حساب المدى بعد حذف الدرجات المتطرفة. وقد يكون هناك أكثر من درجة متطرفة، مما أدى إلى استخدام البعض لحساب شبيه المدى بحذف ١٠٪ من الدرجات المرتفعة و١٠٪ من الدرجات المنخفضة، ويسمى هذا بالمدى المئيني وهو الفرق بين الدرجتين اللتين تمثلان ٩٠٪، ١٠٪، وتطبق نفس الفكرة مع المدى الربيعي حيث أن المدى الربيعي هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول للتوزيع.

والربيع الثالث هو الدرجة التى يمكن استخدامها فى تقسيم التوزيع إلى قسمين أحدهما هو الربع الأعلى من الدرجات والثانى هو الثلاثة أرباع الأولى . والربيع الأول هو الدرجة التي يمكن استخدامها في تقسيم التوزيع إلى قسمين أحدهما هو الربع الأدنى والثانى هو الثلاثة أرباع الأعلى . كما يعد الوسيط هو الربيع الثاني ، وهو الدرجة التى تستخدم فى تقسيم التوزيع إلى قسمين متساويين كل منهما يمثل ٥٠٪ من التوزيع .

وأحيانا نستخدم مصطلح الأرباعي الأدنى (أو الأول) بدلاً من الربيع الأول ومصطلح الأرباعى الأعلى (أو الثالث) بدلاً من الربيع الثالث.

وإذا استخدمنا قيم الربيع الأول والوسيط (الربيع الثانى) والربيع الثالث ورسمنا خطوط رأسيةعندها فإن التوزيع ينقسم إلى أربعة أقسام كل منها يمثل ٢٥٪ من درجات التوزيع (كما بالشكل ٤ – ١) .



شكل (٤ – ١)

ويعد المدى الربيعى هو الفرق بين قيمتى الربيع الثالث والربيع الأول ، أما نصف المدى الربيعى فينتج من قسمة هذا الفرق على اثنين . ويعد نصف المدى الربيعى مقياس هام للتشتت فى حالة التوزيعات الملتوية وفى حالة البيانات الترتيبية . ويتطلب حساب نصف المدى الربيعى معرفة قيمة كلاً من الربيع الأول والربيع الثالث.

مثال (١) :

فإذا استخدمنا الدرجات : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ فإن حساب الربيع الأول والربيع الثالث يتم بإستخدام نفس الطريقة الموضحة من قبل لحساب الوسيط وهى :

١ – ترتيب الدرجات ترتيبا تصاعديا (أو تنازليا)

٢ – نحسب رتبة الربيع وهى ٢٥ ٪من عدد الدرجات للربيع الأول ، ٧٥٪من عدد الدرجات للربيع الثالث.

٣ – نحسب قيمتى الربيع الأول والربيع الثالث بإستخدام القانون الخاص بذلك (وهى نفس فكرة حساب الوسيط).

وبتطبيق هذه الخطوات على الدرجات الموضحة فإن ترتيب الدرجات تصاعديا هو ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ وقد سبق حساب الوسيط لهذه الدرجات حيث كانت رتبة الوسيط هى $\frac{ن}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$ وتحدد وجود وسيطين هما الدرجتين الرابعة والخامسة وهما : (٥ ، ٦) .

وتكون قيمة الوسيط هى متوسط هاتين الدرجتين $\frac{٥+٦}{٢} = ٥,٥$

وبنفس الطريقة نحسب رتبة وقيمة الربيعين الأول والثالث.

رتبة الربيع الأول = ٢٥٪ من عدد الدرجات= $\frac{٢٥ \times ٨}{١٠٠} = ٢$

وتكون قيمة الربيع الأول هى متوسط الدرجتين الثانية والثالثة (٤ ، ٥) وهى $\frac{٤+٥}{٢} = ٤,٥$

أما رتبة الربيع الثالث فهى $\frac{٧٥}{١٠٠}$ من عدد الدرجات $\frac{٧٥}{١٠٠} \times ٨ = ٦$

وتكون قيمة الربيع الثالث هى متوسط الدرجتين السادسة والسابعة (وهما ٧، ٨) = $\frac{٧+٨}{٢} = ٧,٥$

وبالتالى فان المدى الربيعى = الربيع الثالث ($ر_٣$) – الربيع الأول ($ر_١$)

$= ٧,٥ - ٤,٥ = ٣$

$$\text{ونصف المدى الربيعى} = \frac{\text{الربيع الثالث } (ر_٣) - \text{الربيع الأول } (ر_١)}{٢}$$

$$= \frac{٧,٥ - ٤,٥}{٢} = \frac{٣}{٢} = ١,٥$$

مثال (٢) :

وإذا استخدمنا درجات المثال الثاني وهى :

١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ، ١١١

فان ترتيب الدرجات تصاعديا هو :

١٠٨ ، ١٠٩ ، ١١٠ ، ١١١ ، ١١٢ ، ١١٣ ، ١١٤ ، ١١٥ ، ١١٦ ، ١١٧

وتكون رتبة الربيع الأول = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × ١٠ = ٢,٥

وتكون قيمة الربيع الأول هى متوسط الدرجتين الثانية والثالثة

= $\frac{١٠٩ + ١١٠}{٢}$ = ١٠٩,٥

وكذلك رتبة الربيع الثالث = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ × ١٠ = ٧,٥

وقيمة الربيع الثالث هى متوسط الدرجتين السابعة والثامنة

= $\frac{١١٤ + ١١٥}{٢}$ = ١١٤,٥

ونصف المدى الربيعي = $\frac{ر٣ - ر١}{٢}$ = $\frac{١١٤,٥ - ١٠٩,٥}{٢}$ = $\frac{٥}{٢}$ = ٢,٥

مثال (٣) :

إذا كان عدد الدرجات فردى مثل : ١٢ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٥ فان ترتيب الربيع الأول = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × ١١ = ٢,٧٥

وقيمة الربيع الأول تقع بين الدرجتين الثانية والثالثة ، ونحسب القيمة بطريقة الاستكمال وهى :

قيمة الربيع الأول = قيمة الدرجة الثانية + الفرق بين الدرجتين الثالثة والثانية × (ترتيب الربيع – ٢)

= ١٣ + (١٥ – ١٣) (٢,٧٥ – ٢)

= ١٣ + ٢ × ٠,٧٥ = ١٣ + ١,٥ = ١٤,٥

وترتيب الربيع الثالث = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ × ١١ = ٨,٢٥

وتكون قيمة الربيع الثالث تقع بين الدرجين الثامنة والتاسعة

وهى = قيمة الدرجة الثامنة + الفرق بين الدرجتين التاسعة والثامنة (ترتيب الربيع – ٨)

= ٢٠ + (٢١ – ٢٠) (٨,٢٥ – ٨)

=٢٠ + ١ × ٠,٢٥ = ٢٠,٢٥

ونصف المدى الربيعى = $\frac{٢٠,٢٥ - ١٤,٥}{٢}$ = $\frac{٥,٧٥}{٢}$ = ٢,٨٧٥

لاحظ أن القانون المستخدم هو نفس القانون المستخدم فى حالة البيانات المبوبة (باستخدام طريقة الاستكمال)

حساب نصف المدى الربيعى للبيانات المبوبة :

يمكن حساب نصف المدى الربيعى للبيانات المبوبة فى جدول توزيع تكرارى حيث نتبع نفس الخطوات المحددة من قبل لحساب الوسيط ، كما نستخدم نفس قانون الوسيط مع استبدال كلمة الوسيط بالربيع الأول أو الثالث والخطوات هي:

١ – نستخدم جدول التوزيع فى إعداد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد .

٢ – نحدد رتبة الربيع وهى $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × مجـ ت للربيع الأول ،

$\frac{٧٥}{١٠٠}$ × مجـ ت للربيع الثالث.

٣ – نحدد فئة الربيع وهى التى تحتوى على التكرار المتجمع

($\frac{مجـ ت}{٤}$ أو $\frac{٣}{٤}$ مجـ ت)

٤ – نطبق القانون لحساب قيمة الربيع

قيمة الربيع الأول = الحد الأدنى لفئة الربيع الأول +

$$\frac{(\text{ترتيب الربيع الأول} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق}) \times \text{طول الفئة}}{\text{تكرار فئة الربيع الأول}}$$

وكذلك قيمة الربيع الثالث = الحد الأدنى لفئة الربيع الثالث +

$$\frac{(\text{ترتيب الربيع الثالث} - \text{ت . م . ص. السابق}) \times \text{طول الفئة}}{\text{ترتيب فئة الربيع الثالث}}$$

مثال (١) : ولحساب قيمة الربيع الأول والربيع الثالث من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد المستخدم فى حساب الوسيط (جدول ٣ – ٤)

جدول (٤ – ٨)

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

الحدود العليا للفئات	ت . م . ص	
أقل من ٥٣	صفر	
أقل من ٥٧	٢	
أقل من ٦١	٤	
أقل من ٦٥	٧	فئة الربيع الأول
أقل من ٦٩	١٠	
أقل من ٧٣	١٤	
أقل من ٧٧	١٩	
أقل من ٨١	٢٦	فئة الربيع الثالث
أقل من ٨٥	٣٢	
أقل من ٨٩	٣٥	
أقل من ٩٣	٣٨	
أقل من ٩٧	٤٠	

فان ترتيب الربيع الأول = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × مجـ ت = $\frac{١}{٤}$ مجـ ت

= $\frac{١}{٤}$ × ٤٠ = ١٠

وتكون فئة الربيع الأول هي الفئة التي تبدأ من ٦٥ وحتى أقل من ٦٩ ، لاحظ أن التكرار المتجمع الصاعد ١٠ موجود بالجدول ومن ثم تكون قيمة الربيع الأول مساوية ٦٩ أو قيمة الربيع الأول =

$$= ٦٥ + \frac{(١٠ - ٧) \times ٤}{٣}$$

$$= ٦٥ + \frac{٣ \times ٤}{٣} = ٦٩$$

وكذلك ترتيب الربيع الثالث = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ × مجـ ت

وهو يقع بين التكرارين المتجمعين الصاعدين (٢٦ ، ٣٢)

وتكون فئة الربيع الثالث هي الفئة تبدأ من ٨١ وحتى اقل من ٨٥

قيمة الربيع الثالث = $٨١ + \frac{(٣٠-٢٦) \times ٤}{٦}$

$$= ٨١ + \frac{٤ \times ٤}{٦} = ٨١ + ٢,٦٧ = ٨٣,٦٧$$

ونستطيع حساب نصف المدى الربيعى وهو $\frac{ر٣ - ر١}{٢}$

$$= \frac{٨٣,٦٧ - ٦٩}{٢} = \frac{١٤,٦٧}{٢} = ٧,٣٣$$

وكذلك يمكن استخدام الجدول التكراري المتجمع الهابط في حساب الربيع الأول والثالث ، حيث تكون قيمة الربيع = الحد الأعلى لفئة الربيع –

$$\left(\frac{\text{ترتيب الربيع} - \text{التكرار المجتمع الهابط}}{\text{تكرار فئة الربيع}} \right) \times \text{طول الفئة}$$

أما ترتيب الربيع الأول هنا فيتم حسابه طبقا للترتيب (من الأسفل للأعلى) . فتكون رتبة الربيع الأول (هى أول٢٥ ٪ من التكرارت) إذا بدأنا من الأسفل للأعلى وتكون عند ٧٥٪ من التكرار وهى تساوى $\frac{٧٥}{١٠٠}$ × ٤٠ = ٣٠

وترتيب الربيع الثالث (عكس ذلك) عند $\frac{٢٥}{١٠٠}$ من التكرارات =

= $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × ٤٠ = ١٠

وتقع قيمة الربيع الأول فى الفئة (٦٥ – ٦٩) وهى = ٦٩ (كما سبق حسابها) أما قيمة الربيع الثالث فتقع من الفئة (٨١ – ٨٥) وهى

$$= ٨٥ - \frac{٤ \times (٨ - ١٠)}{٦}$$

= ٨٥ – ١,٣٣

= ٨٣,٦٧ (وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقا)

مثال (٢) :

وباستخدام الجدول التكرارى (رقم ٣ – ٧) المستخدم فى حساب الوسيط وكذلك الجدول التكرارى المتجمع الصاعد (رقم ٣ –٨ ب) لحساب الربيعين الأول والثالث ونصف المدى الربيعى فان : البيانات تصبح كما بالجدولين (٤ – ٩ ، ٤ – ١٠)

جدول (٤ – ٩) جدول التوزيع التكرارى

الفئات	التكرار	الحدود الحقيقة للفئات
١٥–١٧	٥	١٤,٥ – ١٧,٥
١٨–٢٠	٩	١٧,٥ – ٢٠,٥
٢١–٢٣	١٣	٢٠,٥ – ٢٣,٥
٢٤–٢٦	١١	٢٣,٥ – ٢٦,٥
٢٧–٢٩	٨	٢٦,٥ – ٢٩,٥
٣٠–٣٢	٤	٢٩,٥ – ٣٢,٥

جدول (٤ – ١٠)

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

الحدود العليا للفئات	ت . م . ص
أقل من ١٧,٥	٥
أقل من ٢٠,٥	١٤
أقل من ٢٣,٥	٢٧
أقل من ٢٦,٥	٣٨
أقل من ٢٩,٥	٤٦
أقل من ٣٢,٥	٥٠

ترتيب الربيع الأول = $\frac{٢٥}{١٠٠} \times ٥٠ = ١٢,٥$

وتكون رتبة الربيع الأول بين ت . م . ص (٥ ، ١٤) وفئة الربيع الأول هى (١٧,٥ – ٢٠,٥)

قيمة الربيع الأول = $١٧,٥ + \frac{(١٢,٥ - ٥) \times ٣}{٩}$

$= ١٧,٥ + \frac{٧,٥ \times ٣}{٩}$

$= ١٧,٥ + ٢,٥ = ٢٠$

وترتيب الربيع الثالث = $\frac{٧٥}{١٠٠} \times ٥٠ = ٣٧,٥$

وهو يقع بين ت . م .ص (٢٧ ، ٣٨) وتكون فئة الربيع الثالث هى (٢٣,٥ – ٢٦,٥)

قيمة الربيـــع الثالث = ٢٣,٥ + $\frac{(٢٧,٥ - ٢٧)}{١١}$ × ٣

= ٢٣,٥ + $\frac{١٠,٥ \times ٣}{١١}$

= ٢٣,٥ + ٢,٨٦

= ٢٦,٣٦

نصف المدى الربيعى = $\frac{٢٦,٣٦ - ٢٠}{٢}$ = $\frac{٦,٣٦}{٢}$ = ٣,١٨

مثال (٣) : إذا كانت البيانات ترتيبية على النحو التالى

جدول (٤ – ١١) توزيع تكرارى متجمع صاعد لتقديرات الاختبار

الفئـــــة	التكرار	ت . م . ص
ممتاز	٣	٣
جيد جدا	١١	١٤
جيد	١٩	٣٣
مقبول	٢٢	٥٥
ضعيف	٨	٦٣
ضعيف جدا	٢	٦٥
المجموع	٦٥	

رتبة الربيع الأول = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × ٦٥ = ١٦,٢٥

وتقع قيمة الربيع الأول فى فئة جيد ، وتكون قيمته هى جيد (لا حظ أن قيمة الوسيط هى جيد أيضا) .

أما الربيع الثالث = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ × ٦٥ = ٤٨,٧٥

وتكون فئة الربيع الثالث هي مقبول ، وكذلك قيمته مقبول أيضا ويمكن الاستعاضة عن فئات التقدير الموضحة بالجدول (٤ - ١١) باستخدام الرتب من ١ إلى ٦ للتقديرات من ضعيف جدا وحتى ممتاز فتكون الربيع الأول (جيد) = ٤

وقيمة الربيع الثالث (مقبول) = ٣

ويكون المدى الربيعي هنا بين المقبول والجيد ، ولا نستطيع إعطاء قيمة معينة لذلك كما أن نصف المدى الربيعي هنا لامعنى له .

وكذلك الحال إذا كان الجدول التكراري يمثل المستويات التعليمية (أمي - يقرأ ويكتب - ابتدائي - اعدادي - ثانوي - جامعي - أعلى من الجامعي) فيمكن اتباع نفس الطريقة السابقة لحساب كل من الوسيط والربيعين الأول والثالث، ولا نستطيع تحديد قيمة لأي منهم وإنما نحدد فئة أو رتبة فقط .

أما في حالة بنود مقاييس الاتجاهات التي تتبع أسلوب ليكرت فإن فئات الإجابة ترتيبية ، لكننا نستخدم بدلا منها درجات ، ومن ثم يمكن التعامل مع بيانات تلك الأسئلة بنفس الطريقة المتبعة مع الدرجات العادية .

المئينيات : Percentiles

يقصد بالمئينات تلك الدرجات التي يمكن عندها تقسيم التوزيع إلى نسب مئوية معينة ، فالمئيني ٥٠ (وهو الوسيط أو الربيع الثاني) يمكن عنده تقسيم التوزيع إلى نصفين ، أما المئيني ٢٥ (وهو الربيع الأول) فيقسم التوزيع إلى ربع (٢٥٪) وثلاثة أرباع (٧٥٪) وكذلك الحال بالنسبة لأي مئيني آخر . ويعرف المئيني بالنسبة المئوية للدرجات التي تساوي أو تزيد عن درجة معينة .

وتستخدم المئينيات بكثرة في القياس النفسي والتربوي ، حيث تعد أشهر أنواع المعايير في تقنين الاختبارات .

ويحسب المئيني بنفس طريقة الوسيط والربيع ، فهو يعتمد على ترتيب الدرجات تصاعديا (أو تنازليا) ثم حساب ترتيب المئيني وأخيرا حساب قيمتة بطريقة الاستكمال .

وتحسب المئينيات عادة من التوزيعات التكرارية ، كما أنه يمكن حسابها من الدرجات العادية بنفس الطريقة الموضحة من قبل عند حساب الربيع الأول (وهو في الحقيقة المئيني ٢٥) والربيع الثالث (المئيني ٧٥).

وإذا أردنا حساب المئينيات للتوزيع التكرارى السابق (جدول ٤ – ١٠) فإننا نتبع نفس طريقة حساب الربيع .

فالمئينى ٢٠ رتبته = $\frac{٢٠}{١٠٠} \times ٥٠ = ١٠$

وتقع قيمته فى الفئة (١٧,٥ – ٢٠,٥) وهى

وقيمة المئينى ٢٠ = الحد الأدنى لفئة المئينى

$$+ \frac{(\text{ترتيب المئينى} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق}) \times \text{طول الفئة}}{\text{تكرار فئة المئينى}}$$

$$= ١٧,٥ + \frac{(١٠ - ٥) \times ٣}{٩}$$

$$= ١٧,٥ + \frac{٥ \times ٣}{٩}$$

$$= ١٧,٥ + ١,٦٧ = ١٩,١٧$$

وتعنى الدرجة ١٩,١٧ أنها أفضل من ٢٠ ٪ من درجات التوزيع

وكذلك المئينى ٦٥ رتبته هى $\frac{٦٥}{١٠٠} \times ٥٠ = ٣٢,٥$

وتكون قيمة المئينى ٦٥ فى الفئة (٢٣,٥ – ٢٦,٥)

$$= ٢٣,٥ + \frac{(٣٢,٥ - ٢٧) \times ٣}{١١}$$

$$= ٢٣,٥ + \frac{٥,٥ \times ٣}{١١}$$

$$= ٢٣,٥ + ١,٥ = ٢٥$$

ومعنى هذا أن الدرجة ٢٥ أفضل من ٦٥ ٪ من درجات التوزيع .

والمئينى ١٠ رتبته هى $\frac{٦٥}{١٠٠} \times ٥٠ = ٥$

وقيمة المئينى ١٠ = ١٤,٥ + $\frac{(٥ - صفر)}{٥}$ × ٣ = ١٤,٥ + ٣ = ١٧,٥

والمئينى ٩٠ رتبته هى $\frac{٩٠}{١٠٠}$ × ٥٠ = ٤٥

وقيمة المئينى ٩٠ = ٢٦,٥ + $\frac{(٤٥ - ٣٨)}{٨}$ × ٣

= ٢٦,٥ + $\frac{٣ \times ٧}{٨}$ = ٢٦,٥ + ٢,٦٢٥ = ٢٩,١٢٥

ويستخدم الفرق بن المئينى ٩٠ والمئينى ١٠ كمقياس للتشتت وهو = ٢٩,١٢٥ − ١٧,٥ = ١١,٦٥ فى هذا المثال .

وعلى غرار المئينيات يمكن حساب ما يسمى بالإعشاريات ، وهى مسمى لكل ١٠ ٪ بمعنى أنه يوجد العشير الأول (المئينى ١٠) والعشير الثانى (المئينى ٢٠) والعشير الثالث (المئينى ٣٠) وهكذا حتى العشير التاسع (المئينى ٩٠) . ومن ذلك يتضح أن المئينى ٥٠ وهو العشير الخامس وهو أيضا الربيع أو الوسيط . وطريقة الحساب لكل ذلك هى طريقة الاستكمال المستخدمة فى حساب الوسيط والارباعيات والمئينيات .

معامل الالتواء Skeweness

يستخدم معامل الالتواء للحكم عل شكل التوزيع التكرارى أو المنحنى التكرارى ، حيث يمكن معرفة مدى إبتعاد التوزيع التكرارى عن التوزيع الإعتدالى. ويدل معامل الالتواء على درجة تماثل المنحنى أو البعد عن هذا التماثل. فإذا كان منحنى التوزيع التكرارى غير متماثل حول متوسطة الحسابى فيكون أحد طرفى المنحنى أطول من الطرف الآخر ، ويقال أن المنحنى ملتو.

وإذا كان طرف المنحنى الأيمن أطول من طرفه الأيسر أى أن المنحنى يميل نحو القيم الصغيرة وهنا يوصف المنحنى بأنه موجب الالتواء ، أما إذا كان طرف المنحنى الأيسر أطول من طرفه الأيمن فإن المنحنى يميل نحو القيم الكبيرة ويكون المنحنى سالب الالتواء.

وقد سبق أن وضحنا العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية والتواء التوزيع . ففى حالة ارتفاع قيمة المتوسط الحسابى عن الوسيط والمنوال يكون التوزيع ملتو التواء موجبا ، أما فى حالة ارتفاع قيمة المنوال والوسيط عن المتوسط الحسابى يكون التوزيع ملتو التواء سالبا.

وباختصار إذا كان المتوسط الحسابى أكبر من الوسيط يكون التوزيع موجب الالتواء ، والعكس إذا كان المتوسط أصغر من الوسيط يكون التوزيع سالب الإلتواء.

ويحسب معامل التواء باستخدام المتوسط الحسابى والوسيط والانحراف المعيارى من المعادلة التى توصل إليها سبيرمان وهى :

$$\text{معامل الالتواء}^{(*)} = \frac{\text{٣ (المتوسط − الوسيط)}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

وتتراوح قيمة معامل الالتواء بين +٣ ، −٣ ، أما معامل التواء المنحنى الاعتدالى فهو يساوى الصفر . وأحيانا نستخدم نفس المعادلة السابقة لحساب معامل الالتواء دون استخدام الرقم ٣ ، وهنا يتراوح معامل الالتواء بين + ١ ، −١

أما فى حالة عدم إمكانية حساب المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى (كما فى حالة البيانات الترتيبية) فيمكن حساب معامل الالتواء باستخدام الوسيط والارباعيات .

ويكون معامل الالتواء الربيعى =

$$= \frac{\text{(الربيع الثالث − الوسيط) − (الوسيط − الربيع الأول)}}{\text{الربيع الثالث − الربيع الأول}}$$

$$= \frac{(\text{ر}٣ - \text{ر}٢) - (\text{ر}٢ - \text{ر}١)}{\text{ر}٣ - \text{ر}١}$$

$$= \frac{\text{ر}٣ - ٢\,\text{ر}٢ + \text{ر}١}{\text{ر}٣ - \text{ر}١}$$ وتتراوح قيمته بين +١ ، −١

(*) المعادلة الأكثر دقة فى حساب معامل الالتواء $= \frac{\text{العزم الثالث}}{\sqrt{(\text{العزم الثانى})^{٣}}} = \frac{\frac{١}{ن}\,\text{مجـ}\,(س - م)^{٣}}{ع^{٣}}$

ولكنها صعبة الاستخدام وهي المعادلة المستخدمة في برنامج Spss

حيث ر٣ = الربيع الثالث (الأعلى) ، ر٢ = الوسيط ، ر١ = الربيع الأول (الأدنى) ، لاحظ أن حساب معامل الالتواء باستخدام المتوسط الحسابى والوسيط والانحراف المعيارى أدق من حسابه من الارباعيات والوسيط . ولحساب معامل الالتواء للتوزيع التكرارى (بالجدول ٢ - ٦) .

فقد وجد أن المتوسط الحسابى = ٧٦,٣ الوسيط = ٧٧,٥٧ والانحراف المعيارى = ١٠,٥٢

فيكون معامل بالالتواء = ٣ (المتوسط الحسابى – الوسيط) ÷ الانحراف المعيارى

= ٣ (٧٦,٣ – ٧٧,٥٧) ÷ ١٠,٥٢

= ٣ (–١,٢٧) ÷ ١٠,٥٢ = –٠,٣٦

وباستخدام الارباعيات ، حيث الإرباعي الأول = ٨٣,٦٧ ، الارباعى الثالث =٦٩ فإن :

معامل الالتواء الربيعى = (ر٣ – ٢ ر٢ + ر١) ÷ (ر٣ – ر١)

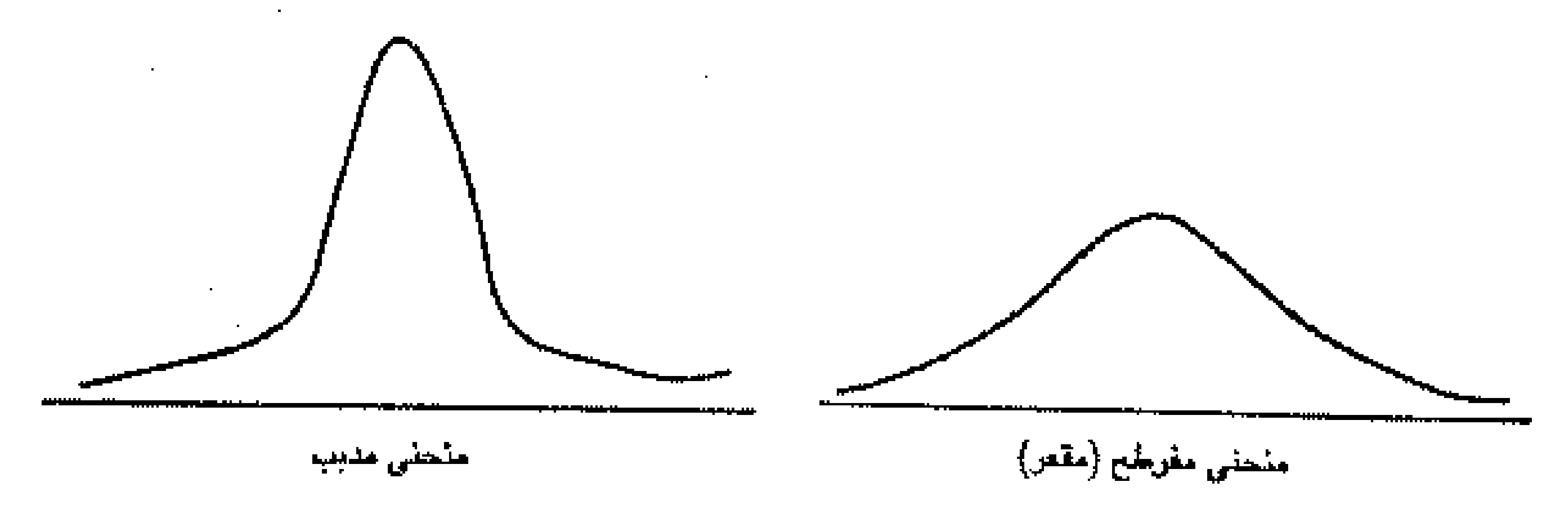
= (٨٣,٦٧ – ٢ × ٧٧,٥٧ + ٦٩) ÷ (٨٣,٦٧ – ٦٩)

= –٢,٤٧ ÷ ١٤,٦٧ = –٠,١٧

ومعامل الإلتواء أكثر أهمية من معامل التفرطح مما يستلزم اختبارمدى دلالة التواء التوزيع بقسمة معامل الالتواء على الخطأ المعيارى لمعامل الإلتواء وهو $\sqrt{\frac{٦}{ن}}$ وبحث دلالة الناتج .

معامل التفرطح Kurtosis

يدل التفرطح على درجة تحدب المنحنى عند قمته بالمقارنة مع المنحنى الاعتدالى ، فإذا كان منحنى التوزيع أكثر تحدبا عن المنحنى الاعتدالى سمى منحنى مدببا Leptokurtic وإذا كانت قمة المنحنى أكثر استقامة (مقعرا) من



منحنى مدبب   منحنى مفرطح (مقعر)

قمة المنحنى الاعتدالى سمي منحنى مفرطحا Platykurtic .

ويحسب معامل التفرطح بقسمة العزم الرابع على مربع العزم الثانى وطرح ٣ وتكـون قيمته صفراً للمنحنى الاعـتدالى وهى الطريقة التى تسـتخدمها برامج SPSS ، ويعرف العـزم الثانى (*) بالتبـاين وهو متـوسط مجمـوع مربعات انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابى . ولكن أحد المقاييس العملية للتفرطح يحسب بقسمة نصف المدى الربيعى على المدى المئينى وهو:

$$\text{معامل التفرطح} = \frac{\text{نصف المدى الربيعى}}{\text{المئينى ٩٠} - \text{المئينى ١٠}}$$

ومعامل التفرطح للمنحنى الاعتدالى باستخدام هذا القانون = ٠,٢٦٣ ولذلك إذا رغبنا فى معرفة درجة تفرطح منحنى ما فإننا نقارن معامل التفرطح المحسوب بالقيمة ٠,٢٦٣ للمنحنى الاعتدالى .

وباستـخـدام المثال (٢) السابق حـيث نصف المدى الربيـعى = ٣,١٨ والمئينى ٩٠ = ٢٩,١٢٥ والمئينى ١٠ = ١٧,٧

$$\text{فإن معامل التفرطح} = \frac{٣,١٨}{٢٩,١٢٥ - ١٧,٥} = \frac{٣,١٨}{١١,٦٢٥} = ٠,٢٧٤$$

وهو متقارب مع معامل تفرطح المنحنى الاعتدالى (٠,٢٦٣)

(*) العزم الأول هو متوسط انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابي وهو يساوي الصفر ويعد أحد خواص المتوسط الحسابي.

أما العزم الثاني فهو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \text{م})^{٢}}{\text{ن}}$ وهو التباين

والعزم الثالث هو متوسط مجموع مكعبات الانحرافات عن المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \text{م})^{٢}}{\text{ن}}$

وكذلك العزم الرابع هو : $\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \text{م})^{٤}}{\text{ن}}$

ويكون معامل التفرطح = $\frac{\text{العزم الرابع}}{\text{مربع العزم الثاني}} - ٣$

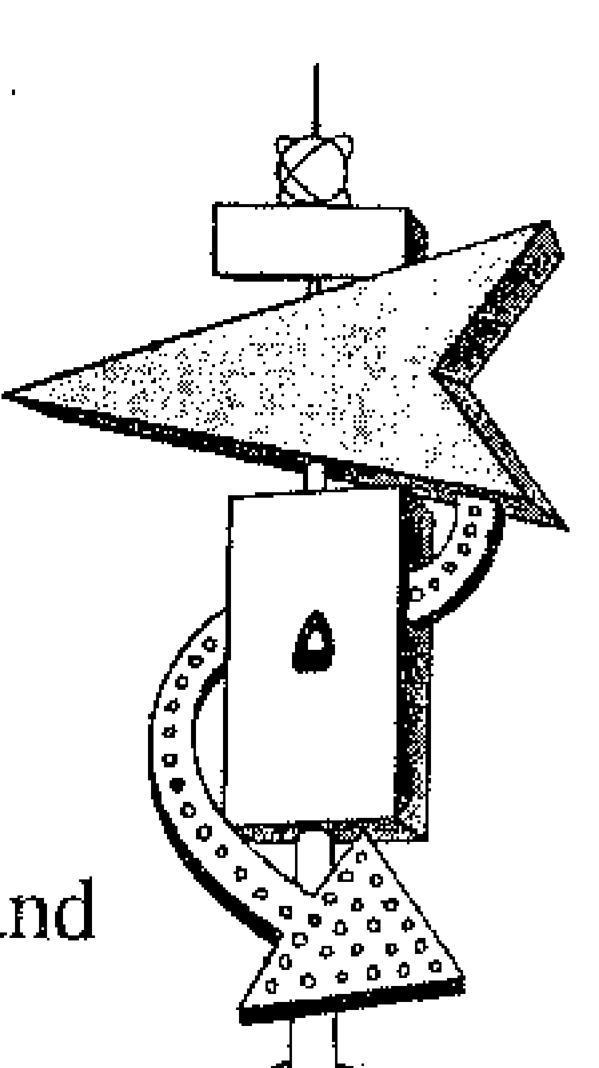
التحويلات الإحصائية : Staistical Transformation

تشترط أساليب الاحصاء الاستدلالى البارامترى اعتدالية توزيع الدرجات (للمتغيرات التابعة) ، فاذا كان توزيع البيانات للمتغيرات الذى يهتم الباحث بدراسته توزيعا ملتويا فلا يجوز استخدام الاساليب الاحصائية التى تحاول تقدير معالم المجتمع مثل معامل ارتباط بيرسون أو أساليب الاحصاء الاستدلالى البارامترى . ويجب على الباحث القيام بتحويل الدرجات حسب شدة التواء التوزيع على النحو التالى :

١ – إذا كان معامل التواء التوزيع متوسطا (٥٠ ٪ – ٦٠ ٪) من الحدود القصوى لمعامل الالتواء (سواء كانت تلك الحدود ± ١ أو ± ٣) فيستخدم تحويل الجذر التربيعى . ويعنى هذا أن الباحث يقوم بتحويل الدرجات الى الجذور التربيعية لتلك الدرجات ومن ثم يتحول التوزيع الملتوى الى توزيع قريب من المنحنى الاعتدالى .

٢ – اذا كان معامل التواء التوزيع مرتفعا (٦٠ ٪ – ٧٠ ٪) من الحدود القصوى لمعامل الالتواء ، فيستخدم التحويل اللوغاريتمى ، وذلك بايجاد اللورغايتم الطبيعى للدرجات ومن ثم يتحول التوزيع الملتوى الى توزيع قريب من المنحنى الاعتدالى .

٣ – إذا كان معامل التواء التوزيع شديدا (اكثر من ٧٠ ٪) من الحدود القصوى لمعامل الالتواء ، فيستخدم تحويل مقلوب الدرجات لتحويل التوزيع شديد الالتواء الى توزيع قريب من المنحنى الاعتدالى.



الفصل الخامس

الانحدار والإرتباط الخطى البسيط

Simple Linear Regression and Correlation



الفصل الخامس

الانحدار والارتباط الخطيّ البسيط

تحدثنا في الفصول السابقة عن بيانات المتغيرات وتبويبها في جداول تكرارية وحساب مقاييس النزعة المكزية ومقاييس التشتت ، وكان ذلك لبيانات متغير واحد في كل حالة. ولكن الأمر لا يكون بهذه البساطة في تحليل البيانات ولكننا كثيرا ما نهتم بدراسة متغيرين أو أكثر في البحوث في مجالات العلوم الانسانية بصفة عامة . فقد نرغب في دراسة أثر الاعلام على السلوك الانساني ، أو العوامل المؤدية إلى النجاح في الدراسة أو العمل ، أو علاقة المستوى الثقافي بأساليب التنشئة الاسرية وغيرها من الدراسات التي تهتم بعدد من المتغيرات في كل دراسة.

وفي مثل هذه الدراسات التي تجمع بيانات لعدة متغيرات من عينة واحدة فاننا نقوم بتحليل البيانات وحساب المقاييس الوصفية لكل متغير على حده ، بالاضافة الى تحليل العلاقات المختلفة بين تلك المتغيرات ، بمعنى أننا ندرس جميع المغيرات في آن واحد للتعرف على العلاقات بينها حتى يمكن الاجابة عن تساؤلات الدراسة أو تفسير الظاهرة موضع الدراسة .

وعند دراسة العلاقة بين متغيرين أو اكثر فاننا نهتم بحساب حجم العلاقة بين المتغيرات ومعرفة إتجاه هذه العلاقة إيجابا أو سلبا (طرديا أو عكسيا)كما أننا نهتم بمحاولة التنبؤ بأحد المتغيرات من علاقته بمتغير آخر ، أو بعدة متغيرات أخرى . ولكننا نقتصر مناقشتنا في هذا الفصل على العلاقة بين متغيرين .

وتحسب العلاقة بين متغرين من الانحدار الخطي لأحد المتغيرين على المتغير الثاني ، أو من حساب الارتباط الخطي بين درجات التغيرين . ويقصد بالانحدار الخطي التوصل الى معادلة التنبؤ بأحد المتغريين من الآخر ، ومعنى هذا أن الانحدار الخطي يساعد في التنبؤ بدرجات أحد المتغيرين (التابع) إذا علمت قيم المتغير الآخر والذي يسمى أحيانا بالمتغير المتنبئ .

أما الارتباط الخطى فهو ايجاد حجم العلاقة بين المتغيرين بإفتراض وجود علاقة خطية بينهما . ومعنى هذا أن الارتباط الخطى يتشابه (الى حد ما) مع الانحدار الخطى ، لأن كلا منهما يتوصل الى معرفة العلاقة بين المتغيرين، ويختلف الانحدار عن الارتباط الخطى فى استخدام فكرة المربعات الصغرى Least Squares للتوصل الى أفضل خط مستقيم يربط المتغيرين معا ، بينما الارتباط يستخدم أزواج الدرجات كما هى للتوصل الى حجم العلاقة بين المتغيرين.

وقد توجد علاقة منحنية بين متغيرين ، كما توجد علاقة بين متغير (تابع) وعدة متغيرات (منبأه) أو بين عدة متغيرات (تابعة) وعدة متغيرات منبأه ولكن هذا ليس موضع إهتمامنا الآن.

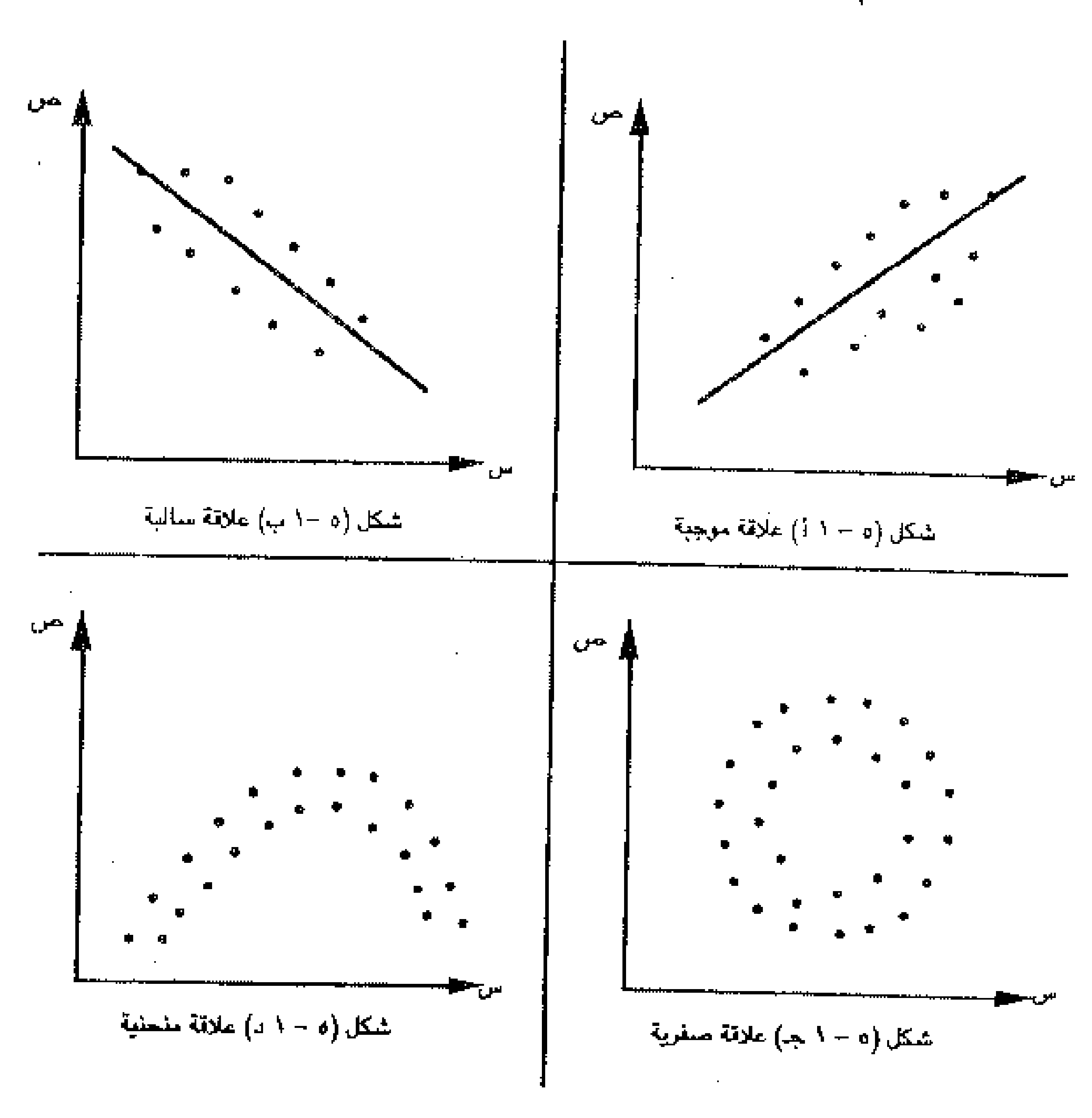
أولاً : الانحدار الخطى البسيط Simple Linear Regression

يهدف الانحدار الخطى البسيط الى امكانية توضيح طبيعة ودرجة العلاقة بين متغيرين أحدهما متغير مستقل (منبأ Predictor) والثانى متغير تابع (محكى Criterion) . ويتم جمع بيانات من العينة عن المتغيرين لمحاولة التنبؤ بالمتغير التابع . ومن أمثلة ذلك دراسة علاقة المستوى التعليمى بالدخل ، أو علاقة التحصيل الدراسى بالذكاء ، أو علاقة الرضا الوظيفى بالأداء ، أو علاقة الطلاقة اللفظية بإجادة اللغة العربية ، وغير ذلك من أزواج المتغيرات موضع الاهتمام .

ويستخدم تحليل الانحدار فى دراسات التنبؤ حيث يكون المطلوب التنبؤ بمتغير تابع من بيانات متغير مستقل (منبأ) . وقد يكون التنبؤ بالمتغير التابع (المحكى) من عدة متغيرات مستقلة (منبئات) ، ولكن هذا ليس موضع اهتمامنا الآن . ومن أشهر دراسات التنبؤ تلك الدراسات التى تهتم بصدق اختبارات القبول للدراسة الجامعية . وتعتمد دراسات التخطيط الاقتصادى أيضاً على معادلات لانحدار الخطى للتنبؤ بما يحدث فى السنوات التالية ، كما أنها تستخدم في العديد من دراسات السلوك الانسانى لمحاولة التنبؤ به من خلال الادلة والشواهد (المنبئات) .

والانحدار الخطى البسيط هو علاقة بين متغيرين أحدهما تابع والآخر مستقل . ويجب أن يكون المتغير التابع متغيراً متصلا ومستوى قياسه لا يقل عن المستوى الفترى أو النسبى ، بينما المتغير المستقل قد يكون مستوى قياسه ترتيبياً أو فترياً أو نسبياً ، ولايجوز استخدام مستوى القياس الاسمى .

ويمكن التوصل الى شكل الانحدار الخطى البسيط من تمثيل أزواج الدرجات تمثيلا بيانيا ، فينتج لنا شكل إنتشار ، ثم نستخدم شكل الانتشار فى محاولة الحكم على نوع العلاقة بين المتغيرين . وهناك أشكال مختلفة لانتشار درجات متغيرين ، فالشكل (٥ - ١ أ) يدل على علاقة خطية موجبة بين المتغيرين ، بينما شكل (٥ - ١ ب) يبين علاقة خطية سالبة . أما شكل (٥ - ١ جـ) فلا يوضح علاقة خطية محددة بين المتغيرين ، وبالتالى نستنتج من الشكل عدم وجود علاقة (أو علاقة صفرية) بين المتغيرين . ولكن الشكل (٥ - ١ د) فيوضح علاقة أخرى بين المتغيرين وهى العلاقة المنحنية ، وقد تكون العلاقة المنحنية تربيعية أو تكعيبية أو غير ذلك . وعند رسم خط مستقيم يمثل شكل الانتشار ، فيجب أن يكون ذلك فى ضوء شروط معينة ، فمن الممكن رسم عدد من الخطوط ، فقد يكون الخط ماراً ببعض النقاط فى أسفل شكل الانتشار أو فى وسطه أو فى أعلى الشكل . ولكن أفضل خط مستقيم يمثله شكل الانتشار ، يجب أن يحقق شرطين أساسيين :



شكل (٥ - ١ أ) علاقة موجبة

شكل (٥ - ١ ب) علاقة سالبة

شكل (٥ - ١ جـ) علاقة صفرية

شكل (٥ - ١ د) علاقة منحنية

الاول : أن إنحرافات النقاط عن الخط المستقيم (الموجبة والسالبة) تكون متساوية تقريبا .

والثاني : أن تكون مجموع مربعات هذه الانحرافات أقل ما يمكن . وتعرف هذه الطريقة باسم طريقة المربعات الصغرى Least Squares .

وقد أشرنا من قبل الى المربعات الصغرى عند ذكر خصائص المتوسط الحسابى والتى تتعلق بانحرافات الدرجات عن المتوسط ، حيث يكون مجموعها مساويا للصفر ، ومجموع مربعاتها أقل ما يمكن . وقد استخدمت هذه الخاصية (مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط أقل ما يمكن) فى حساب الانحراف المعيارى للدرجات . وتنسب طريقة المربعات الصغرى إلى عالم الرياضيات الفرنسى أدريان ليجندر Adrian Legender وقد توصل اليها عام ١٨٠٦ ، واستخدمها فى دراساته ومشاهداته الفلكية .

كما استخدم فرانسيس جالتون Francis Galton تحليل الانحدار عام ١٩٨٨٥ فى دراسته ، الانحدار والتوسط فى الخصائص الدراسية القادمة ، وكان ذلك قبل معرفة طريقة حساب معامل الارتباط . فقد وجد جالتون علاقة بين أطوال الآباء والابناء البالغين واستطاع جالتون التنبؤ ببعض الخصائص البيولوجية للابناء من خصائص آبائهم . وقد أستثارت هذه الافكار كارل بيرسون Karl Pearson الذى توصل الى طريقة لحساب معامل الارتباط فى نهايات القرن التاسع عشر .

معادلة الانحدار الخطى البسيط :

من الواضح أن الانحدار الخطى البسيط يتشابه مع الارتباط فى توضيحه للعلاقة بين متغيرين . حيث أننا نحاول التوصل الى خط مستقيم يمثل أزواج الدرجات للمتغيرين موضع الاهتمام . ونستطيع التوصل الى معادلة لذلك الخط المستقيم باستخدام بيانات المتغيرين .

فإذا رمزنا لأحد المتغيرين بالرمز (س) وللمتغير الثانى بالرمز (ص) ، فان الانحدار الخطى يحاول التوصل الى أفضل خط مستقيم يربط بين س ، ص. يمعنى التوصل الى خط المستقيم الذى يمر بمركز شكل الانتشار لدرجات س ، ص ويحقيق شرطى المربعات الصغرى . ويوضح الخط المستقيم التغير فى أحد المتغيرين (س) وما يقابلة من تغير فى المتغير (ص) . فكل تغير فى قيم المتغير (س) يقابلة قدر ثابت من التغير فى المتغير (ص) ، وهذا القدر الثابت يعتمد

على ميل الخط المستقيم أو على العلاقة بين س ، ص .

والصورة العامة لمعادلة الخط المسقيم بين س ، ص هى :

ص = α + β س+ e

حيث α ، β هى ثوابت المعادلة فى المجتمع ، e للخطأ وهو متغير عشوائى ويتوزع اعتداليا بمتوسط = صفر وانحراف معيارى = ١ .

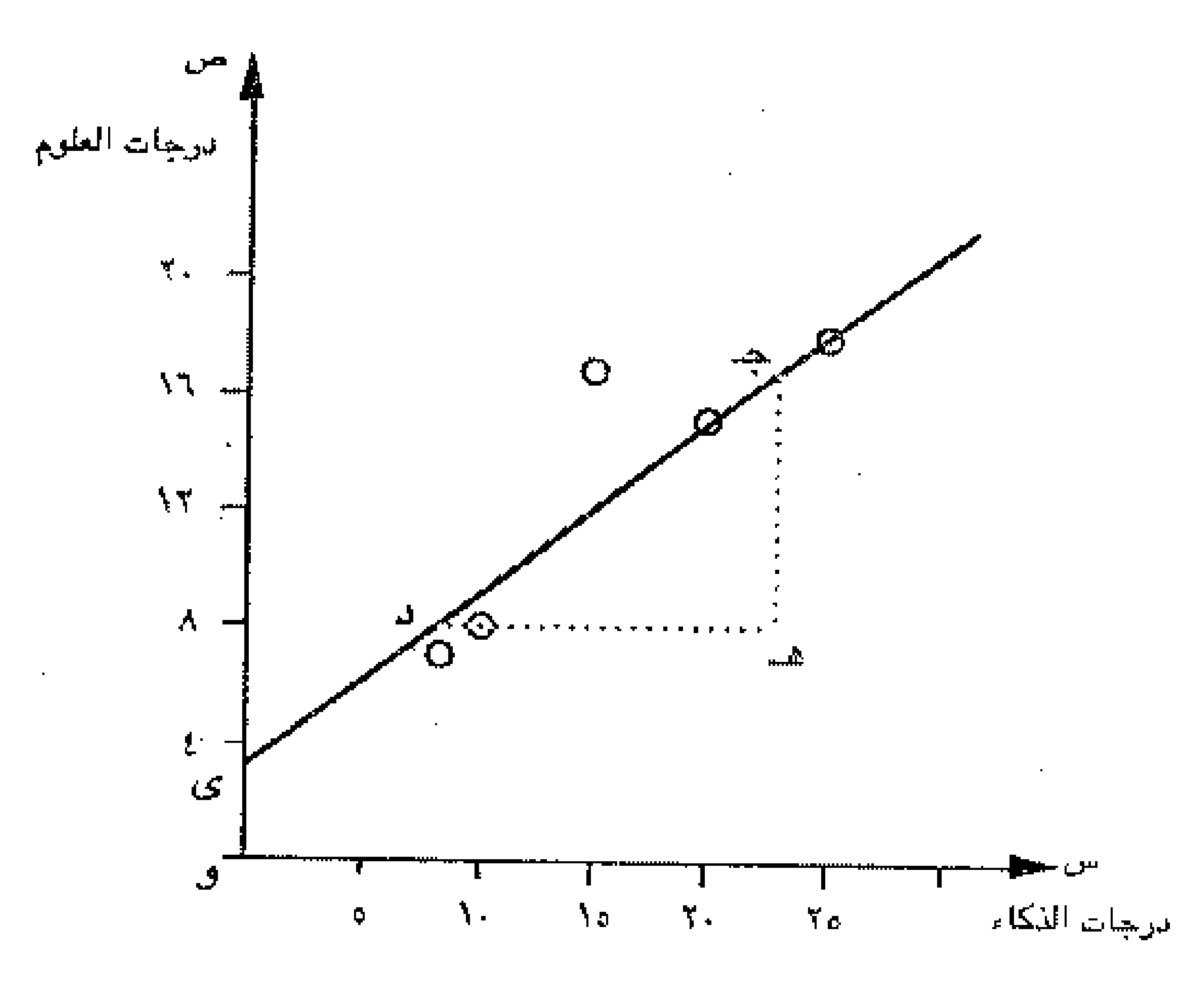
وحيث أننا لا نستطيع أن نستخدم جميع بيانات المجتمع ، فاننا نستخدم بيانات العنية وعندئذ تكون المعادلة : ص = أ + ب س

وهى معادلة انحدار ص على س ؛ حيث أ هى الجزء المقطوع من المحور الرأسى (فى حالة س = صفر فان أ = ص) ، أما ب فهى ميل الخط المستقيم على المحور الافقى . فاذا كان لدينا درجات ستة من الطلبة فى إحد اختبارات الذكاء ومادة العلوم كما بالجدول (٥ – ١) .

جدول (٥ – ١) درجات الطلبة فى الذكاء والعلوم

الذكاء (س)	٢٥	١٥	١٠	٢٠	٨	١٠
الذكاء (ص)	١٨	١٧	١٢	١٥	٧	٨

فيمكن تمثيل هذه الدرجات بالشكل (٥ – ٢) ، حيث يمثل المحور الافقى درجات الذكاء (س) والمحور الرأسى لدرجات العلوم (ص) . وكل زوج من أزواج الدرجات يمكن تمثيله بنقطة معينة مثل النقطة (٢٥، ١٨) وتعنى ٢٥ على المحور الافقى ثم نرتفع لأعلى إلى ١٨ على المحور الرأسى ونحدد النقطة التى تمثل زوج الدرجات (٢٥ ، ١٨) وهكذا لبقية أزواج الدرجات . وينتج لنا شكل الانتشار الموضح بالشكل (٥ – ٢) .



شكل (٥-٢) انتشار درجات الذكاء والعلوم

ويتضح من الشكل (٥ - ٢) أنه يمكن رسم خط مستقيم يدل على العلاقة بين المتغيرين (الذكاء والعلوم) ، وهذا الخط المستقيم يقطع المحور الرأسي (محور درجات العلوم ص) في النقطة **ى** ، بحيث يكون **وى** = المقدار الثابت (أ) في معادلة الخط المستقيم ، وهو الجزء المقطوع من المحور الرأسي .

وإذا إخترنا أي نقتين (جـ ، د) على الخط المستقيم المبين بالشكل ، ثم أسقطنا من النقطة (جـ) عموداً على المحور الافقي (موازيا للمحور الرأسي) ، وكذلك رسمنا من النقطة (د) خطا موازيا للمحور الافقي ، فان الخطين يتقاطعان في النقطة (هـ) . وينتج لنا المثلث القائم الزاوية جـ هـ د الموضح بالشكل .

ويكون ميل الخط المسقيم = $\frac{\text{طول جـ هـ}}{\text{طول هـ د}}$ ، وهو أيضا ظل الزاوية جـ د هـ

أو معامل الانحدار ، وبالطبع ميل الخط المستقيم هو قيمة (ب) المذكورة في المعادلة : ص = أ + ب س .

وفي الواقع العملي لا نرسم الخط المستقيم بهذه الطريقة ونحسب كلا من الجزء المقطوع من المحور وميل الخط المستقيم ، وإنما نجري بعض العمليات

الحسابية باستخدام الدرجات الفعلية للمتغيرين (س ، ص) فى حساب قيمتى أ ، ب . ونتبع فى هذه العمليات الحسابية طريقة المربعات الصغرى السابق الاشارة اليها .

ولحساب قيم الثوابت أ ، ب فاننا نستخدم المعادلات الرياضية التالية :

حيث أن معادلة الخط المستقيم هى : ص = أ + ب س .... (١)

فاذا جمعنا كل من درجات المتغيرين س ، ص وطبقنا هذا المجموع على المعادلة (١) فينتج :

مجـ ص = ن أ + ب مجـ س .... (٢)

وإذا ضربنا المعادلة (١) فى س فينتج س ص = أس + ب $س^2$

وبالجمع على كل قيم المتغيرين فى العينة نحصل على :

مجـ س ص = أ مجـ س + ب مجـ $س^2$ .... (٣)

وبحل المعادلتين (٢) ، (٣) نستطيع الحصول على قيمتى أ ، ب

ومن المعادلة (٢) نستنتج أن :

$$أ = \frac{مجـ\ ص}{ن} - \frac{ب\ مجـ\ س}{ن}$$

$$أ = م_{ص} - ب\ م_{س} \quad .... (٤)$$

حيث $م_{س}$ ، $م_{ص}$ هما متوسطى المتغيرين س ، ص . وبالتعويض عن قيمة (أ) فى المعدلة (٣) ينتج أن :

$$ب = \frac{مجـ\ س\ ص - ن\ م_{س}\ م_{ص}}{مجـ\ س^2 - ن\ م_{س}^2} \quad .... (٥)$$

وتوجد صور أخرى للمعادلة (٥) وهى :

$$ب = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص - مجـ\ س\ مجـ\ ص}{ن\ مجـ\ س^2 - (مجـ\ س)^2}$$

$$\text{أو ب} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}}$$

وفي حالة تحويل درجات س ، ص إلى درجات معيارية فيكون متوسط كل منهما = صفر والانحراف المعياري = ١ .

وتصبح قيمة أ = صفر ، $\text{ب} = \frac{\text{مجـ س ص}}{\text{مجـ س}^2}$

أما في الحالة العامة فإننا نستطيع حساب قيمتي أ ، ب من المعادلتين (٤)، (٥) ويتم ذلك على النحو التالي :

١ – نجمع درجات كل من المتغيرين س ، ص لجميع أفراد العينة فينتج لنا مجـ س ، مجـ ص .

٢ – نربع درجات المتغير س ، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجـ س^2

٣ – نضرب كل درجة من درجات س في الدرجة المقابلة لها من درجات ص ثم نجمع حواصل الضرب فينتج مجـ س ص .

٤ – نحسب متوسطي س ، ص (م س ، م ص) .

٥ – نستخدم المعادلة (٥) لحساب قيمة (ب).

٦ – ثم نستخدم المعادلة (٤) وقيمة (ب) لحساب قيمة (أ)

٧ – نعوض عن قيمتي أ ، ب ، في المعادلة (١) فتنتج معادلة الخط المستقيم والتي تدل على انحدار ص على س .

لاحظ أنه من السهل الحصول على قيمة أ في حالة وجود قيمة لـ س = صفر فتكون (أ) مساوية (ص) . وباستخدام درجات المثال بالجدول (٥ – ١) لحساب معادلة انحدار ص على س (العلوم على الذكاء) ، وتعني التنبؤ بدرجات العلوم بمعرفة درجات الذكاء . و يوضح الجدول (٥ – ٢)كل من مجـ س ، مجـ ص ، مج س^2 مجـ ص^2 ، مجـ س ص .

جدول (٥ – ٢)

لحساب معادلة الإنحدار ص على س

م	الذكاء (س)	العلوم (ص)	$س^٢$	س ص
١	٢٥	١٨	٦٢٥	٤٥٠
٢	١٥	١٧	٢٢٥	٢٥٥
٣	١٠	١٢	١٠٠	١٢٠
٤	٢٠	١٥	٤٠٠	٣٠٠
٥	٨	٧	٦٤	٥٦
٦	١٠	٨	١٠٠	٨٠
المجموع	٨٨	٧٧	١٥١٤	١٢٦١

ويكون متوسط درجات س = $\frac{٨٨}{٦}$ = ١٤,٦٦٧

ومتوسط درجات ص = $\frac{٧٧}{٦}$ = ١٢,٨٣٣

ويفضل إستخدام ثلاثة أرقام عشرية على الأقل في حسابات تحليل الانحدار وفي استخدام معادلة الانحدار للتنبؤ بالقيم الجديدة

وبتطبيق المعادلة (٥) فإن :

$$ب = \frac{١٢٦١ - ٦ \times (١٤,٦٦٧)\ (١٢,٨٣٣)}{١٥١٤ - ٦ \times (١٤,٦٦٧)^٢}$$

$$= \frac{١٢٦١ - ١١٢٩,٢٢٠}{١٥١٤ - ١٢٩٠,٧٢٥}$$

$$= \frac{١٣١,٦٧٠}{٢٢٣,٢٧٥} = ٠,٥٩٠$$

وبتطبيق معادلة (٤) فان : أ = ١٢,٨٣٣ - ٠,٥٩٠ × ١٤,٦٦٧

= ١٢,٨٣٣ - ٨,٦٥٣ = ٤,١٨٠

وتصبح معادلة انحدار ص على س هى : ص = ٤,١٨ + ٠,٥٩ س

وتفيد هذه المعادلة فى التنبؤ بقيم ص فى حالة معرفة قيم س ، فمثلا اذا حصل طالب (من عينة مشابهة للعينة المستخدة فى حساب المعادلة) على درجة فى الذكاء = ١٢ فان درجته فى العلوم = ٤,١٨ + ٠,٥٩ × ١٢

= ٤,١٨ + ٧,٠٨

= ١١,٢٦

معادلة إنحدار س على ص :

وضحنا كيفية التوصل الى معادلة انحدار ص على س ، وذلك بتمثيل المتغير المستقل (س) على المحور الافقى والمتغير التابع (ص) على المحور الرأسى . أما إذا أردنا التنبؤ بالمتغير (س) من المتغير ص ، فان المعادلة تختلف وتصبح على صورة .

س = أَ + بَ ص .... (٦)

وبالجمع على جميع درجات أفراد العينة فان :

مجـ س = ن أَ + بَ مجـ ص .... (٧)

$$\text{حيث } أ' = \frac{\text{مجـ س}}{ن} - ب' \frac{\text{مجـ ص}}{ن}$$

$$أ' = م_{س} - ب' م_{ص} \quad \text{.........................} \quad (٨)$$

ويضرب المعادلة (٦) فى ص والجمع على جميع أفراد العينة تصبح

مجـ س ص = أ' مجـ ص + ب' مجـ ص^{٢} .... (٩)

وبالتعويض فى المعادلة (٩) عن قيمة أ' من المعادلة (٨) فان :

$$ب' = \frac{\text{مجـ س ص} - ن\, م_{س} م_{ص}}{\text{مجـ ص}^{٢} - ن\, م_{ص}^{٢}}$$

كما تأخذ المعادلة (١٠) صوراً أخرى هي :

$$ب^{/} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س مجـ ص}}{ن}}{\text{مجـ ص}^{٢} - \frac{(\text{مجـ ص})^{٢}}{ن}}$$

والصورة $ب^{/} = \frac{ن \text{ مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{ن \text{ مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}}$

وفي حالة الدرجات المعيارية فإن $م_{س} = م_{ص} =$ صفر

وتصبح قيمة $ب^{/} = \frac{\text{مجـ س ص}}{\text{مجـ ص}^{٢}}$ ، $أ^{/} =$ صفر

وبالطبع تختلف معادلة ص على س عنن معادلة إنحدار س على ص حيث يختلف ميل كلا منـهما وكذلك الجـزء المقطوع من المحور الرأسي .

ولحساب قيمتي $أ^{/}$ ، $ب^{/}$ باستخدام بيانات المثال السابق ، فيجب حساب مجموع مربعات (ص) وهي : مجـ ص٢ = ١٠٩٥

وبتطبيق المعادلة (١٠) فان :

$$ب^{/} = \frac{١٢٦١ - ٦ (١٤,٦٦٧) (١٢,٨٣٣)}{١٠٩٥ - ٦ (١٢,٨٣٣)^{٢}}$$

$$= \frac{١٢٦١ - ١١٢٩,٣٣٠}{١٠٩٥ - ٩٨٨,١١٥}$$

$$= \frac{١٣١,٦٧٠}{١٠٦,٨٨٥}$$

$$ب^{/} = ١,٢٣٢$$

ومن المعادلة (٨) فان قيمة أَ

= ١٤،٦٦٧ − (١،٢٣٢) (١٢،٨٣٣)

= ١٤،٦٦٧ − ١٥،٨١٠

= − ١،١٤٣

وتصبح معادلة انحدار س على ص هى :

س = − ١،١٤٣ + ١،٢٣٢ ص

وهى معادلة مختلفة عن معادلة انحدار ص على س ، فاذا حصل طالب (من عينة مشابهة) على درجة فى العلوم (ص) = ٩

فان درجته فى الذكاء (س) هى :

س = − ١،١٤٣ + ١،٢٣٢ × ٩

= − ١،١٤٣ + ١١،٠٨٨

= ٩،٩٤٥

طريقة أخري لايجاد معادلة الانحدار :

حيث أن معادلة انحدار ص على س هى :

ص = أ + ب س

وقد ذكرنا أن قيمة (أ) تحسب من المعادلة :

أ = $م_{ص}$ − ب $م_{س}$

أما قيمة (ب) وهى معامل انحدار الخط المستقيم فيمكن حسابها من المعادلة (Sprinthall,1994 : 345) التالية :

$$ب = ر \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \qquad (١١)$$

حيث (ر) هى معامل الارتباط بين س ، ص ، أما $ع_{ص}$ ، $ع_{س}$ فهما الانحرافين المعياريين لدرجات ص ، س على الترتيب .

$$أ = م_{ص} - ر \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \times م_{س}$$

وباستخدام المعادلة (١١) فان قيمة أ هى :

وتكون معادلة انحدار ص على س هى :

$$ص = \left(م_{ص} - ر \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \times م_{س} \right) + ر \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \times س$$

ويمكن اعادة ترتيب المعادلة فتصبح (Sprinthall,1994:346)

$$ص = ر \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \times س - \frac{ر ع_{ص}}{ع} \times م_{س} + م_{ص} \quad .... (١٢)$$

فاذا كانت ر= صفر فان ص = م $_{ص}$ وهى تعنى خطاً مستقيما يوازى المحور الأفقى . وفى حالة استخدام درجات معيارية لكل من س ، ص بدلا من الدرجات الخام فتكون ع $_{س}$ = ع $_{ص}$ = ١ ، م $_{س}$ = م $_{ص}$ = صفر وبالتالى معامل الانحدار (ب) = ر ، أ = صفروتكون المعادلة ص = ر س .

فإذا علمنا متوسطى المتغيرين وانحرافيهما المعياريين ومعامل الارتباط بين درجات المتغيرين فيمكن التوصل الى معادلة انحدار ص على س من المعادلة (١٢) . وبالمثل معادلة انحدار س على ص تكون على الصورة :

$$س = ر \frac{ع_{س}}{ع_{ص}} \times ص - ر \frac{ع_{س}}{ع_{ص}} \times م_{ص} + م_{س}$$

حيث يكون معامل الانحدار $(ب^{/}) = ر \frac{ع_{س}}{ع_{ص}}$

مثال من بيانات المثال السابق :

م $_{س}$ = ١٤,٦٦٧ ، م $_{ص}$ = ١٢,٨٣٣

ع $_{س}$ = ٦,١٠ ، ع $_{ص}$ = ٤,٢٢٠ ، معامل الارتباط = ٠,٨٥٢

فتكون معادلة انحدار ص على س هى :

$$ص = ٠,٨٥٢ \times \frac{٤,٢٢}{٦,١٠} \times س - ٠,٨٥٢ \times \frac{٤,٢٢}{٦,١٠} \times ١٤,٦٦٧ + ١٢,٨٣٣$$

$$= ٠,٥٩ \, س - ٨,٦٤٥ + ١٢,٨٣٣$$

$$= ٠,٥٩ \, س + ٤,١٨$$

وهى نفس المعادلة السابق الحصول عليها ، ومن السهل استخدام هذه الطريقة لسهولة الحصول على المتوسطات والانحرافات المعيارية ومعامل الارتباط بين متغيرين من الآلات الحاسبة البسيطة .

العلاقة بين معادلتى الانحدار :

تم التوصل الى معادلتى انحدار للعلاقة بين س ، ص وهما : معادلة انحدار ص على س ، ومعادلة انحدار س على ص .

وتوجد علاقة تربط بين هاتين المعادلتين وهى أن حاصل ضرب معاملى الانحدار للمعادلتين يساوى مربع معامل الارتباط بين المتغيرين (س ، ص)

أى أن : $ب \, ب' = ر^{٢}$

وبالتعويض عن ب ، ب' من المعادلتين ٥ ، ١٠ السابقتين فان :

$$ر^{٢} = \left(\frac{مجـ \, س \, ص - ن \, م_{س} م_{ص}}{مجـ \, س^{٢} - ن \, م_{س}^{٢}} \right) \left(\frac{مجـ \, س \, ص - ن \, م_{س} م_{ص}}{مجـ \, ص^{٢} - ن \, م_{ص}^{٢}} \right)$$

$$ر^{٢} = \frac{(مجـ \, س \, ص - ن \, م_{س} م_{ص})^{٢}}{(مجـ \, س^{٢} - ن \, م_{س}^{٢}) \, (مجـ \, ص^{٢} - ن \, م_{ص}^{٢})} \quad .... \quad (١٣)$$

كما تأخذ الصورة :

$$ر^{٢} = \frac{(ن \, مجـ \, س \, ص - مجـ \, س \, ص)^{٢}}{\left[ن \, مجـ \, س^{٢} - (مجـ \, س)^{٢}\right] \left[ن \, مجـ \, ص^{٢} - (مجـ \, ص)^{٢}\right]} \quad .... \quad (١٤)$$

وباستخدام بيانات المثال السابق فى المعادلة (١٣) فإن :

$$ر^{٢} = \frac{(١٢٦١ - ٦ \times ١٤,٦٦٧ \times ١٢,٨٣٣)^{٢}}{\left[١٥١٤ - ٦\,(١٤,٦٦٧)^{٢}\right]\left[١٠٩٥ - ٦\,(١٢,٨٣٣)^{٢}\right]}$$

$$= \frac{(١٢٦١ - ١١٢٩,٣٣٠)^{٢}}{\left[١٥١٤ - ١٢٩٠,٧٢٥\right]\left[١٠٩٥ - ٩٨٨,١١٥\right]}$$

$$= \frac{(١٣١,٦٧٠)^{٢}}{(٢٢٣,٢٧٥)\,(١٠٦,٨٨٥)}$$

$$ر^{٢} = \frac{(١٣١,٦٧٠)^{٢}}{٢٣٨٦٤,٧٤٨} = ٠,٧٢٦$$

$$\text{وتكون قيمة } ر = \frac{١٣١,٦٧٠}{\sqrt{٢٣٨٦٤,٧٤٨}} = \frac{١٣١,٦٧٠}{١٥٤,٤٨٢} = ٠,٨٥٢$$

دقة التقدير :

ذكرنا أنه يمكن استخدام معادلة الانحدار الناتجة للتنبؤ بقيم **المتغير التابع** بمعرفة قيم المتغير المستقل . وفى مثالنا السابق فان معادلة انحدار **ص على س** هى :

ص = ٤,١٨ + ٠,٥٩ س

فاذا كانت قيمة س (درجة اللغة العربية) هى ١٠

فان قيمة ص = ٤,١٨ + ٠,٥٩ × ١٠

= ٤,١٨ + ٥,٩

= ١٠,٠٨

ومن الواضح أن القيمة المتنبأ بها مختلفة عن **القيمة الفعلية فى** جدول (٥-٢) ففى حالة س = ١٠ ، فان قيمة ص الفعلية المقابلة **لها من** الجدول = ١٢ .

ويعتمد هذا الاختلاف على حجم العلاقة بين المتغيرين س ، ص فاذا كانت العلاقة مرتفعة يقل الفرق بين القيم الفعلية والقيم المتنبأ بها ، أما إذا كانت العلاقة بين المتغيرين منخفضة فان هذا الفرق يزداد ، وتحسب دقة التقدير بمدى انحراف الدرجات الفعليةعن الخط المستقيم . والمقياس الذى يستخدم لتوضيح هذه الفروق هو مقياس لدرجة دقة القيم المتنبأ بها وهو ما يعرف باسم الخطأ المعيارى للتقدير Standard error of estimation (Hopkins et al., 1987:99)

الخطأ المعيارى للتقدير ($ع_{ص/س}$) $= ع_{ص} \sqrt{1 - ر^{2}}$ ....(١٥)

$= ٤,٢٢ \sqrt{1 - (.٨٥٢)^{2}}$

$= ٤,٢٢ \sqrt{1 - ٠,٧٢٦}$

$= ٤,٢٢ \times ٠,٥٢٣ = ٢,٢١$

كما أن الخطأ المعيارى لانحدار س على ص هو :

$ع_{(س/ص)} = ع_{س} \sqrt{1 - ر^{2}}$ ....(١٦)

$= ٦,١٠ \sqrt{1 - (.٨٥٢)^{2}}$

$= ٦,١٠ \times ٠,٥٢٣ = ٣,١٩$

ومن الواضح أن $ع_{(ص/س)}$ لاتساوى $ع_{(س/ص)}$

كما يمكن حساب $ع_{(ص/س)}$ بطريقة أخرى بعد التوصل للدرجات المتنبأ بها ($\hat{ص}$)

حيث تكون $ع_{(ص/س)} = \sqrt{\frac{مجـ (ص - \hat{ص})^{2}}{ن}}$

وفى حالة العينات الصغيرة يكون الخطأ المعيارى للتقدير هو :

$ع'_{(ص/س)} = ع_{ص} \sqrt{(\frac{ن}{ن - ٢})(1 - ر^{2})}$

$ع'_{(س/ص)} = ع_{س} \sqrt{(\frac{ن}{ن - ٢})(1 - ر^{2})}$

ثانيا : الانحدار الخطي البسيط للبيانات المبوبة :

عرضنا من قبل للبيانات المبوبة فى جدول توزيع تكرارى فى حالة بيانات متغير واحد . ولكن الانحدار الخطى البسيط يهتم بالعلاقة بين متغيرين ، وعليه فان البيانات المبوبة اللازمة لتحليل الانحدار الخطى البسيط تتضمن متغيرين معاً فى جدول تكرارى واحد ، ويسمى مثل هذا التوزيع بالجدول التكرارى المزدوج .

ويحتوى الجدول التكراى المزدوج على فئات وتكرارات لكل من المتغيرين . وقد سبق توضيح كيفية اعدا د الجدول التكرارى (أحادى المتغير) ، وسنوضح هنا كيفية إعداد الجدول التكرارى المزدوج (ثنائى المتغير) ، باستخدام خطوات اعداد الجدول التكرارى الاحادى .

فاذا فرض أن لدينا متغيرين هما س ، ص وكانت درجاتهما لعينة حجمها ٢٠ فردا كما بالجدول (٥ – ٣) .

جدول (٥ – ٣)

درجات عينة من الأفراد في متغيرين س ، ص

س	١٣	٦	٩	٨	٧	٥	١٠	٩	١١	١٢	١١	٨	١١	١٢	١١	١٤	١٠	١٣	١٥	١٤
ص	١٧	١١	١٢	١٣	١٤	٩	١٤	١٦	١٥	١٦	١٦	١٧	١٨	١٨	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢٠	٢٢

فيمكن اعداد جدول توزيع تكرارى مزدوج باتباع نفس خطوات اعداد الجدول التكرارى الاحادى مع بعض التعديل على النحو التالى :

١ – نحسب مدى الدرجات لكل من س ، ص .

مدى درجات س = ١٥ – ٥ + ١ = ١١

مدى درجات ص = ٢٢ – ٩ + ١ = ١٤

٢ – نختار فئات (س) وفئات (ص) وطول كل منها بشرط أن يكون :

حاصل ضرب عدد الفئات × طول الفئة ≥ المدى

ويمكن اختيار عدد فئات س = ٦ ، طول الفئة = ٢ ، ويكون حاصل ضربهما ٦ × ٢ = ١٢ وهى اكبر من المدى (١١).

وكذلك عدد فئات ص = ٧ ، وطول الفئة = ٢ ، وحاصل ضربهما ٧ × ٢ = ١٤ .

٣ – نكون الجدول الثنائى بوضع فئات س أفقيا وفئات ص رأسيا وتبدأ فئات س بالدرجة ٥ ، وتكون الفئة الاولى (٥ – أقل من ٧) ، والثانية (٧ – أقل من ٩) وهكذا حتى الفئة الاخيرة (١٥ – أقل من ١٧) .

أما فئات ص فتبدأ بالدرجة ٩ وتكون الفئة الاولى (٩ – أقل من ١١) والثانية (١١ – أقل من ١٣) وهكذا حتى الفئة الاخيرة (٢١ – أقل من ٢٣) ، انظر جدول (٥ – ٤) .

٤ – نبدأ فى توزيع أزواج درجات المتغيرين س ، ص (المدونة بجدول ٥ – ٣) على فئات وخلايا جدول (٥ – ٤) . والمقصود بالخلية ذلك المربع (أو المستطيل) ، الناتج من تقاطع إحدى فئات س مع احدى فئات ص ، كما بالجدول (٥ – ٤) . فمثلا زوج الدرجات (١٣ ، ١٧) هما أول زوج من أزواج الدرجات ، ولتمثيل هاتين الدرجتين فى الجدول التكرارى المزدوج ، فان الدرجة (س = ١٣)تقع فى الفئة الخامسة من فئات س (١٣ – أقل من

جدول (٥ – ٤) توزيع تكرارى مزدوج

فئات س / فئات ص	٥ –	٧ –	٩ –	١١ –	١٣ –	١٥– أقل من ١٧	مجموع تكرارات (ص)
٩ –	/ (١)						١
١١ –	/ (١)		/ (١)				٢
١٣ –		// (٢)	/ (١)				٣
١٥ –			/ (١)	/// (٣)			٤
١٧ –		/ (١)		/// (٣)	// (٢)		٦
١٩ –			/ (١)		/ (١)	/ (١)	٣
٢١–أقل من ٢٣					/ (١)		١
مجموع تكرارات (س)	٢	٣	٤	٦	٤	١	٢٠

١٥) أما الدرجة (ص = ١٧) فهى تقع فى الفئة الخامسة أيضا من فئات ص (١٧ – أقل من ١٩) ومن ثم نضع علامة (/) فى الخلية الخامسة أسفل الفئة (١٣ –) والخامسة أمام الفئة (١٧ –) . وكذلك الحال مع زوج الدرجات (٦ ، ١١) حيث تقع الدرجة (س = ٦) فى الفئة الاولى من فئات س ، أما الدرجة (ص =١١) فهى تقع فى الفئة الثانية من فئات ص . وبذلك فاننا نضع علامة (/) أسفل الفئة الأولى من فئات س وأمام الفئة الثانية من فئات ص . وهكذا لبقية أزواج الدرجات المدونة بالجدول (٥–٣)، حتى يكتمل الجدول التكرارى المزدوج (جدول ٥ – ٤).

٥ – نكتب عدد التكرارات فى كل خلية بدلا من العلامات ، كما هى موضحة بين الاقواس فى خلايا الجدول المزدوج ، لاحظ وجود خلايا بدون تكرارت لعدم وجود درجات مناسبة لتلك الخلايا .

٦ – نجمع تكرارات كل فئة من فئات س ونكتبها أسفل الجدول المزدوج أمام مجموع تكرارات س . ومجموع تكرارات الفئة الاولى من فئات س هو (٢)، والفئة الثانية (٣) وهكذا حتى الفئة الاخيرة بها تكرار واحد .

ويكون المجموع الكلى لتكرارات فئات س هو ٢٠

٧ – نجمع تكرارات كل فئة من فئات ص ونكتبها فى آخر عمود بالجدول (٥ – ٤) تحت عنوان مجموع تكرارات ص . ومجموع تكرارات الفئة الاولى من فئات ص هو (١) ، والفئة الثانية (٢) وهكذا حتى الفئة الاخيرة بها تكرار واحد

كما أن المجموع الكلى لتكراريت فئات ص هو ٢٠ أيضا

ويتضح من دراسة الجدول (٥ – ٤) أن شكل انتشار التكرارات يبدأ من أعلى اليمين ويستمر حتى أسفل اليسار ، وهو يعنى وجود علاقة خطية موجبة بين المتغيرين س ، ص .

ولحساب معادلة انحدار ص على س للبيانات المبوبة فى جدول تكرارى مزدوج ، فان المعادلات السابق الاشارة اليها لحساب قيم الثوابت أ ، ب تصبح على النحو التالى :

$$\text{أ} = \text{م}_{\text{ص}} - \text{ب م}_{\text{س}}$$

$$\text{أ} = \frac{\text{مجـ ص ت}}{\text{مجـ ت}} - \text{ب} \frac{\text{مجـ س ت}}{\text{مجـ ت}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (١٧)$$

$$\text{وكذلك ب} = \frac{\text{مجـ س ص ت} - \dfrac{\text{مجـ س ت} \times \text{مجـ ص ت}}{\text{مجـ ت}}}{\text{مجـ س}^{٢}\text{ ت} - \dfrac{(\text{مجـ س ت})^{٢}}{\text{مجـ ت}}} \quad \ldots\ldots \quad (١٨)$$

والمعادلتين [illegible] ق الاشارة إليها فى حال الدرجات الخام ، لكن يفضل استخدام المعادلتين ١٧ ، ١٨ لحساب قيمتى أ ، ب حيث أنهما لا تتطلبا حساب متوسطى س ، ص .

والعمليات الحسابية المستخدمة هنا لا يجاد ثوابت معادلة الانحدار اكثر تعقيدا من تلك الموضحة فى حال الدرجات الخام . ولذلك ننصح بعدم استخدام الجداول التكرارية المزدوجة لحساب معادلة الإنحدار إذا توفرت لنا الدرجات الخام، أما فى حالة توفر الجدول التكرارى المزدوج وعدم وجود الدرجات الخام فلا مناص من استخدام هذه العمليات الحسابية المطولة والمعقدة .

خطوات حساب ثوابت معادلة الانحدار الخطى البسيط للبيانات المبوبة :

١ – نحدد مراكز فئات س ، ومراكز فئات ص .

٢ – نضرب قيم مراكز الفئات فى التكرار المناظر لكل من س ، ص .

٣ – نحسب مجـ س ت ، مجـ ص ت

٤ – نضرب مربعات مراكز فئات س فى تكراراتها (أو نضرب س ت × س) ، وكذلك نضرب مربعات مراكز فئات ص فى تكراراتها (ص^{٢} ت)

٥ – نحسب مجـ س^{٢} ت ، مجـ ص^{٢} ت

٦ – نضرب تكرارات كل خلية من الخلايا فى مركزى فئات س ، ص المقابلة لها، فينتج س ص ت لكل خلية من الخلايا . فمثلا التكرار (١) فى الخلية الأولى يتم ضربه فى مركز الفئة الاولى لـ س وهو(٦) ومركز الفئة الاولى لـ ص

وهو (١٠) فينتج ١ × ٦ × ١٠ = ٦٠ . أما التكرار (١) فى الخلية الثانية أسفل الفئة الاولى لـ س فيتم ضربه فى مركز الفئة الاولى لـ س وهو (٦) وفى مركز الفئة الثانية لـ ص وهو (١٢) ١ × ٦ × ١٢ = ٧٢ . وهكذا لبقية الخلايا التى تحتوى على تكرار ، ونكتب حواصل الضرب هذه داخل الخلايا .

٧ – نجمع حواصل الضرب داخل الخلايا لكل فئة من فئات س ، ولكل فئة من فئات ص . فمثلا ٦٠ + ٧٢ = ١٣٢ وهى تمثل س ص ت للفئة الاولى لـ س وكذلك ٢٢٤ + ١٤٤ = ٣٦٨ وهى س ص ت للفئة الثانية لـ س ، وهكذا . أما فئات ص فان ٦٠ تمثل أول ناتج س ص ت للفئة الاولى لـ ص ، وكذلك ٧٢ + ١٢٠ = ١٩٢ وهى س ص ت للفئة الثانية لـ ص وهكذا حتى الفئة الأخيرة .

جدول (٥ – ٥) حساب الانحدار الخطى البسيط للبيانات المبوبة

فئات ص \ فئات س	٥ –	٧ –	٩ –	١١ –	١٣ –	١٥-١٧	مجموع ت (ص)	مراكز فئات ص	ص ت	ص² ت	س ص ت
٩ –	١ / ٦٠						١	١٠	١٠	١٠٠	٦٠
١١ –	١ / ٧٢		١ / ١٢٠				٢	١٢	٢٤	٢٨٨	١٩٢
١٣ –		٢ / ٢٢٤	١ / ١٤٠				٣	١٤	٤٢	٥٨٨	٣٦٤
١٥ –			١ / ١٦٠	٣ / ٥٧٦			٤	١٦	٦٤	١٠٢٤	٧٣٦
١٧ –		١ / ١٤٤		٣ / ٦٤٨	٢ / ٥٠٤		٦	١٨	١٠٨	١٩٤٤	١٢٩٦
١٩ –			١ / ٢٠٠		١ / ٢٨٠	١ / ٣٢٠	٣	٢٠	٦٠	١٢٠٠	٨٠٠
٢١ – ٢٣					١ / ٣٠٨		١	٢٢	٢٢	٤٨٤	٣٠٨
مجموع ت(س)	٢	٣	٤	٦	٤	١	٢٠		٣٢٠	٥٦٢٨	٢٧٥٦
مراكز فئات س	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦					
س ت	١٢	٢٤	٤٠	٧٢	٥٦	١٦	٢٢٠				
س² ت	٧٢	١٩٢	٤٠٠	٨٦٤	٧٨٤	٢٥٦	٢٥٦٨				
س ص ت	١٣٢	٣٦٨	٦٢٠	١٢٢٤	١٠٩٢	٣٢٠	٢٧٥٦				

٨ – نجمع س ص ت المدونة أسفل جدول (٥ – ٥) فينتج مجـ س ص ت =٣٧٥٦.

٩ – نجمع س ص ت المدونة في آخر عمود بجدول (٥ – ٥) فينتج أيضا مجـ س ص ت = ٣٧٥٦ ويعد ذلك مراجعة لحواصل الضرب س ص ت .

١٠ – نستخدم المعادلتين ١٧ ، ١٨ لحساب قيمتي أ ، ب .

وباستخدام بيانات الجدول (٥ – ٥) فان :

مجـ س ت = ٢٢٠ ، مجـ $س^٢$ ت = ٢٥٦٨

مجـ ص ت = ٣٣٠ ، مجـ $ص^٢$ ت = ٥٦٢٨ ،

مجـ س ص ت = ٣٧٥٦ .

$$\text{وتكون قيمة ب} = \frac{\text{مجـ س ص ت} - \dfrac{\text{مجـ س ت مجـ ص ت}}{\text{مجـ ت}}}{\text{مجـ س}^٢\text{ ت} - \dfrac{(\text{مجـ س ت})^٢}{\text{مجـ ت}}}$$

$$= \frac{٣٧٥٦ - \dfrac{٢٢٠ \times ٣٣٠}{٢٠}}{٢٥٦٨ - \dfrac{(٢٢٠)^٢}{٢٠}}$$

$$= \frac{٣٧٥٦ - ٣٦٣٠}{٢٥٦٨ - ٢٤٢٠} = \frac{١٢٦}{١٤٨} = ٠,٨٥١$$

$$\text{وقيمة أ} = \frac{\text{مجـ ص ت}}{\text{مجـ ت}} - \text{ب} \frac{\text{مجـ س ت}}{\text{مجـ ت}}$$

$$= \frac{٣٣٠}{٢٠} - ٠,٨٥١ \times \frac{٢٢٠}{٢٠}$$

$$= ١٦,٥ - ٩,٣٦١ = ٧,١٣٩$$

وتصبح معادلة انحدار ص على س لبيانات جدول (٥ – ٥) هي :

ص = ٧,١٣٩ + ٠,٨٥١ س

وبالطبع تختلف معادلة الانحدار الناتجة باستخدام البيانات المبوبة عن معادلة الانحدار الناتجة عن استخدام الدرجات (الخام) الاصلية .

فاذا إستخدمنا بيانات الجدول (٥ – ٣) وهي الدرجات الاصلية للمتغيرين س ، ص قبل وضعها في جدول تكراري مزدوج نجد أن :

ن = ٢٠ ، مجـ س = ٢٠٩ ، مجـ ص = ٣٢٢

مجـ $س^{٢}$ = ٢٣٢٧ ، مجـ $ص^{٢}$ = ٥٣٨٤ ، مجـ س ص = ٣٥٠٦

قيمة ب = ٠,٩٨٧

أ = ٥,٧٨٦

والمعادلة هي ص = ٥,٧٨٦ + ٠,٩٨٧س

وهي مختلفة عن المعادلة السابقة ، ولكنها اكثر دقة لأنها استخدمت الدرجات الأصلية . وقد سبق أن ذكرنا أن قيم المتوسط والانحراف المعياري للبيانات المبوبة تقريبية ، أما للدرجات الاصلية فهي اكثر دقة .

وكذلك يمكن حساب معادلة انحدار س على ص بنفس الطريقة مع تغيير بسيط في معادلتي ١٧ ، ١٨ بما يتشابه مع معادلتي ٨ ،٩ .

وإذا رغبنا في حساب الخطأ المعياري للتقدير لا نحدار ص على س فأننا نستخدم المعادلة (١٤) حيث : $ع_{(ص/س)} = ع_{ص} \sqrt{١ - ر^{٢}}$

ومن الممكن استخدام طريقة الانحرافات عن الوسط الفرضي لكل من س ، ص والتي سبق عرضها عند حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ، في التوصل الى معادلة الانحدار ، ولكن العمليات الحسابية سوف تكون مطولة وبسيطة . والمعادلتان المستخدمتان في هذه الحالة لحساب قيمتي أ ، ب هما نفس المعادلتين ١٧ ، ١٨ مع تغيير الرمز (س) الى (ح) وهي الانحراف عن الوسط الفرضي ، كما يمكن أيضا استخدام طريقة الانحرافات المختصرة عندما تكون الفئات متساوية الطول ولن نستطرد في شرح هذه الطرق لأنها قليلة الإستخدام. ولايتأثر الانحدار بالوسط الفرضي أو باختصار الانحرافات مثل المتوسط الحسابي والانحراف المعياري .

وفي كل الأحوال السابقة نتوصل الى نفس المعادلة التى حصلنا عليها باستخدام مراكز الفئات، وهى كما ذكرنا معادلة تقريبية وأقل دقة من استخدام الدرجات الاصلية .

ثالثا : الارتباط الخطي البسيط : Simple Linear Correlation

إذا إقترن التغير في متغير ما بالتغير فى متغيرآخر فان أحد هذين المتغيرين قد يكون سببا للآخر . فالتغير في التحصيل مثلا قد يرجع الى عدد ساعات الاستذكار اليومى ، أو التغير فى درجات اللغة العربية قد يرجع الى ذكاء الطالب ، أو إدمان الشباب قد يرجع الى التنشئة الاسرية أو جماعة الرفاق ، وما إلى ذلك من المتغيرات . فعندما يتصل المتغير الأول بالثانى فهذا دليل على وجود علاقة بينهما، وفي هذه الحالة قد يكون أحدهما سببا للآخر ، وقد يكون هناك متغير ثالث هو السبب فى تلك العلاقة . ومعنى هذا أن العلاقة بين متغيرين ليست بالضرورة علاقة سببية، وإنما قد ترجع الى متغيرات أخرى لها علاقة بالمتغيرين موضع الإهتمام.

وقد توجد علاقة بين متغير وعدد من المتغيرات الآخرى مثل ظاهرة الادمان التى ترتبط بعدد من المتغيرات الآخرى ، وتكون هذه العلاقة متعددة المتغيرات وليست علاقة بسيطة . ونحن نهتم هنا بالعلاقة البسيطة بين متغيرين ، كما أننا نهتم بالعلاقة الخطية وليست المنحنية .

والعلاقة الخطية البسيطة هى علاقة بين متغيرين يمكن تمثيلها بشكل إنتشار أو خط إنحدار بين المتغيرين . وقد تكون العلاقة طردية (شكل ٥ – ١ أ) وهى تعنى أن الزيادة فى أحد المتغيرين يصحبها زيادة فى المتغير الثانى .

وقد تكون العلاقة عكسية (شكل ٥ – ١ ب) وهى تعنى أن الزيادة فى أحد المتغيرين يصحبها نقص في المتغير الثانى (والعكس صحيح) . ويدل شكل الانتشار (٥ – ١ جـ) على عدم وجود علاقة بين المتغيرين أو علاقة صفرية ، بينما الشكل (٥ – ١ د) يدل على وجود علاقة منحنية بين متغيرين . ويقصد بالارتباط البسيط العلاقة بين متغيرين ، فاذا كانت العلاقة طردية يكون الارتباط موجبا ، واذا كانت العلاقة عكسية يكون الارتباط سالبا ، أما كانت العلاقة معدومة فيكون الارتباط صفريا .

ومعامل الارتباط هو مقياس لقوة (حجم) العلاقة بين متغيرين (مستوى قياسهما فترى أو نسبى) ، وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين + ١ ، –١ .

ويدل معامل الارتباط +١ على علاقة موجبة تامة مثل العلاقة بين قطر الدائرة ومحيطها ، بينمامعامل الارتباط -١ فيعنى علاقة سالبة تامة مثل العلاقة بن حجم الغاز وضغطه ، أما معامل الارتباط صفر فيعنى عدم وجود علاقة بين المتغيرين .

ولكن العلاقات بين المتغيرات في العلوم الانسانية لا تكون علاقات تامة ، بل تكون علاقات أقل من ذلك ، فهي غالبا ما تكون علاقات كسرية أقل من الواحد الصحيح مثل ٠,٤ ، -٠,٧ ، ٠,٠٣ ، ٠,٩ ، -٠,٢ فإذا كانت الزيادة (أو النقص) في درجات متغيرما يقابلها زيادة (أو نقص) في درجات متغير آخر فان العلاقة بينهما هي علاقة موجبة .

أما اذا كانت الزيادة في درجات متغيرما يصاحبها نقص في درجات متغير آخر فان العلاقة بينهما هي علاقة سالبة . بينما اذا كانت الزيادة (أو النقص) في درجات احد المتغيرين لا يصحبها أي زيادة أو نقص في المتغير الثاني فلا توجد علاقة بين المتغيرين ويكونا مستقلين عن بعضهما .

ويقترن معامل الارتباط باسم عالم الرياضيات الانجليزي كارل بيرسون Karl Pearon فهو أول من توصل الى معادلة لحساب معامل الارتباط الخطي بين متغيرين . ويعرف معامل ارتباط بيرسون باسم Product moment correlaion coefficient وهو يعني مقدار التغاير Covariance بين متغيرين معياريين ، وهذا التغاير هو متوسط حاصل ضرب درجات المتغيرين المعياريين . ويقصد بالمتغيرين المعيارين أن درجاتهما ثم تحويلها الى درجات معيارية بمتوسط يساوى الصفر وانحراف معياري يساوي الوحدة .

ومتوسط حاصل ضرب درجات المتغيرين المعياريين هو العزم الاول لحواصل الضرب Product monent ، ولذلك قد يطلق عليه البعض اسم معامل ارتباط العزوم ، إلا أن المسمى الصحيح هو معامل الارتباط البسيط . ويعتمد معامل ارتباط بيرسون على افتراض وجود علاقة خطية بين المتغيرين ، وأن مستوى قياسهما فترى أو نسبى ، وتتوزع درجاتهما توزيعا إعتداليا.

حساب معامل الارتباط الخطى البسيط :

يتم حساب معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين س ، ص باستخدام المعادلة:

$$ر = \frac{مج\ ذ_س\ ذ_{ص}}{ن}$$ حيث ذ$_س$ ، ذ$_{ص}$ درجات معيارية

للمتغيرين س ، ص ، وهو متوسط تغاير درجات س ، ص المعيارية

أما فى حالة الدرجات الخام فإن :

$$ر = \frac{مجـ (س - م_س)\ (ص - م_{ص})}{\sqrt{مجـ (س - م_س)^٢\ مجـ (ص - م_{ص})^٢}}$$

$$= \frac{\frac{مجـ\ س\ ص}{ن} - م_س\ م_{ص}}{ع_س\ ع_{ص}} \quad .... \quad (١٩)$$

$$ر = \frac{مجـ\ س\ ص - ن م_س\ م_{ص}}{\sqrt{\left(مجـ\ س^٢ - ن\ م_س^٢\right)\left(مجـ\ ص^٢ - ن\ م_{ص}^٢\right)}}$$

$$= \frac{مجـ\ س\ ص - \frac{مجـ\ س\ مجـ\ ص}{ن}}{\sqrt{\left[مجـ\ س^٢ - \frac{(مجـ\ س)^٢}{ن}\right]\left[مجـ\ ص^٢ - \frac{(مجـ\ ص)^٢}{ن}\right]}}$$

$$ر = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص - مجـ\ س\ مجـ\ ص}{\sqrt{\left[ن\ مجـ\ س^٢ - (مجـ\ س)^٢\right]\left[ن\ مجـ\ ص^٢ - (مجـ\ ص)^٢\right]}} \quad ... \quad (٢٠)$$

وهى المعادلة التى ننصح بإستخدامها لحساب معامل إرتباط بيرسون للدرجات الخام . وجميع المعادلات المذكورة آنفاً هى صور مختلفة من حيث الشكل (لكنها متساوية رياضيا) لحساب معامل ارتباط بيرسون للدرجات الخام ، إلا أننا ننصح باستخدام الصورة الأخيرة (٢٠) ، لأنها تؤجل عمليات التقريب الحسابى الى النهاية . والمعادلة هى :

$$ر = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص - مجـ\ س\ مجـ\ ص}{\sqrt{\left[ن\ مجـ\ س^٢ - (مجـ\ س)^٢\right]\left[ن\ مجـ\ ص^٢ - (مجـ\ ص)^٢\right]}}$$

حيث (ن) عدد أفراد العينة (عدد أزواج الدرجات) ، مجـ س ص هو مجموع حواصل ضرب أزواج الدرجات س × ص ، أما مجـ $س^{٢}$ ، مجـ $ص^{٢}$ فهما: مجموع مربعات درجات س ، مجموع مربعات درجات ص ، وتعتمد قيمة معامل الارتباط على تباين درجات المتغيرين (معادلة ١٩) فاذا كان التباين صفرا يقل معامل الارتباط ، وفى حالة عدم وجود تباين فى احد المتغيرين (تساوى درجاته) فلا نستطيع حساب معامل الارتباط .

مثال (١) : ولحساب معامل الارتباط بين درجات الذكاء والعلوم المبينة بالجدول (٥ – ٢) ، فاننا نضيف عموداً آخر للجدول يحتوى على مربعات درجات ص وبالتالى يكون لدينا :

ن = ٦ ، مجـ س = ٨٨ ، مجـ ص = ٧٧

مجـ $س^{٢}$ = ١٥١٤ ، مجـ $ص^{٢}$ = ١٠٩٥ ، مجـ س ص = ١٢٦١

وتكون قيمة معامل الارتباط

$$ر = \frac{٦ \times ١٢٦١ - ٨٨ \times ٧٧}{\sqrt{\left[٦ \times ١٥١٤ - (٨٨)^{٢}\right]\left[٦ \times ١٠٩٥ - (٧٧)^{٢}\right]}}$$

$$= \frac{٧٥٦٦ - ٦٧٧٦}{\sqrt{\left[٩٠٨٤ - ٧٧٤٤\right]\left[٦٥٧٠ - ٥٩٢٩\right]}}$$

$$= \frac{٧٩٠}{\sqrt{(١٣٤٠)\ (٦٤١)}} = \frac{٧٩٠}{٩٢٦,٧٩}$$

ر = ٠,٨٥٢

كما يمكن استخدام المعادلة (١٩) : $ر = \dfrac{\dfrac{\text{مجـ س ص}}{ن} - م_{س}\, م_{ص}}{ع_{س}\, ع_{ص}}$

حيث $م_{س}$ = ١٤,٦٧ ، $م_{ص}$ = ١٢,٨٣

$ع_{س}$ = ٦,١٠ ، $ع_{ص}$ = ٤,٢٢ ، مجـ س ص = ١٢٦١

فتكون
$$ر = \frac{\frac{١٢٦١}{٦} - ١٤,٦٧ \times ١٢,٨٣}{٦,١٠ \times ٤,٢٢}$$

$$= \frac{٢١٠,١٧ - ١٨٨,٢٢}{٢٥,٧٤}$$

$$ر = \frac{٢١,٩٥}{٢٥,٧٤} = ٠,٨٥٣$$

وهي تقريبا نفس القيمة السابقة مع اختلاف بسيط (٠,٠٠١) يرجع الى استخدام التقريب الى رقمين عشريين في حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية .

مثال (٢) : واذا استخدمنا بيانات الجدول (٥ − ٣) لحساب معامل الارتباط البسيط بين س ، ص فاننا نقوم بحساب كل من : مجـ س ، مجـ ص ، مجـ س٢ ، مجـ ص٢ ، مجـ س ص (جدول ٥ − ٦) ثم نطبق احدى المعادلين (١٩) أو (٢٠) .

معامل الارتباط (ر) =

$$\frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{\left[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}\right]\left[\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}\right]}}$$

$$= \frac{٢٠ \times ٣٥٠٦ - ٢٠٩ \times ٣٢٢}{\sqrt{\left[٢٠ \times ٢٣٢٧ - (٢٠٩)^{٢}\right]\left[٢٠ \times ٥٣٨٤ - (٣٢٢)^{٢}\right]}}$$

$$= \frac{٧٠١٢٠ - ٦٧٢٩٨}{\sqrt{\left[٤٦٥٤٠ - ٤٣٦٨١\right]\left[١٠٧٦٨٠ - ١٠٣٦٨٤\right]}}$$

$$= \frac{٢٨٢٢}{\sqrt{(٢٨٥٩)(٣٩٩٦)}}$$

$$ر = \frac{٢٨٢٢}{٣٣٨٠,٠٢} = ٠,٨٣٥$$

جدول (٥ – ٦) لحساب معامل الارتباط البسيط

م	س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س ص
١	١٣	١٧	١٦٩	٢٨٩	٢٢١
٢	١٦	١١	٢٥٦	١٢١	٦٦
٣	٩	١٢	٨١	١٤٤	١٠٨
٤	٨	١٣	٦٤	١٦٩	١٠٤
٥	٧	١٤	٤٩	١٩٦	٩٨
٦	٥	٩	٢٥	٨١	٤٥
٧	١٠	١٤	١٠٠	١٩٦	١٤٠
٨	٩	١٦	٨١	٢٥٦	١٤٤
٩	١١	١٥	١٢١	٢٢٥	١٦٥
١٠	١٢	١٦	١٤٤	٢٥٦	١٩٢
١١	١١	١٦	١٢١	٢٥٦	١٧٦
١٢	٨	١٧	٦٤	٢٨٩	١٣٦
١٣٢	١١	١٨	١٢١	٣٢٤	١٩٨
١٤	١٢	١٨	١٤٤	٣٢٤	٢١٦
١٥	١١	١٧	١٢١	٢٨٩	١٨٧
١٦	١٤	١٨	١٩٦	٣٢٤	٢٥٢
١٧	١٠	١٩	١٠٠	٣٦١	١٩٠
١٨	١٣	٢٠	١٦٩	٤٠٠	٢٦٠
١٩	١٥	٢٠	٢٢٥	٤٠٠	٣٠٠
٢٠	١٤	٢٢	١٩٦	٤٨٤	٣٠٨
المجموع	٢٠٩	٣٢٢	٢٣٢٧	٥٣٨٤٠	٣٥٠٦

وباستخدام المعادلة (١٩) حيث $م_{س}$ = ١٠,٤٥ ، $م_{ص}$ = ١٦,١

$ع_{س}$ = ٢,٦٧ ، $ع_{ص}$ = ٣,١٦

$$ر = \frac{\frac{مجـ\ س\ ص}{ن} - م_{س}\ م_{ص}}{ع_{س}\ ع_{ص}}$$

$$= \frac{\frac{٣٥٠٦}{٢٠} - ١٠,٤٥ \times ١٦,١}{٢,٦٧ \times ٣,١٦}$$

$$= \frac{١٧٥,٣ - ١٦٨,٢٥}{٨,٤٤}$$

$$ر = \frac{٧,٠٥}{٨,٤٤} = ٠,٨٣٥$$

العلاقة بين الانحدار والارتباط الخطى البسيط :

وضحنا فى بداية هذا الفصل كيفية التوصل الى معادلة الانحدار الخطى البسيط ، وقد ذكرنا أنه (الانحدار) يوضح العلاقة بين متغيرين . كما أن معامل الارتباط هو مقياس لتلك العلاقة بين المتغيرين . ونستطيع التوصل لكل من معادلة انحدار أحد المتغيرين على الآخر ، وكذلك لقيمة معامل الارتباط بينهما باستخدام معامل ارتباط بيرسون إذا ما توفرت درجات المتغيرين .

وقد وضحنا أنه يمكن ايجاد معادلة انحدار ص على س ، ومعادلة انحدار س على ص . وفى كل منهما نحسب ثوابت المعادلة (أ ، ب) ، (أ/ ، ب/)

وإذا ضربنا ب ب/ نحصل على مربع معامل الارتباط (المعادلة رقم ١٤ هى مربع المعادلة رقم ٢٠) .

كما يمكن حساب معامل الارتباط عن طريق الانحدار بطريقة أخرى . فقد ذكرنا أن دقة التنبؤ بقيم المتغير التابع من المتغير المستقل (المنبأ) تعتمد على قوة العلاقة بين المتغيرين . وعادة ما نجد تباعدا (أو انحرافاً) للقيم الفعلية عن القيم

المتنبأ بها ، وتعرف مربعات هذه الانحرافات باسم مربعات الخطأ (مربعات الانحراف عن خط الانحدار) . أما مربعات الانحدار فهي مربعات انحرافات الدرجات المتنبأ بها عن المتوسط الحسابي للمتغير التابع . ومجموع مربعات الانحدار إضافة إلى مجموع مربعات الخطأ يسمى بمجموع المربعات الكلي .

وإذا إستخدمنا الرموز لتوضيح ذلك فإن :

مجموع المربعات الكلي (للمتغير التابع) = مجموع مربعات الانحدار + مجموع مربعات الخطأ

$$\text{مجـ}\left(\text{ص} - \text{م}_{\text{ص}}\right)^{٢} = \text{مجـ}\left(\text{ص} - \widehat{\text{ص}}\right)^{٢} + \text{مجـ}\left(\widehat{\text{ص}} - \text{م}_{\text{ص}}\right)^{٢}$$

حيث (ص) المتغير التابع ، م ص المتوسط الحسابي ، $\widehat{\text{ص}}$ هي القيم المتنبأ بها . وباستخدام هذه المربعات نستطيع حساب ما يسمى بنسبة الارتباط ، وهي مربع معامل الارتباط (Freund & Wilson,1997:293-294)

$$\text{نسبة الارتباط} = \frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع المربعات الكلي (للمتغير التابع)}}$$

$$\text{ر}^{٢} = \frac{\text{مجـ}\left(\text{ص} - \widehat{\text{ص}}\right)^{٢}}{\text{مجـ}\left(\text{ص} - \text{م}_{\text{ص}}\right)^{٢}}$$

ويمكن حساب مجموع مربعات الانحدار باستخدام معامل الانحدار .

مجموع مربعات الانحدار(ص على س)^{٢}=

$$= \text{ب} \left(\text{مجـ س ص} - \text{ن م}_{\text{س}} \text{م}_{\text{ص}} \right)$$

$$\text{مجموع المربعات الكلي} = \left(\text{مجـ ص}^{٢} - \text{ن م}_{\text{ص}}^{٢} \right)$$

وتصبح نسبة الارتباط هي :

$$\text{ر}^{٢} = \frac{\text{ب} \left(\text{مجـ س ص} - \text{ن م}_{\text{س}} \text{م}_{\text{ص}} \right)}{\left(\text{مجـ ص}^{٢} - \text{ن م}_{\text{ص}}^{٢} \right)} \quad \text{.............. (٢١)}$$

واذا عوضنا عن (ب) من المعادلة (٥) فى المعادلة (٢١) ينتج

$$ر^٢ = \frac{(\text{مجـ س ص} - ن م_س م_ص)^٢}{(\text{مجـ س}^٢ - ن م_س^٢)(\text{مجـ ص}^٢ - ن م_ص^٢)}$$

وهى مربع أحدى صور معادلة بيرسون السابق الاشارة اليها .

مثال (١) : واذا طبقنا هذه الطريقة على بيانات جدول (٥ - ٢)

حيث ن = ٦ ، مجـ س = ٨٨ ، مجـ ص = ٧٧ س

مجـ $س^٢$ = ١٥١٤ ، مجـ $ص^٢$ = ١٠٩٥ ، مجـ س ص = ١٢٦١

فقد سبق أن حصلنا على معادلة انحدار ص على س وهى :

ص = ٤,١٨ + ٠,٥٩ س

ويكون مجموع مربعات انحدار (ص على س)

= ب (مجـ س ص - ن $م_س$ $م_ص$)

= ٠,٥٩ (١٢٦١ - ٦ × ١٤,٦٧ × ١٢,٨٣)

= ٠,٥٩ (١٢٦١ - ١١٢٩,٣٠)

= ٠,٥٩ × ١٣١,٧

= ٧٧,٧٠

ومجموع المربعات الكلى للمتغير التابع = مجـ $ص^٢$ - ن $م_ص^٢$

= ١٠٩٥ - ٦ × $(١٢,٨٣)^٢$

= ١٠٩٥ - ٩٨٨,١١٥

= ١٠٦,٨٨٥

$$\text{ونسبة الارتباط } (ر^٢) = \frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع المربعات الكلى للمتغير التاسع}}$$

$$= \frac{٧٧,٧٠}{١٠٦,٨٨٥}$$

$ر^٢ = ٠,٧٢٧$

$ر = \sqrt{٠,٧٢٧} = ٠,٨٥٣$

وهى تقريبا تعادل قيمة معامل الارتباط السابق الحصول عليها (ويرجع الفرق بين القيمتين وهو ٠,٠٠١ الى استخدام رقمين عشريين فى العمليات الحسابية) .

حساب الارتباط الخطى البسيط للبيانات المبوبة :

يعتمد حساب الارتباط الخطى البسيط للبيانات المبوبة على استخدام بيانات من جدول تكرارى مزدوج . وقد سبق أن وضحنا كيفية اعداد جدول تكرارى مزدوج . ولا يعنى هذا أنه إذا توفرت لنا درجات متغيرين أن نقوم أولا بوضعها فى جدول تكرارى مزدوج ، ثم نحسب معامل الارتباط بين المتغيرين باستخدام هذا الجدول لأن معامل الارتباط الناتج غير دقيق (كما ذكرنا فى حالة الانحدار أيضا) . ولكن إذا لم يتوفر لنا درجات المتغيرين موضع الاهتمام ، بل توفر لدينا بياناتهما فى جدول تكرارى مزدوج ، فلا مناص من استخدام ذلك الجدول فى حساب معامل الارتباط الخطى البسيط .

وتستخدم معادلة بيرسون لحساب معامل الارتباط الخطى البسيط للبيانات المبوبة مع تغيير بسيط فى المعادلة (١٩ مثلاً) ، وهو ضرب كل درجة من درجات س ، ص (مراكز الفئات) فى تكراراتها ، وكذلك مربعات كل درجة من درجات س ، ص وحواصل الضرب تضرب فى التكرارات المقابلة لها . وتصبح صور معادلة بيرسون فى حالة البيانات المبوبة كما يلى :

$$ر = \frac{\frac{مجـ\ س\ ص\ ت}{مجـ\ ت} - م_س\ م_ص}{ع_س\ ع_ص} \qquad .... \qquad (٢٢)$$

$$ر = \frac{مجـ\ س\ ص\ ت - \frac{مجـ\ س\ ت\ مجـ\ ص\ ت}{مجـ\ ت}}{\sqrt{\left[مجـ\ س^٢\ ت - \frac{(مجـ\ س\ ت)^٢}{مجـ\ ت}\right]\left[مجـ\ ص^٢\ ت - \frac{(مجـ\ ص\ ت)^٢}{مجـ\ ت}\right]}}$$

$$ر = \frac{\text{مجـ ت (مجـ س ص ت)} - \text{(مجـ س ت) (مجـ ص ت)}}{\sqrt{\left[\text{مجـ ت (مجـ س}^2\text{ ت)} - \text{(مجـ س ت)}^2\right]\left[\text{مجـ ت (مجـ ص}^2\text{ ت)} - \text{(مجـ ص ت)}^2\right]}} \quad (٢٣)$$

ويفضل استخدام المعادلة الأخيرة (٢٣) وهى المقابلة للمعادلة (٢٠) (السابق ذكرها فى حالة الدرجات الخام).

مثال : باستخدام بيانات الجدول تكرارى المزدوج (٥ – ٤) يمكن حساب معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص ويوضح جدول (٥ – ٥) العلميات الحسابية اللازمة لتطبيق المعادلة (٢٣) .

حيث : مجـ ت = ٢٠ ، مجـ س ت = ٢٢٠ ،

مجـ ص ت = ٣٣٠ ، مجـ س^2 ت = ٢٥٦٨

مجـ ص^2 ت = ٥٦٢٨ ، مجـ س ص ت = ٣٧٥٦

ونحسب قيمة معامل الارتباط من المعادلة :

$$ر = \frac{\text{مجـ ت (مجـ س ص ت)} - \text{(مجـ س ت) (مجـ ص ت)}}{\sqrt{\left[\text{مجـ ت (مجـ س}^2\text{ ت)} - \text{(مجـ س ت)}^2\right]\left[\text{مجـ ت (مجـ ص}^2\text{ ت)} - \text{(مجـ ص ت)}^2\right]}}$$

$$= \frac{٢٠ \, (٣٧٥٦) - (٢٢٠) \, (٣٣٠)}{\sqrt{\left[٢٠ \, (٢٥٦٨) - (٢٢٠)^2\right]\left[٢٠ \, (٥٦٢٨) - (٣٣٠)^2\right]}}$$

$$= \frac{٧٥١٢٠ - ٧٢٦٠٠}{\sqrt{\left[٥١٣٦٠ - ٤٨٤٠٠\right]\left[١١٢٥٦٠ - ١٠٨٩٠٠\right]}}$$

$$= \frac{٢٥٢٠}{\sqrt{(٢٩٦٠) \, (٣٦٦٠)}}$$

$$ر = \frac{٢٥٢٠}{٣٢٩١,٤٤} = ٠,٧٦٦$$

وهى قيمة مختلفة عن معامل إرتباط الدرجات الخام لبيانات جدول (٥-٣) وهى نفس البيانات التى تم وضعها فى الجدول التكرارى المزدوج (٥ - ٤) . وكما ذكرنا سابقا أن استخدام البيانات المبوبة يؤدى الى نتائج تقريبية وغير دقيقة.

تأثير التباين وحجم العينة على معامل الارتباط :

يوضح معامل الارتباط بين متغيرين قوة العلاقة بينهما . وتستلزم معادلة بيرسون أن تكون درجات المتغيرين فى مستوى قياس فترى أو نسبى ، وأن تكون العلاقة بينهما خطية ، وتتوزع درجاتهما توزيعا اعتداليا بالاضافة الى عشوائية اختيار العينة . فإذا كان توزيع درجات أحد المتغيرين ملتويا فان معامل الارتباط الناتج يكون أقل منه فى المجتمع . أما إذا كانت العلاقة منحنية فلا يجوز استخدام معادلة بيرسون .

وكما ذكرنا أن معامل الارتباط يوضح قوة العلاقة بين الدرجات المرتفعة والمنخفضة فى أحد المتغيرين مع الدرجات المرتفعة والمنخفضة فى المتغير الآخر. فاذا لم يحتوى أحد المتغيرين على الدرجات المرتفعة والمنخفضة (تباين الدرجات) ، فان العلاقة بين المتغيرين تقترب من الصفر، (Sprinthal, 1994 : 215) .

فاذا رغب باحث فى حساب العلاقة بين الذكاء والتحصيل لعينة من الطلبة المتفوقين . وفى هذه الحالة فأن درجات هذه العينة ستكون متقارية فى أحد المتغيرين أو كليهما وبالتالى تكون المجموعة متجانسة ، فان معامل الارتباط بين الذكاء والتحصيل لهذه المجموعة يكون منخفضاً عن معامل الارتباط فى المجتمع (مجتمع طلبة نفس المرحلة التعليمية) . ومعنى هذا أنه كلما قلت الفروق بين الدرجات (التباين) كلما كان معامل الارتباط أقل منه فى المجتمع . وكلما زاد تباين الدرجات كلما إقترب معامل الارتباط من معامل الارتباط فى المجتمع . أما فى حالة تساوى درجات احد المتغيرين فيكون التباين صفراً وبالطبع لانستطيع حساب معامل الارتباط لأننا لا نستطيع القسمة على صفر .

كما يتاثر معامل الارتباط بحجم العينة وطريقة اختيارها ، فكلما كانت العينة كبيرة وعشوائية كلما إقتربت من تمثيل المجتمع . وفى هذه الحالة يقترب معامل الارتباط (بين متغيرين) من معامل الارتباط فى المجتمع . أما إذا كان حجم العينة صغيرا ، فان معامل الارتباط (بين متغيرين) لهذه العينة يكون اكبر من معامل الارتباط فى المجتمع . ولذلك نقترح أن لايقل حجم العينة عن (٣٠)

لحســاب معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين ، وبالطبع يفضل أن يكون إختيار العينة عشوائيا.

تفسير معامل الارتباط :

تتراوح قيمة معامل الارتباط بين ±١ ، وغالبا ما تكون قيمة كسرية . وتدل الاشارة على كون العلاقة طردية (موجبة) أو عكسية (سالبة) .

فاذا كان معامل الارتباط بين متغيرين ٠,٧ فانه يعنى حجم العلاقة وإتجاهها الايجابى . واذا كان معامل الارتباط بين متغيرين – ٠,٦ فهو يعنى أيضا حجم العلاقة واتجاهها السلبى (العكسى) وقد ينظر البعض الى معامل الارتباط ٠,٧ على أنه نسبة مئوية بين المتغيرين ، ولكن هذا غير صحيح . كما أن مثل هذه العلاقة ليست علاقة سببية . فقد يرتبط متغيرين إرتباطا مرتفعا أو منخفضا (إيجابيا أو سلبيا) ولكن هذا الارتباط لا يدل على أن أحدهما سببا فى الآخر ، وإنما يدل على وجود شئ مشترك بين المتغيرين . فالعلاقة بين الذكاء والتحصل لا تعنى أن الذكاء يسبب التحصيل أو العكس ، وانما تعنى أنهما غير مستقلين ويوجد شئ مشترك بينهما . وقد يكون السبب هو متغير ثالث مثل عدد ساعات الاستذكار أو جودة التدريس وغير ذلك . وبصفة عامة فان تفسير العلاقة بين متغيرين في العلوم الانسانية ، أمر شائك لتداخل العديد من المتغيرات الأخرى.

ويدل معامل الارتباط المرتفع (سواء كان موجبا أو سالبا) على علاقة قوية بين المتغيرين ، ومعامل الارتباط المنخفض يدل على علاقة ضعيفة وقد اقترح جيلفورد (Guilford,1956 : 145) تفسيراً لمعاملات الارتباط حسب أحجامها وذلك إذا كانت الإرتباطات دالة (هامة أو حقيقية) ، إلا أن هذه التفسيرات لاتنطبق على الإرتباطات غير الدالة .

- معامل الارتباط الاقل من ٠,٢ ضعيف ويدل على علاقة غير هامة .
- معامل الارتباط من ٠,٢ الى ٠,٣٩ ضعيف ويدل على وجود علاقة ضعيفة .
- معامل الارتباط من ٠,٤ الى ٠,٦٩ متوسط ويدل على علاقة جيدة وهامة .
- معامل الارتباط من ٠,٧ الى ٠,٨٩ مرتفع ويدل على علاقة قوية .
- معامل الارتباط اكبر من ٠,٩ مرتفع جدا ويدل على علاقة شبه تامة

وتنطبق هذه التفسيرات على معاملات الارتباط الدالة ومهما كانت الاشارة موجبة أو سالبة ، فمعامل الإرتباط ٠,٨ يدل على حجم للعلاقة مشابة لما يدل عليه معامل الارتباط –٠,٨ والفرق بينهما فى الاتجاه (إيجابى أو سلبى) .

والتفسير الاكثر شيوعا واستخداما لمعاملات الارتباط هو استخدام ما يسمى بمعامل التحديد فى تفسير الارتباط . فقد ذكرنا من قبل أنه يمكن حساب نسبة الارتباط وهى عبارة عن نسبة مربعات الانحدار الى المربعات الكلية . وتعد هذه النسبة جزء من التباين (فى المتغير التابع) والذى يمكن تفسيره بمعادلة الانحدار. ونسبة الارتباط هى مربع معامل الارتباط بين المتغيرين وهى التى تسمى أحيانا باسم معامل التجديد (ر٢) . وعليه فان معامل التحديد (أو نسبة الارتباط) هى نسبة التباين المشترك بين المتغيرين .

فاذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين ٠,٧ فان معامل التحديد = (٠,٧)٢ = ٠,٤٩ وهو يعنى أن ٤٩ ٪ من التباين فى أحد المتغيرين (غالبا التابع) يمكن تفسيره بمعرفة المتغير الثانى (المنبأ) . أو أن ٤٩ ٪ من تباين المتغير (ص) مشترك مع المتغير (س) . ومعنى هذا أننا لانستخدم معامل الارتباط كنسبة مئوية ، وإنما نستخدم مربع معامل الارتباط كنسبة مئوية لتفسير العلاقة بين المتغيرين . فاذا كان معامل الارتباط بين الذكاء والتحصيل ٠,٥ ، فان ٢٥ ٪ من التباين مشترك بين الذكاء والتحصيل ويمكن القول أن الذكاء والتحصيل يعتمدان على بعضهما البعض فى ٢٥ ٪ من التباين ، بينما ٧٥ ٪ المتبقية ترجع الى عوامل أخرى .

وإذا وجدنا معامل إرتباط موجب بين رواتب المعلين وتفوق طلابهم ، فلا يعنى هذا أن زيادة الرواتب تؤدى الى زيادة التفوق . وانما توجد متغيرات أخرى ترجع اليها هذه العلاقة . وإذا كان معامل الارتباط سالبا بين قلق الاختبار والأداء على هذا الاختبار ، فإنه لايعنى أن الطلبة مرتفعو القلق لايجيبون عن أسئلة الاختبار ، ولايعنى أيضا أن منخفضو القلق يحصلون على أعلى الدرجات . فقد يكون الطالب غير المستعد للاختبار غير قلق ، والطالب المستعد للاختبار اقل قلقا أيضا ، وبالتالى فان الارتباط البسيط بين المتغيرين لا يوضح لنا شيئا أو ربما يصعب تفسيره .

والخطأ الشائع فى البحوث الارتباطية ، هو تفسيرمعاملات الارتباط على أنها علاقات سببية . والمشكلة ليست فى معامل الارتباط ذاته وانما فى تفسيره ،

وتحميله معنى أكثر مما يحتمل . ومن المفضل دائما الرجوع الى متغيرات أخرى ذات علاقة بالمتغيرين وتساعد في تفسير معامل الارتباط .

رابعا: معامل إرتباط الرتب :

توصل شارلز سبيرمان Charles Spearman الى معادلة لحساب معامل الارتباط بين متغيرين في حالة القياس الترتيبي ، ولذلك يسمى معامل ارتباط الرتب أو معامل ارتباط سبيرمان ، ولاتفترض معادلة سبيرمان أى افتراضات مثل معادلة بيرسون.

وتعتمد معادلة سبيرمان على ترتيب الدرجات (اذا كانت في مستوى فترى أو نسبى) ، وحساب الفروق بين الرتب ، ثم تطبيق المعادلة وهى :

$$\text{معامل ارتباط الرتب (ر)} = 1 - \frac{6 \text{ مجـ } ف^{2}}{ن (ن^{2} - 1)}$$

حيث ن عدد ازواج الرتب (أو الدرجات) ، مجـ ف^{2} هى مجموع مربعات فروق الرتب .

مثال (١) : إذا كان ترتيب مجموعة من الطلبة في مقررى اللغة العربية والرياضيات كما بالجدول (٥ – ٧).

جدول (٥ – ٧)

م	رتب اللغة العربية	رتب الرياضيات	فروق الرتب ف	ف^{2}
١	٢	٣	– ١	١
٢	٣	١	+ ٢	٤
٣	٧	٥	+ ٢	٤
٤	٦	٨	– ٢	٤
٥	١	٢	– ١	١
٦	٥	٧	– ٢	٤
٧	٨	٤	+ ٤	١٦
٨	٤	٦	– ٢	٤
المجموع			صفر	٣٨

ولحساب معامل ارتباط الرتب :

١ – نحسب فورق الرتب (ف) .

٢ – نربيع فروق الرتب ($ف^٢$) .

٣ – نحسب مجـ $ف^٢$.

٤ – نطبق معادلة سبيرمان

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن (ن^٢ - ١)} = ١ - \frac{٦ \times ٣٨}{٨ (٦٤ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٢٢٨}{٨ \times ٦٣} = ١ - \frac{٢٢٨}{٥٠٤}$$

$$ر = ١ - ٠,٤٥ = ٠,٥٥$$

وهو يدل على علاقة متوسطة بين ترتيب الطلبة في اللغة العربية والرياضيات .

– لا حظ أن مجـ ف = صفر دائما

– مجموع رتب المتغير الاول = مجموع رتب المتغير الثاني .

مثال (٢) : قد تكون البيانات في مستوى قياس فتري أو نسبي لأحد المتغيرين والمتغير الثاني ترتيبي ، وفي هذه الحالة يتم حساب معامل ارتباط الرتب لبيانات جدول (٥ – ٨) كما يلي :

١ – نرتب درجات عدد ساعات التدريب ترتيبا تنازليا (بما يتفق وترتيب اللاعبين) .

٢ – نحسب فروق الرتب (ف) .

٣ – نحسب مربع فروق الرتب ($ف^٢$)

٤ – نطبق معادلة سبيرمان

جدول (٥ – ٨) علاقة ترتيب اللاعبين بعدد ساعات التدريب

م	ترتيب اللاعبين	ساعات التدريب الاسبوعى	ترتيب ساعات التدريب	ف	ف^{٢}
١	٣	١٢	٣	صفر	صفر
٢	١	١٥	١	صفر	صفر
٣	٤	١٣	٢	٢	٤
٤	٢	١١	٤	٢ –	٤
٥	٥	٨	٧	٢ –	٤
٦	٧	١٠	٥	٢	٤
٧	٦	٩	٦	صفر	صفر
المجموع				صفر	١٦

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ١٦}{٧ (٤٩ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٩٦}{٣٣٦} = ١ - ٠,٢٩ = ٠,٧١$$

مثال (٣) : إذا كان مستوى قياس المتغيرين اسمي أو ترتيبى ، وبالطبع فى هذه الحالة يتم حساب معامل ارتباط بيرسون . ولكن إذا كان حجم العينة صغيراً (أقل من ٢٠) أو كان توزيع الدرجات ملتو التواء حاداً (اكثر من ٦٠ ٪) موجبا أو سالبا ، فاننا نستخدم معامل ارتباط سبيرمان .

وإذا إستخدمنا درجات جدول (٥ – ١) لحساب معامل ارتباط سبيرمان بين درجات الذكاء والعلوم فاننا نتبع ما يلى :

١ – نرتب درجات كل متغير من المتغيرين (تصاعديا)

٢ – نحسب فروق الرتب (ف) .

٣ – نحسب مربعات فروق الرتب (ف ٢) .

٤ – نطبق معادلة سبيرمان

ويوضح جدول (٥ – ٩) درجات الطلبة فى الذكاء والعلوم ، ويتم ترتيب درجات الذكاء حيث استبدلنا الدرجة (٨) بالرتبة (١) لأنها أقل درجة ، ولكن الدرجة الاعلى منها (١٠) تكررت مرتين احداهما ترتيبها ٢ ، الثانية ٣ ، ولذلك

نأخذ متوسط الرتبتين $\frac{٢ + ٣}{٢}$ = ٢,٥ ويكون ترتيب الدرجة (١٠) فى الذكاء هو ٢,٥ ، ونكتب ٢,٥ مرتين أمام الدرجيتين ١٠ ، ١٠ .

وتأخذ الدرجة ١٥ الرتبة ٤ والدرجة ٢٠ الرتبة ٥ والدرجة ٢٥ الرتبة ٦ . ورتب درجات العلوم هى (١) للدرجة ٧ ، (٢) للدرجة ٨ ، (٣) للدرجة ١٢ وهكذا حتى الدرجة ١٨ رتبتها (٦) :

جدول (٥ – ٩) لحساب ارتباط الرتب بين الذكاء والعلوم

	الذكاء	العلوم	ترتيب الذكاء	ترتيب العلوم	ف	ف^{٢}
١	٢٥	١٨	٦	٦	صفر	صفر
٢	١٥	١٧	٤	٥	١–	١
٣	١٠	١٢	٢,٥	٣	٠,٥ –	٠,٢٥
٤	٢٠	١٥	٥	٤	١	١
٥	٨	٧	١	١	صفر	صفر
٦	١٠	٨	٢,٥	٢	٠,٥	٠,٢٥
المجموع					صفر	٢,٥

ر = ١ – $\frac{٦ \times ٢,٥}{٦ (٣٦ – ١)}$

= ١ – $\frac{١٥}{٢١٠}$

= ١ – ٠,٠٧ = ٠,٩٣ وهى علاقة مرتفعة

العلاقة بين ارتباط سبيرمان وارتباط بيرسون :

نلاحظ أن معامل ارتباط الرتب هنا (٠,٩٣) أكبر من معامل ارتباط بيرسون لنفس الدرجات حيث كان ٠,٨٥٢ ويرجع السبب فى ذلك الى أن تباين الدرجات الخام أكبر من تباين الرتب . كما أننا أعطينا الدرجة ٧ فى العلوم الرتبة (١) والدرجة ٨ الرتبة (٢) والدرجة ١٢ الرتبة (٣) ... وهنا نلاحظ أن الفروق بين الدرجات (٧ ، ٨ ، ١٢) مختلفة ، بينما الفروق بين رتبها (١ ، ٢ ، ٣) متساوية وهذا ما يؤدى الى اختلاف فى قيمة معامل ارتباط سبيرمان عن معامل ارتباط بيرسون لنفس الدرجات .

لكن معامل ارتباط سبيرمان لا يكون دائما أعلى من معامل ارتباط بيرسون لنفس الدرجات ، فقد يكون أقل منه أو متقارب معه .

وفى الحقيقة معامل ارتباط سبيرمان يعد حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون ، ولمن يرغب فى معرفة ذلك نقدم البرهان التالى :

معامل ارتباط بيرسون =

$$\frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{\left[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}\right]\left[\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}\right]}}$$

وفى حالة استخدام الرتب (بدلا من الدرجات) فان : مجموع رتب

س = مجموع رتب ص = $\frac{\text{ن (ن + ١)}}{٢}$

ومجموع مربعات رتب س (مجـ س^{٢} = مجـ ص^{٢}) =

= $\frac{\text{ن (ن + ١) (٢ ن + ١)}}{٦}$ وهى من مجموع المتسلسلات الرياضية .

وتكون ف^{٢} = (س − ص)^{٢}

مجـ ف^{٢} = مجـ (س − ص)^{٢}

= مجـ س^{٢} + مجـ ص^{٢} − ٢مجـ س ص

وحيث أن مجـ س^{٢} = مجـ ص^{٢} فان :

$$\text{مجـ ف}^2 = ٢\ \text{مجـ س}^2 - ٢\ \text{مجـ س ص}$$

وبالتالى : $\text{مجـ س ص} = \text{مجـ س}^2 - \frac{\text{مجـ ف}^2}{٢}$

وبالتعويض فى قانون ارتباط بيرسون :

(عن مجـ س = مجـ ص ، مجـ س^2 = مجـ ص^2)

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\left[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2\right]\left[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2\right]}}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})^2}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

وبالتعويض عن مجـ س ص فإن :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن}\left[\text{مجـ س}^2 - \frac{\text{مجـ ف}^2}{٢}\right] - (\text{مجـ س})^2}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$= \frac{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2 - \text{ن}\frac{\text{مجـ ف}^2}{٢}}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$= ١ - \frac{\text{ن}\frac{\text{مجـ ف}^2}{٢}}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

وبالتعويض عن مجـ س ، مجـ س^2 بدلالة ن فإن :

$$\text{ر} = ١ - \frac{\text{ن}\frac{\text{مجـ ف}^2}{٢}}{\text{ن}\frac{(\text{ن})(\text{ن}+١)(٢\text{ن}+١)}{٦} - \frac{\text{ن}^2(\text{ن}+١)^2}{٤}}$$

$$ر = ١ - \frac{مجـ ف^{٢}}{\frac{ن (ن + ١) (٢ ن + ١ - ن - ١)}{٦}}$$

$$= ١ - \frac{٦ مجـ ف^{٢}}{ن (ن + ١) (ن - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ مجـ ف^{٢}}{ن (ن^{٢} - ١)}$$ وهى معادلة سبيرمان .

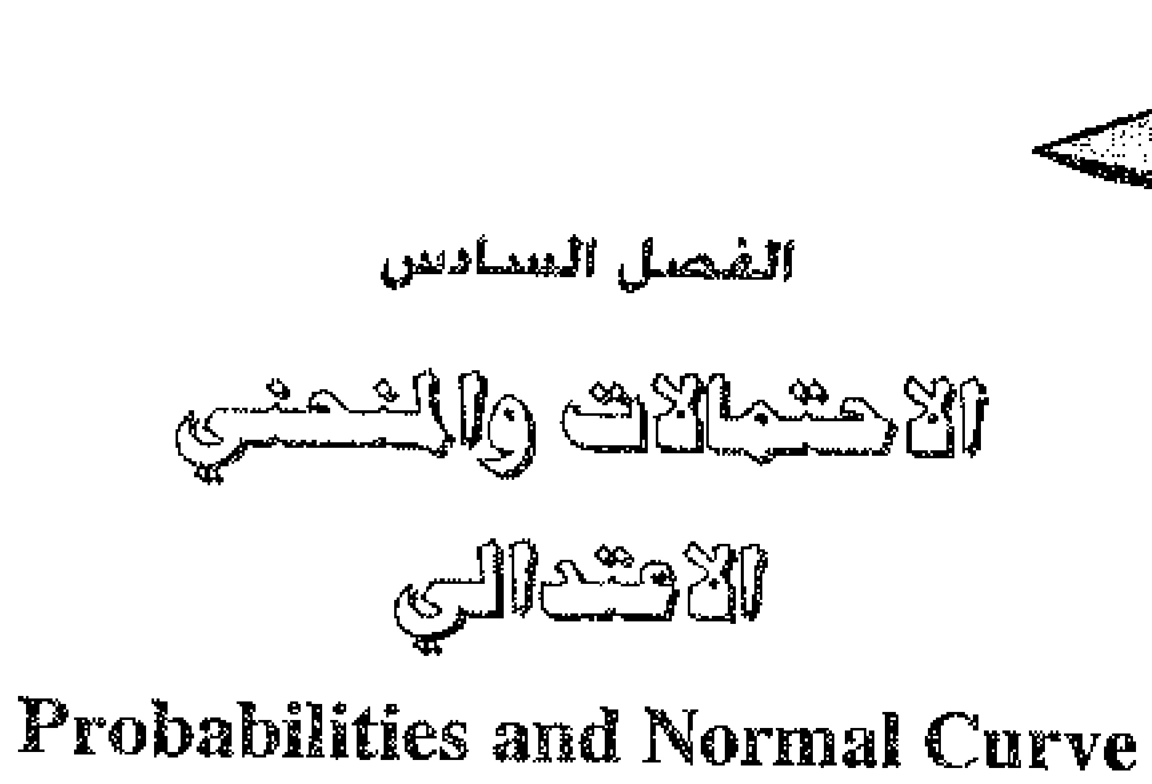
استخدامات معامل الارتباط :

يستخدم معامل الارتباط فى حساب قيمة العلاقة بين متغيرين ، طبقا لشروط ارتباط بيرسون ، أو بطريقة سبيرمان . وتهتم معظم البحوث فى العلوم الانسانية بتوضيح العلاقات بين المتغيرات ومحاولة التوصل الى مقترحات عن أسباب تلك العلاقات . كما تهتم أيضا بالتنبؤ بالمتغيرات باستخدام متغيرات أخرى مستقلة (منبئه) .

ويعتمد تقنين أدوات القياس على حساب معاملات الصدق والثبات . ويحسب صدق الأداة من معاملات إرتباط درجاتها مع درجات اداة أخرى أو محك خارجى .

أما ثبات الاداة فيحسب من معاملات ارتباط درجات الأداة بعد تطبيقها مرتين (إعادة التطبيق) ، أو من معاملات ارتباط درجات صور متكافئة من الأدوات ، أو بطريقة التجزئة النصفية لأسئلة الاداة وحساب معامل الارتباط بين درجات النصفين ثم تصحيحة بمعادلة سبيرمان براون . وكل هذه الطرق تستخدم معادلة بيرسون لحساب معامل الارتباط والتى يخضع استخدامها للشروط الخاصة بها وفى كثير من الاحيان تستخدم معادلة بيرسون استخداما غير صحيحا . فالعلاقة بين النوع (ذكر/ أنثى) والدخل ، والعلاقة بين الحالة الاجتماعية والتوافق النفسى، والعلاقة بين محل الاقامة والنجاح فى العمل وغيرها من العلاقات التى تستخدم متغيرات إسمية لايجوز أن تستخدم معادلة بيرسون ، ولكن هناك طرق أخرى لحساب العلاقات بين مثل هذه المتغيرات تختلف عن معادلة بيرسون أو سبيرمان

لذلك يجب الحذر عند حساب معامل الارتباط بين متغيرين ، وكذلك تفسير هذا الارتباط .



الفصل السادس

الاحتمالات والمنحني الاعتدالي

Probabilities and Normal Curve



الفصل السادس
الاحتمالات والمنحنى الاعتدالى

نتعرض فى هذا الفصل لمناقشة موضوع هام وهو الاحتمالات والتى كثيراً ما نستخدمها فى حياتنا اليومية ، ففى الوقت الذى تقرأ فيه هذا الفصل تكون قد استخدمت كلمة إحتمال مئات الآلاف من المرات فى حديثك اليومي العادى أو العلمى . فما يحيط بنا من أحداث هى احتمالية معتمدة على ظروف كل حدث ، ولا نستطيع التأكيد على حدوث حدث معين . فاذا بذل الطالب كل جهده فلا نستطيع أن نؤكد تفوقه ، وكذلك قيادتك الحريصة للسيارة لا تؤكد السلامة من الحوادث ، كما أن التغذية الجيدة والرعاية الصحية المتميزة لا توكد عدم الاصابة بالأمراض .

وقد تكون هناك أحداث أكيدة الوقوع ولكنها قليلة ، فالحقائق المطلقة أكيدة ، ولكن معظم الحقائق نسبية . وقد نستطيع أن نوكد الحدث بعد وقوعه ، ونستدل على ذلك من الشواهد والظروف المحيطة به . فعند قذف قطعة عملة فى الهواء فان وقوعها على الارض أكيد بسبب الجاذبية الأرضية ، ولكنها فى الفراغ المنعدم الجاذبية لا تسقط ، وانما قد تظل طائرة أو تجتذبها بعض الاجرام السماوية .

والاحتمالات موضوع هام وله علاقة كبيرة فى البحوث العلمية وفى علم الاحصاء ، فالعديد من التوزيعات التكرارية والمنحنيات التى يعتمد عليها علم الاحصاء وأساليبه المختلفة يتم تفسيرها فى ضوء الاحتمالات ، كما أن الاحصاء الاستدلالى يعتمد أساساً على الاحتمالات .

الاحتمالات : Probabilities

كثيرا ما نتحدث عن الاحتمالات ونستخدم كلمة احتمال فى حياتنا اليومية مثل قولنا إحتمال فوز فريق كرة على فريق آخر ، وهذا يعنى أنه يجوز أن يفوز ذلك الفريق على الفريق الآخر . أو قولنا باحتمال فوز مرشح فى الانتخابات على منافسيه ، أو إحتمال سقوط الأمطار بعد ظهر اليوم وهكذا . فحياتنا اليومية مليئة باستخدام الاحتمالات ، وقد نستخدم معها كلمات إضافية أخرى مثل الاحتمال

قوى لنجاح الطالب فلان فى الامتحان أو إحتمال كبير لسقوط الامطار فى فصل الشتاء وغيرها من الأمثلة .

ولكن الاحصائيون لا يفضلون إستخدام كلمات كبير أو قوى أو ضعيف ، وإنما يحاولون قياس تلك الاحتمالات رقميا حتى يكون التعبير عنها اكثر دقة ، فالقول بأن إحتمال سقوط الأمطار ٨٠٪ يختلف عن القول إحتمال كبير لسقوط الامطار . والقول بأن احتمال فوز الفريق (أ) على الفريق (ب) يعادل ٧٠٪ يختلف عن كلمة احتمال قوى لفوز الفريق (أ) على الفريق (ب) .

وإذا كان احتمال حدوث الشئ معدوم فان ذلك يمثل التأكيد المطلق لعدم الحدوث وتكون قيمة الاحتمال هى أقل قيمة ممكنة وهى الصفر . أما حالة التأكيد المطلق لحدوث الشئ ، فتكون الاحتمال هى أكبر قيمة ممكنة وهى الواحد الصحيح (أو ١٠٠٪) . ومعنى هذا أن قيم الاحتمال تنحصر بين الصفر والوحدة ٠ (أو من الصفر الى ١٠٠٪) وقد يأخذ الاحتمال قيما كسرية بين صفر ، واحد صحيح . فاذا كان الاحتمال مساويا الصفر فان ذلك يمثل الاستحالة المطلقة ، أما إذا كان الاحتمال مساويا الوحدة فان ذلك يمثل التأكيد المطلق أو الحقيقة المطلقة .

وهناك احتمالات يمكن معرفتها عن طريق التجريب ، فاذا قذفت قطعة من العملة المعدنية مثلا فى الهواء فانه لا بد وأن تسقط وتظهر إما صورة أو كتابة (بافتراض أنها لا تسقط على حافتها) . حيث أن هذين الحدثين أو الاحتمالين (الصورة والكتابة) لا ثالث لهما وأنه يجب أن يحدث أحدهما ، أى أنها حقيقة مطلقة فى ظهور أى من الوجهين (الصورة أو الكتابة) ، واحتمال تلك الحقيقة المطلقة = الوحدة . وبالتالى فان احتمال كلا منها يساوى نصف الاحتمال الكلى ، أى أن احتمال ظهور الصورة = ٢/١ واحتمال ظهور الكتابة = ٢/١ ويكون ذلك صحيحا إذا لم تكن قطعة العملة متحيزة .

أما فى حالة زهرة (نرد) الطاولة فتوجد ست نتائج متساوية فى إحتمال حدوثها (لأن الزهرة تحتوى على ستة أوجه متكافئة وغير متحيزة) . وحيث أنه من المؤكد أن تحدث نتيجة واحدة من النتائج الست (بافتراض أن الزهر لا يقف على ركن من أركانه) ، . فيكون احتمال ظهور الرقم ٢ أو ظهور الرقم ٣ يكون متساوى وهو ٦/١ . وبالمثل احتمال الحصول على الرقم ٥ هو ٦/١ ، واحتمال الحصول على الرقم ٦ هو ٦/١ أيضا .

وبصفة عامة فان احتمال حدوث أى حادثة هو عبارة عن النسبة بين عدد

مرات ظهور الحادثة مقسوما على عدد جميع الحالات الممكنة . وفي حالة رمي نرد الطاولة مرة واحدة فان جميع الحالات الممكنة = ٦ ، وبالتالي احتمال الحصول على أي وجه من الأوجه الستة هو ٦/١ . ولذلك يمكن تعريف الاحتمال بأنه نسبة عدد مرات حدوث حدث معين الى العدد الكلي المحتمل للاحداث . فاذا كان عدد الحالات التي تقع فيها حادثة معينة هو ، م ، وجميع الحالات الممكنة هو ، ن ، فان احتمال وقوع الحادثة المعينة هو $\frac{م}{ن}$. ففي حالة رمي قطعة العملة يوجد احتمالين فقط (جميع الحالات الممكنة) وهي الحصول على صورة أو الحصول على كتابة . وتكون عدد الحالات التي تظهر فيها الصورة (في حالة الرمية الواحدة) هو واحد ، وعليه يكون احتمال ظهور الصورة (ص) = ٢/١ وكذلك احتمال ظهور الكتابة (ك) = ٢/١ .

أما إذا ألقينا قطعتي عملة معا فان الاحتمالات الممكنة هي أربع حالات كما بالجدول (٦ – ١) .

جدول (٦ – ١)

الحالة	١	٢	٣	٤
القطعة (أ)	ص	ص	ك	ك
القطعة (ب)	ص	ك	ص	ك
الاحتمال	٤/١	٤/٢		٤/١

وعدد حالات ظهور الصورة في القطعتين معاً هو (١) ، فيكون إحتمال الحصول على صورتين معا = ٤/١ . بينما احتمال الحصول على صورة وكتابة = ٤/٢ = ٢/١ . لأن عدد حالات ظهور الصورة والكتابة معا هو ٢ . أما إحتمال الحصول على كتابة في القطعتين معا هو ٤/١ .

ويكون مجموع الاحتمالات (في الحادث كله) $= \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} = ١$

ولكن الواقـــع العملي قد يختلف بعض الشئ ، بمعنى أننا إذا قذفنا قطعة عملة ٦٠٠ مرة ، فقد نحصل على صورة ٣٢٠ مرة . ويكـون احـتمال ظـــهور

ويكون احتمال ظهور الصورة = $\frac{\text{عدد حالات وقوع الحادث}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$

= $\frac{٣٢٠}{٦٠٠}$ = $\frac{٨}{١٥}$ (وهو قريب من $\frac{١}{٢}$) .

ويسمى هذا الاحتمال المذكور بالاحتمال التجريبي وهو $\frac{\text{العدد الكلي لوقوع الحادث}}{\text{عدد المحاولات الكلية}}$

وبالمثل اذا كان عدد المواليد ١٠٠٠ طفل بينهم ٤٨٠ ذكور ، فان إحتمال أن يكون المولود ذكرا هو $\frac{٤٨٠}{١٠٠٠}$ = ٠,٤٨ وإحتمال كون المولود أنثى $\frac{٥٢٠}{١٠٠٠}$ = ٠,٥٢ .

وإذا ألقينا زهرتى طاولة معا فانه يظهر لنا وجهين ويكون مجموع النقاط على الوجهين معا يتراوح بين ٢ إلى ١٢ ، وتكون عدد الحالات الكلية الممكنة هى ٣٦ كما هو مبين بالجدول التالى :

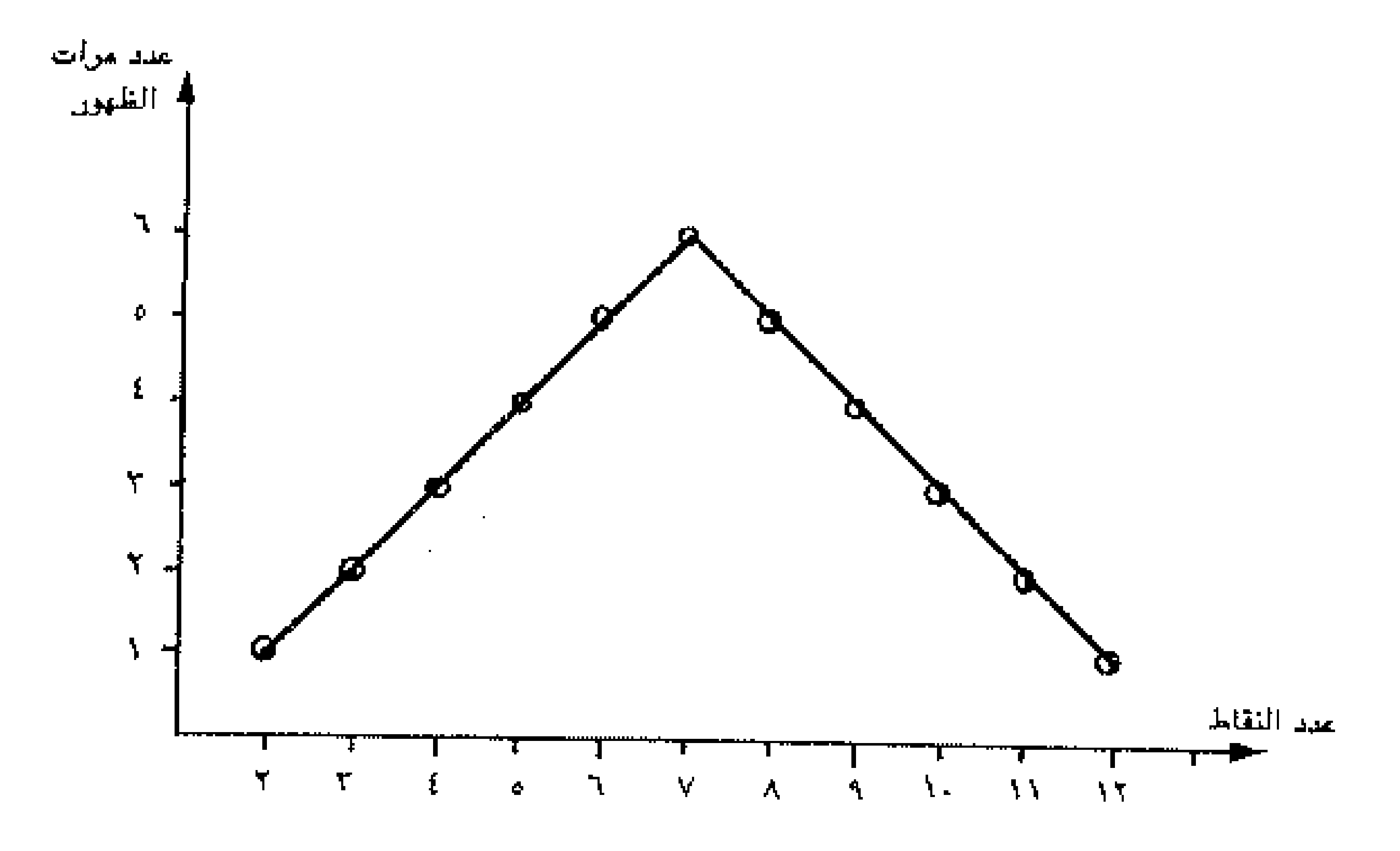
جدول (٦ – ٢)

عدد النقاط	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	المجموع
عدد مرات الظهور	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٣٦
الاحتمال	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٦}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$	١

ويتضح من هذا الجدول (٦ – ٢) أن عدد المرات التى نحصل فيها على ٣ نقاط هى : واحد فى أحد الزهرتين و ٢ فى الثانى ، ٢ فى الأول وواحد فى الثانى . أى أن عدد مرات ظهور العدد ٣ هو ٢ ، ويكون إحتمال الحصول على العدد ٣ = $\frac{٢}{٣٦}$.

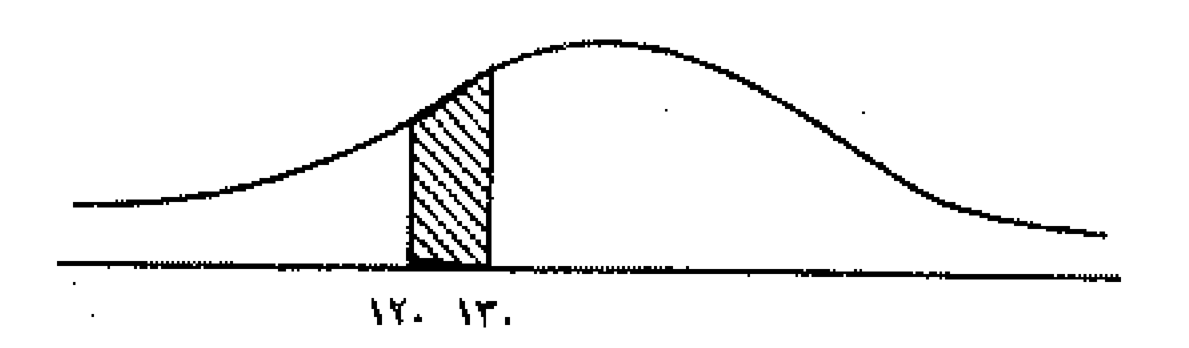
أما عدد مرات ظهور العدد ٥ مثلا فهى : (١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١) أى أربع مرات ، ويكون احتمال الحصول على العدد ٥ عند رمى زهرتين معا هو $\frac{٤}{٣٦}$.

وإذا مثلنا الجدول السابق بيانيا بمنحنى تكرارى فاننا نحصل على منحنى متصل يشبه شكل المثلث ، ومن الواضح أنه منحنى متماثل (شكل ٦– ١).



شكل (٦ – ١) منحنى توزيع احتمالى

ويمكننا تطبيق ذلك فى الحياة العملية ، فاذا أخذنا عينة مكونة من ١٠٠ طالب وطالبة من أعمار مختلفة وقسنا أطوالهم وحاولنا تمثيل ذلك بيانيا فاننا قد نحصل على منحنى مشابه للمنحنى السابق . ومن هذا المنحنى نستطع إيجاد احتمال الحصول على طول معين . فمثلا احتمال الحصول على طالب (أو طالبة) طوله يتراوح بين ١٢٠ ، ١٣٠ سم فانه يساوى نسبة المساحة المظللة بالشكل (٦– ٢) الى المساحة الكلية تحت المنحنى . وتعد هذه النسبة هى احتمال الحصول على طالب طوله يتراوح بين ١٢٠ ، ١٣٠ سم ومعنى هذا أن المساحات تحت المنحنى ما هى إلإحتمالات تستخدم فى الحديث عن البيانات أو النتائج .



شكل (٦ – ٢) منحنى توزيع أطوال عينة من الطلبة

وهناك توزيعات إحتمالية كثيرة مثل التوزيع الاعتدالي ، وتوزيع ذى الحدين ، وتوزيع ت ، وتوزيع مربع كاى ، وتوزيع ف وغيرها .

وسوف نناقش فيما يلى التوزيع الاعتدالي .

منحنى التوزيع الاعتدالى : Normal Distribution

إذا كان المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى هما روح الاحصاء الوصفى فإن المنحنى الاعتدالى اكثر أهمية لعلم الإحصاء وأساليبه المتعددة ، كما أنه يجمع بين المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى معا . ويرجع اكتشاف المنحنى الاعتدالى الى عالم الرياضيات الالمانى كارل فريدريك جاوس Karl F . Gauss ولذلك يشير كثير من الاحصائيين الى المنحنى الاعتدالى بالمنحنى الجاوسى (Sprinthall,1994: 59).

وكان جاوس أفضل من أقرانه فى الرياضيات ، حيث كان يثير حالة من التوتر والارتباك لدى معظم المعلمين . وقد قيل عنه أنه كان يستطيع الجمع والطرح والضرب والقسمة قبل تعلم الكلام . ففى عمر ثلاث سنوات عند ما بدأ التحدث اكتشف خطأ حسابيا فى حسابات والده ، وفى عمر الثامنة كان يجمع من ١ إلى ١٠٠ فى عقله (عندما أعطى المعلم لتلاميذ صفه واجبا لجمع هذه الأعداد من ١ إلى ١٠٠ أثناء انشغال المعلم فى التصحيح ولكن جاوس توصل للحل وأفسد خطة المعلم) . ويعد كارل جاوس من أهم الاشخاص فى تاريخ الاحصاء لأنه أكتشف المنحنى الاعتدالى ومفاهيم احصائية أخرى (Sprinthall,1994:59) والتوزيع الاعتدالى من التوزيعات الاحتمالية الهامة فى الاحصاء وفى الدراسات التربوية والاجتماعية والانسانية . والتوزيع الاعتدالى هو توزيع يأخذ شكل منحنى متماثل ذو قمة واحدة ، ويمتد طرفاه إلى مالانهاية ، وهو يشبه الى حد كبير شكل الناقوس المقلوب ولذلك يسمى بالمنحنى الناقوسى (الجرسى) . ويمكن الحصول على مثل هذا التوزيع إذا أخذنا عينة عشوائية من مجتمع معين وقسنا أطوالهم أو حصلنا على درجاتهم إذا أخذنا عينة عشوائية من مجتمع معين وقسنا أطوالهم أو حصلنا على درجاتهم فى الذكاء مثلا ، ثم مثلنا الدرجات بيانيا فاننا نحصل على منحنى تكرارى قريب من شكل المنحنى المعتدل.

خصائص المنحنى الاعتدالى :

المنحنى الاعتدالى هو توزيع تكرارى له قمة واحدة ، ويمثل المحور الافقى درجاته بينما المحور الرأسى يمثل تكرارات هذه الدرجات . وللمنحنى الاعتدالى

ست خصائص (Sprinthall, 1994: 60-62) تميزه عن التوزيعات التكرارية الأخرى وهى :

١ – تتجمع معظم الدرجات فى المنحنى الاعتدالى حول وسط التوزيع حيث تقع قمة المنحنى . ومع زيادة المسافة عن الوسط (من الجهتين) تقل تكرارات الدرجات وينحدر المنحنى ليقترب من المحور الافقى عند طرفيه .

٢ – فى المنحنى الاعتدالى تتساوى مقاييس النزعة المركزية الثلاثة (المتوسط والوسيط والمنوال) ، حيث تكون فى نفس النقطة وهى مركز أو منتصف التوزيع .

٣ – المنحنى الاعتدالى متماثل Symmetric ، وإذا أسقطنا عموداً من قمته الى المحور الأفقى فانه يقسم المنحنى الى نصفين متطابقين تماما وتكون مساحة كل قسم مساوية ٥٠ ٪ من المساحة الكلية تحت المنحنى .

٤ – يمكن تقسيم كل نصف من نصفى المنحنى الاعتدالى إلى ثلاثة أقسام طول كل قسم منها (على المحور الافقى) هو واحد إنحراف ممعيارى . وبالتالى فان العلاقة بين المدى (الفرق بين أكبر وأقل درجة) والانحراف المعيارى هى ستة أمثال تقريبا .

٥ – توجد علاقة ثابتة بين المنحنى الاعتدالى والانحراف المعيارى ، فاذا تم تدريج وحدات المحور الافقى بوحدات الانحراف المعيارى تكون النسب المئوية للمساحة تحت المنحنى عند تلك الوحدات ثابتة ، وهذه العلاقة صحيحة لكل المنحنيات الاعتدالية . ومعنى هذا إذا وجدت نسبة مئوية معينة من الدرجات تقع بين واحد واثنين انحراف معيارى فوق المتوسط تكون هى نفس النسبة فى أى منحنى اعتدالى . وحيث أن المنحنى الاعتدالى متماثل فان النسبة بين أى قيمتين للانحراف المعيارى فوق المتوسط أو تحت المتوسط تكون متساوية وثابتة . وهذه الخاصية مهمة فى فهم المنحنى الاعتدالى . وإذا تم رسم المنحنى بوحدات الانحراف المعيارى فانه يسمى المنحنى الاعتدالى المعيارى .

٦ – طرفا المنحنى الاعتدالى متقاربان Asymptotic مع المحور الأفقى ، بمعنى أنهما لا يمسان المحور الافقى مهما كان إمتداده ، أى أن طرفيه موازيان – تجاوزا – للمحور الأفقى .

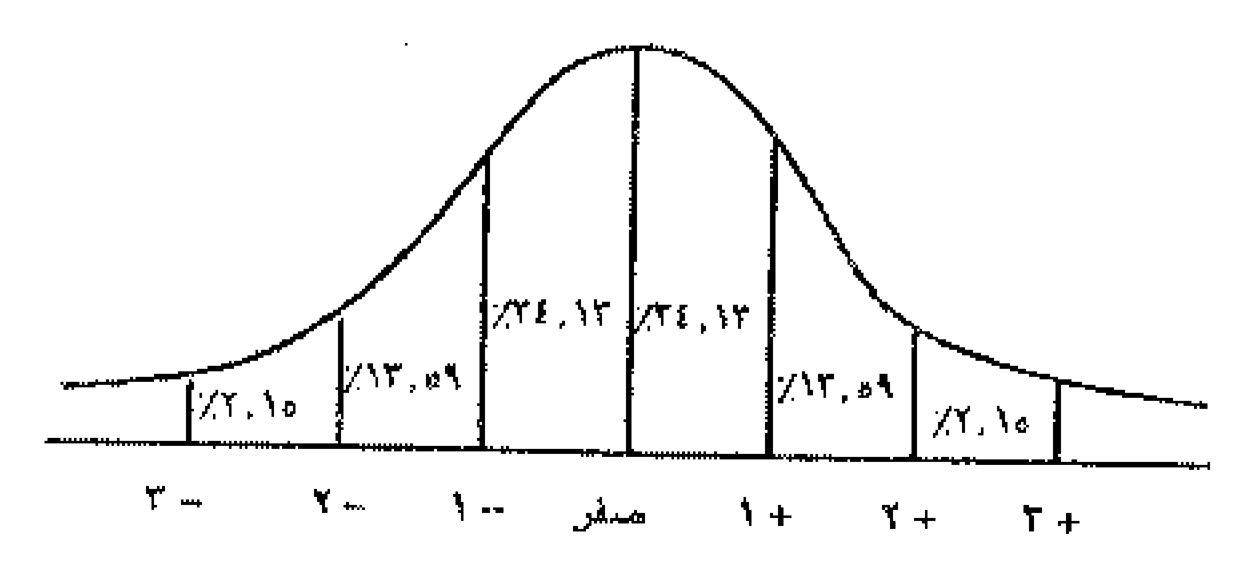
٧ – ومن أهم خواص المنحنى الاعتدالى أن نقطتى الانقلاب للمنحنى وهما:

النقطتان اللتان تيغير عندهما إتجاه إنحناء المنحنى تقعان على بعد ± واحد انحراف معيارى من المتوسط الحسابى (أحمد عباده سرحان ، ١٩٦٨ ، ١٩٦٠)

والمنحنى الاعتدالى المعيارى متوسطه الحسابى = صفر وانحرافه المعيارى=١ ، ويرمز لهذا المنحنى بالرمز N (0.1)

ويوضح الشكل (٦ – ٣) المنحنى الاعتدالى المعيارى ، والمساحات تحت المنحنى بين وحدات الانحراف المعيارى ثابتة منذ التوصل اليها . كما أن المتوسط والوسيط والمنوال يقعوا دائما فى نفس النقطة على المحور الأفقى .

وحيث أن الوسيط يقسم التوزيع دائما إلى نصفين ، فاذا تساوى الوسيط مع المتوسط فان المتوسط هنا يقسم التوزيع الى نصفين متساويين ولأن المنحنى متماثل فتكون المساحة تحت المنحنى بين المتوسط وواحد انحراف معيارى (فوق المتوسط أو تحت المتوسط) هى دائما ٣٤,١٣ ٪ . وعليه تكون المساحة (تحت المنحنى) بين ± واحد إنحراف معيارى هى ٢ × ٣٤,١٣٪ = ٦٨,٢٦ ٪ . كما أن المساحة (تحت المنحنى) بين واحد وإثنين انحراف معيارى (فوق المتوسط أو تحت المتوسط) هى ١٣,٥٩ ٪ . ومن الواضح أن المساحات تقل كلما إبتعدنا عن المتوسط .



شكل (٦ – ٣) المنحنى الاعتدالى المعيارى

وتكون المساحة بين المتوسط وإثنين انحراف معيارى (فى أى من الجهتين) هى : ٣٤,١٣ ٪ + ١٣,٥٩ ٪ = ٤٧,٧٢ ٪ ، كما أن المساحة بين المتوسط ±٢ إنحراف معيارى تساوى ٢ × ٤٧,٧٢ ٪ = ٩٥,٤٤ ٪

أما المساحة بين ٢ ، ٣ انحراف معيارى فهى ٢,١٥ ٪ ، وتكون المساحة بين المتوسط وثلاثة انحراف معيارية = ٤٧,٧٢ ٪ + ٢,١٥ ٪ = ٤٩,٨٧ ٪

وكذلك المساحة بن المتوسط ±٣ إنحراف معيارى = ٢ × ٤٩,٨٧ ٪ =

٩٩,٧٤ ٪.

ومما سبق فان المساحات المذكورة والمحصورة بين الوحدات المعيارية هى احتمالات ، ويكون احتمال الحصول على فرد تتراوح درجته بين ±١ انحراف معيارى هى ٦٨,٢٦ ٪ . وكذلك احتمال الحصول على فرد تتراوح درجته بين ±٢ إنحراف معيارى هى ٩٥,٤٤ ٪ وهذا إحتمال مرتفع فكلما إبتعدنا عن المتوسط نحو الطرفين تزيد المساحة المحصورة بين النقطتين وبالتالى يزداد الاحتمال.

ونستطيع تحديد المساحة تحت المنحنى الاعتدالى بين أى نقطتين باستخدام جدول المنحنى الاعتدالى المعيارى (ملحق رقم ١)، وتلك المساحات هى احتمالات لوقوع الدرجات المقصودة . وعلى سبيل المثال إذا أردنا معرفة إحتمال الحصول على فرد طوله اكثر من ١٨٥ سم من توزيع اعتدالى للأطوال فاننا نحول قيمة الطول الى درجة معيارية ، ثم نحدد المساحة بين هذه الدرجة المعيارية والمتوسط حتى نعلم حجم الاحتمال المطلوب، وسوف نوضح ذلك فى المثال التالى:

مثال : إذا كان متوسط الطول = ١٦٠ سم والانحراف المعيارى = ٢٠ فان

$$\text{الطول}\ \ ١٨٥ = \frac{١٨٥ - ١٦٠}{٢٠} = \frac{٢٥}{٢٠} = ١,٢٥ \ \text{درجة معيارية}$$

وبالرجوع الى جدول المنحنى الاعتدالى المعيارى فان المساحة بين هذه الدرجة المعيارية (١,٢٥) والمتوسط (صفر درجة معيارية) هى ٣٩,٤٤ ٪ . وحيث أن الدرجة المعيارية ١,٢٥ أعلى من المتوسط الذى يمثل منتصف المنحنى فان المساحة بين الدرجة ١,٢٥ والطرف الأيسر للمنحنى = ٣٩,٤٤ ٪ + ٥٠ ٪ = ٨٩,٤٤ ٪ . أما المساحة بين الدرجة المعيارية ١,٢٥ والطرف الأيمن (الأعلى من ١,٢٥) هى : ٥٠ ٪ - ٣٩,٤٤ ٪ = ١٠,٥٦ ٪ . وعليه فان احتمال الحصول على فرد طوله اكبر من ١٨٥ سم من هذا التوزيع هو ١٠,٥٦ ٪ .

أما إحتمال الحصول على فرد طوله أقل من ١٨٥ سم من هذا التوزيع هو ٨٩,٤٤ ٪ . وبالطبع تبدو هذه الاحتمالات منطقية لأن الأفراد ذوو الأطوال الاكبر عددهم قليل فى توزيع المجتمع ، وكذلك ذوو الأطوال الأصغر ، فاحتمال الحصول على فرد طوله أقل من ١٢٠ سم (فى هذا المثال) هو:٥٠٪ - ٤٧,٩٢ ٪ =٢,٠٨ ٪، لأن الطول ١٢٠سم يعادل ٢ درجة معيارية وتكون المساحة بين المتوسط و- ٢ = ٤٧,٩٢ ٪ ، وعليه فان المساحة المتبقية من نصف المنحنى هى ٢,٠٨ ٪ وهى

إحتمال الحصول على فرد طوله أقل من ١٢٠ سم . أما احتمال الحصول على فرد طوله اكبر من ١٢٠سم فهو ٥٠ ٪ + ٤٧,٩٢٪ = ٩٧,٩٢٪ .

ومعادلة المنحنى الاعتدالي هى : $ص = \frac{١}{\sqrt{٢ ط}} هـ^{-\frac{١}{٢}\left(\frac{س - م}{ع}\right)^{٢}}$

$أو ص = \frac{١}{\sqrt{٢ ط}} هـ^{-\frac{ذ^{٢}}{٢}}$

حيث ط = ٣,١٤ ، هـ = ٢,٧٢ ، م = المتوسط، ع = الانحراف المعيارى ، أما ذ فهى الدرجة المعيارية .

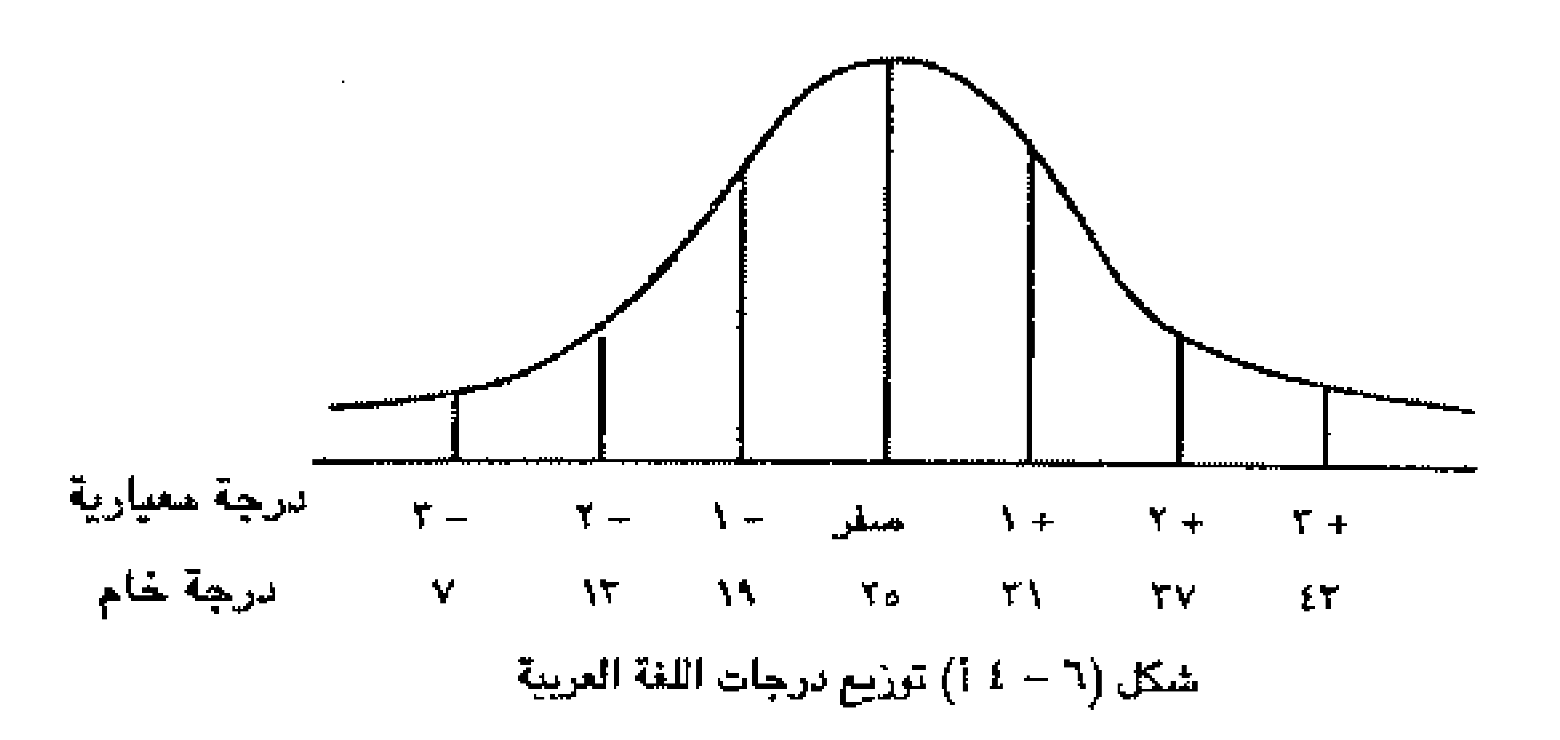
الدرجة المعيارية Standard Score :

منحنى توزيع الدرجة المعيارية هو المنحنى الاعتدالى الذى متوسطه=صفر وانحرافه المعيارى = ١ . وكما ذكرنا من قبل فان معظم المساحة تحت المنحنى الاعتدالى (٩٩,٧٤ ٪) تنحصر بن ± ٣ درجة معيارية . والسبب فى الحصول على درجات معيارية هو محاولة لايجاد وحدة قياس ثابتة الطول لاتتأثر بالمتوسط أو الانحراف المعيارى . فمثلاً إذا كان لدينا توزيعا معتدلا لدرجات مجموعة من الطلبة فى مادة اللغة العربية بمتوسط = ٢٥ وانحراف معيارى = ٦ فان : المتوسط +١ ع = ٢٥ + ٦ = ٣١ ، المتوسط + ٢ ع = ٢٥ + ١٢ = ٣٧

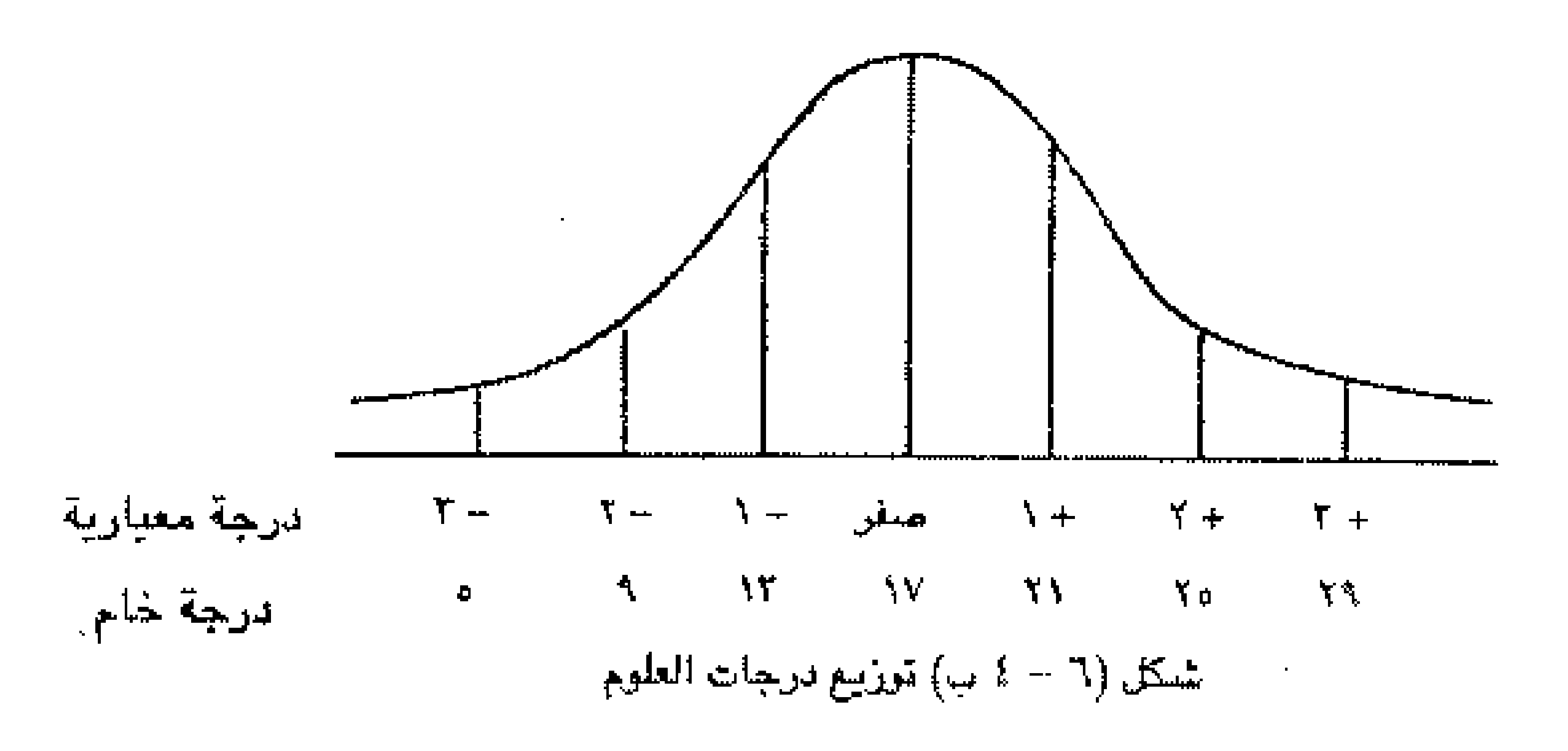
والمتوسط + ٣ ع =٢٥ +١٨=٤٣ وبالمثل المتوسط - ١ ع = ٢٥ - ٦ =١٩ وهكذا .

أما إذا كان توزيع درجات نفس الطلبة فى مادة العلوم توزيعا معتدلا بمتوسط قدره ١٧ وانحراف معيارى قدره ٤ ، فان المتوسط + ١ ع =١٧+٤ = ٢١ ، المتوسط + ٢ ع = ١٧ + ٨ = ٢٥ وكذلك المتوسط - ١ ع = ١٧ - ٤ = ١٣ ، المتوسط - ٢ ع = ١٧ - ٨ = ٩ ولكننا لا نستطيع القول بأن الدرجة ٢٥ فى اللغة العربية تساوى الدرجة ٢٥ فى العلوم ، لأن وحدات القياس مختلفة . أما إذا أردنا إيجاد وحدة قياس واحدة لهما فاننا نحول تلك الدرجات (الخام) إلى درجات معيارية .

$$والدرجة المعيارية = \frac{الدرجة الخام - المتوسط}{الانحراف المعيارى} = \frac{س - م}{ع}$$



شكل (٦ – ٤ أ) توزيع درجات اللغة العربية



شكل (٦ – ٤ ب) توزيع درجات العلوم

وتكون الدرجة المعيارية

للدرجة ٢٥ (فى اللغة العربية) = $\frac{\text{٢٥ – المتوسط (٢٥)}}{\text{٦}}$ = صفر

الدرجة المعيارية للدرجة ٣١ (فى اللغة العربية) = $\frac{\text{٣١ – ٢٥}}{\text{٦}}$ = + ١

الدرجة المعيارية للدرجة ٣٧ (فى اللغة العربية) = $\frac{\text{٣٧ – ٢٥}}{\text{٦}}$ = + ٢

الدرجة المعيارية للدرجة ١٩ (فى اللغة العربية) = $\frac{\text{١٩ – ٢٥}}{\text{٦}}$ = – ١

الدرجة المعيارية للدرجة ١٣ (فى اللغة العربية) = $\frac{\text{١٣ – ٢٥}}{\text{٦}}$ = – ٢ وهكذا

وكذلك فى مادة العلوم

الدرجة المعيارية للدرجة الخام ١٧ = $\frac{\text{١٧ – المتوسط (١٧)}}{\text{٤}}$ = صفر

الدرجة المعيارية للدرجة الخام ٢١ = $\frac{\text{٢١ – ١٧}}{\text{٤}}$ = + ١

الدرجة المعيارية للدرجة الخام ٢٥ = $\frac{\text{٢٥ – ١٧}}{\text{٤}}$ = + ٢

الدرجة المعيارية للدرجة الخام ١٣ = $\frac{\text{١٣ – ١٧}}{\text{٤}}$ = – ١ وهكذا .

ومعنى ذلك أن طريقة حساب الدرجات المعيارية للدرجات الخام فى اللغة العربية أو العلوم هى طريقة واحدة وتعتمد على متوسط كل مجموعة وانحرافها المعيارى . وبالتالى فان الدرجة (الخام) ٢٥ فى اللغة العربية = صفر درجة معيارية أما الدرجة (الخام) ٢٥ فى العلوم = ٢ درجة معيارية ،ولذلك تكون الدرجة ٢٥ فى العلوم أعلى من الدرجة ٢٥ فى اللغة العربية .

استخدامات الدرجة المعيارية :

تستخدم الدرجات المعيارية فى مقارنة درجة الفرد بنفسه لمعرفة مدى تقدمه ، فيمكن مقارنة درجات الطالب فى مادة معينة طوال العام أو مقارنة درجاته فى المواد الدراسية المختلفة بشرط أن يكون توزيع الدرجات اعتداليا ، وتحويل الدرجات الخام الى درجات معيارية . كما يمكن استخدام الدرجة المعيارية فى مقارنة أداء الفرد بالمجتمع ، وتستخدم الدرجات المعيارية أيضا فى اعداد معيير الاختبارات والمقاييس النفسية المختلفة ، حيث يمكن تحويل الدرجة المعيارية الى درجة تائية ، أو الى درجة معدلة ، أو درجات ذكاء انحرافية فى حالة درجات إختبارات الذكاء .

ويمكن أيضا إستخدام الدرجة المعيارية فى إيجاد معايير التساعيات Stanines ، أو المئنيات .Percentile .

الدرجة التائية t-score :

ذكرنا من قبل أن الدرجة المعيارية هى تحويل للدرجات الخام الى وحدات متساوية مستقلة عن المتوسط والانحراف المعيارى ، ويكون التوزيع الاعتدالى المعيارى توزيعا متوسطه الصفر وانحرافه المعيارى هو الوحدة . وقد وضحنا المساحة تحت المنحنى الاعتدالى المعيارى بين وحدات الدرجة المعيارية .

وقد لاحظنا أن الدرجة المعيارية قد تكون موجبة أو سالبة ، وقد تكون كسرية أيضا ، وفى مثال درجات اللغة العربية إذا كانت درجة طالب ما هى ٢٩

فان درجته المعيارية = $\frac{٢٩ - ٢٥}{٦}$ = ٠,٦٧

واذا كانت درجة طالب آخر هى ٢٣

فان درجتة المعيارية = $\frac{٢٣ - ٢٥}{٦}$ = - ٠,٣٣

وقد يكون من الصعب فى التطبيق العملى المقارنة بين الدرجات المعيارية الموجبة والسالبة كما أن كسور الدرجة قد يعد مشكلة للبعض أيضا . ولذلك فان الدرجة التائية تعالج هذه المشكلات ، فهى ترفع متوسط الدرجة المعيارية الى ٥٠ وتستخدم انحرافا معياريا قدره ١٠ (دائما) وعليه فان الدرجة التائية هى درجة معيارية معدلة متوسطها = ٥٠ وانحرافها المعيارى = ١٠ . وبمعنى آخر فان الدرجة التائية هى تحويل خطى للدرجة المعيارية .

وبذلك تكون الدرجة التائية = الدرجة المعيارية × ١٠ + ٥٠

وبتطبيق ذلك على مثال درجات اللغة العربية ، فان الدرجة الخام ٢٩ تعادل درجة معيارية ٠,٦٧ ، وتكون درجتها التائية هى :

٠,٦٧ × ١٠ + ٥٠ = ٦,٧ + ٥٠ = ٥٦,٧

وكذلك الدرجة الخام ٢٣ تعادل درجة معيارية – ٠,٣٣ وتكون درجتها التائية هى (– ٠,٣٣) × ١٠ + ٥٠ = -٣,٣ + ٥٠ = ٤٦,٧ .

ويكون من السهل هنا المقارنة بين الدرجتين التائيتين ٥٦,٧ ، ٤٦,٧ وحيث أن الدرجات المعيارية للتوزيع الاعتدالى تتراوح بين -٣ ، + ٣ فان الدرجة التائية للتوزيع الاعتدالى تتراوح بين ٢٠ ، ٨٠ حيث تكون الدرجة التائية ٢٠ هى تحويل

الدرجة المعيارية – ٣ الى درجة تائية (– ٣ × ١٠ + ٥٠ = ٢٠) ، أما الدرجة العظمى ٨٠ فهى تحويل للدرجة المعيارية + ٣ الى درجة تائية (٣٠ × ١٠ + ٥٠ = ٨٠) .

الدرجة التائية المعدلة :

وهى تحويل للدرجة المعيارية أيضا بطريقة مشابهة للدرجة التائية . وقد وضحنا أنه إذا كان المتوسط ٥٠ والانحراف المعيارى ١٠ ، فيمكن تحويل الدرجة المعيارية الى درجة تائية . أما اذا كان المتوسط مختلفا عن ٥٠ والانحراف المعيارى مختلفا عن ١٠ ، عندئذ تكون الدرجة التائية هى درجة تائية معدلة ، ومعنى هذا أنه يوجد عدد مختلف من الدرجات التائية المعدلة .

وأحد هذه الدرجات التائية المعدلة هى : الدرجات المعادلة للمنحنى الاعتدالى Normal curve Equivalents ومتوسطها = ٥٠ وانحرافها المعيارى حوالى ٢١ (تقريبا) ، وتتراوح درجاتها من الصفر الى ١٠٠ تقريبا) وذلك لكبر الانحراف المعيارى المستخدم . (Sprinthal1,1994 : 93 - 94)

كما توجد درجة تائية معدلة مستخدمة فى حساب معايير درجات إختبارات SAT, GRE, TOEFL ، وهى درجات متوسطها ٥٠٠ وانحرافها المعيارى ١٠٠ ، وتتراوح درجاتها بين ٢٠٠ ، ٨٠٠ . وهذا النوع من الدرجات التائية قريبة الشبه من الدرجة التائية ، أو بمعنى آخر هى درجات تائية مضروبة فى ١٠ .

وأحيانا يستخدم البعض درجات تائية معدلة عند إعداد معايير لدرجات إختباراتهم ، ويستخدمون متوسطاً = ١٠٠ وانحرافاً معيارياً = ١٠ ، ومن أشهر الدرجات التائية المعدلة درجات نسب الذكاء الانحرافية .

ومن الملاحظ كثرة استخدام الدرجات التائية المعدلة فى معايير الاختبارات والمقاييس النفسية .

نسب الذكاء الانحرافية :

هى أحد أنواع الدرجات التائية المعدلة ، وتعتمد على تحويل الدرجة المعيارية الى درجات جديدة متوسطها ١٠٠ وانحرافها المعيارى ١٥ ، وهى درجات نسب الذكاء الانحرافية المستخدمة فى اختبارات وكسلر للذكاء .

وتتراوح هذه الدرجات بين ٥٥ الى ١٤٥ ، حيث الدرجة ٥٥ هى المعادلة للدرجة المعيارية -٣ وهى : -٣ × ١٥ + ١٠٠ = ٥٥ . أما الدرجة ١٤٥ فهى الدرجة المعادلة للدرجة المعيارية +٣ وهى : ٣ × ١٥ + ١٠٠ = ١٤٥ .

أما إختبار ستانفورد - بينيه للذكاء فانه يستخدم درجات للذكاء متوسطها = ١٠٠ وانحرافها المعيارى = ١٦ . وبالتالى فان الدرجة المعيارية -٣ تعادل = -٣ × ١٦ + ١٠٠ = ٥٢ ، والدرجة المعيارية +٣ تعادل : ٣× ١٦ + ١٠٠ = ١٤٨ . أى أن درجات نسب الذكاء الانحرافيه في اختبار بينيه تتروح بين ٥٢ ، ١٤٨ (Hopkinis, 1987 : 57) .

التساعيات : Stanines

وهى نوع من الدرجات المعيارية والتائية المعدلة ، وهى تعتمد على المنحنى الاعتدالى ، ولكنها تقسم التوزيع الى تسع فئات (بينما الدرجات المعيارية ± ٣ تقسم التوزيع الى ثمانية أقسام) . والتساعى الأول يعادل الدرجة المعيارية -١,٧٥ فأقل ثم يزداد كل تساعى بعد ذلك بدرجة معيارية ٠,٥ تقريبا، فيكون التساعى الثانى عند درجة معيارية -١,٢٣ ، وهكذا حتى نصل الى التساعى الأخير (التاسع) والذى يعادل درجة معيارية + ١,٧٥ فاكثر . والمتوسط الحسابى للتساعيات = ٥ ، وانحرافها الممعيارى = ٠٢ .

ويوضح الجدول (٦ - ٣) العلاقة بين التساعيات والدرجات المعيارية والنسبة المئوية للمساحة تحت المنحنى الاعتدالى فى كل قسم منها (من الواضح أن الدرجات المعيارية الثمانية) الموضحة بالجدول ستقسم التوزيع الى تسعة أقسام هى التساعيات) .

ويبين الجدول (٦ - ٣) أن التساعيين الأول والتساع يحتوى كل منهما على ٤ ٪ من المساحة تحت المنحنى ، والتساعيان الثانى والثامن يحتوى كل منهما على ٧ ٪ ، والتساعيان الثالث والسابع بكل منهما ١٢ ٪ ، والتساعيان الرابع والسادس بكل منهما ١٧ ٪ أما التساعى الخامس فيحتوى على أعلى نسبة وهى ٢٠ ٪ .

جدول (٦ – ٣) التساعيات ودرجاتها المعيارية

التساعى	المساحة المئوية للمنحنى	الدرجة المعيارية
		من الأقل وحتى
١	٤	– ١,٧٥
٢	٧	– ١,٢٣
٣	١٢	– ٠,٧٤
٤	١٧	– ٠,٢٥
٥	٢٠	+ ٠,٢٥
٦	١٧	+ ٠,٧٤
٧	١٢	+ ١,٢٣
٨	٧	+ ١,٧٥
٩	٤	فأكثر

والتساعيات من أنواع المعايير التى كانت سائدة من قبل ، إلا أن استخدامها الآن أصبح نادراً .

المئينيات : Percentile

وهى أحد أنواع المعايير الشائعة الاستخدام فى معظم الاختبارات والمقاييس النفسية والتربوية . وتعتمد المئينيات على تقسيم توزيع المنحنى الاعتدالى الى مائة قسم إبتداء من المئيني الأول وحتى المئينى ١٠٠ ، وهى بذلك تشترط أن يكون توزيع الدرجات توزيعا اعتداليا . كما أنها تستخدم الدرجات الخام وتحولها الى درجات معيارية ثم تحسب المئينيات .

وتختلف المئينيات عن المئويات فى أن المئينى هو الدرجة الأعلى من نسبة معينة من درجات التوزيع ، فاذا كان المئينى ٣٥ = ٦٠ فان ٣٥ ٪ من الدرجات تكون أقل من أو تساوى ٦٠ .أما المئوى فهو نسبة مئوية للتكرار أو التكرار المتجمع .

ويحسب المئينى لدرجة معينة من المعادلة (Kiess , 1977 : 57):

المئينى للدرجة (س) =

$$\left[\frac{\text{ت . م. ص السابق} + \frac{(\text{الدرجة س} - \text{الحد الادنى للفئة})}{\text{طول الفئة}} \times \text{تكرار الفئة}}{\text{مج ت}} \right] \times ١٠٠$$

أما قيمة المئينى = الحد الأدنى للفئة

$$+ \left(\frac{\text{ترتيب المئينى} - \text{ت . م . ص السابق}}{\text{تكرار الفئة}} \right) \times \text{طول الفئة}$$

والمئينى الاول فى التوزيع الاعتدالى يعادل درجة معيارية -٢,٤١ ، والمئينى الثانى عند -٢,٠٥ والثالث -١,٨٨ وهكذا حتى المئينى ١٠٠ عند الدرجة المعيارية +٣ ويوضح الجدول (٦ - ٤) المئينيات وما يقابلها من درجة معيارية ودرجة تائية ونسبة ذكاء انحرافيه لاختبارات وكسلر . ويمكن الاستعانة بهذا الجدول فى اعداد معايير الاختبارات بعد تحويل الدرجات الخام الى درجات معيارية بشرط أن يكون توزيع الدرجات (الخام) اعتداليا .

ويتضح أيضا من الجدول (٦ - ٤) موقع التساعيات من الأول وحتى التاسع ، وكذلك موقع الارباعيات (الاول والثالث) والوسيط . كما نستطيع التوصل الى المئينى العاشر والمئينى العشرون وهكذا حتى المئينى التسعون وهى تسمى الاعشاريات ، فالمئينى العاشر يسمى العشير الاول والمئينى العشرون يسمى العشير الثانى وهكذا حتى العشير التاسع . وهذه التقسيمات مفيدة فى حساب معايير الاختبارات وفى اختيار المجموعات المتطرفة فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية المختلفة .

جدول (٦ – ٤) المئينيات والدرجات المعيارية والتائية
ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة التائية	نسبة الذكاء	ملاحظات
١	-٢,٤١	٢٥,٩٠	٦٣,٨٥	
٢	-٢,٠٥	٢٩,٥٠	٦٩,٢٥	
٣	-١,٨٨	٣١,٢٠	٧١,٨٠	
٤	-١,٧٥	٣٢,٥٠	٧٣,٧٥	التساعى الأول
٥	-١,٦٥	٣٣,٥٠	٧٥,٢٥	
٦	-١,٥٦	٣٤,٤٠	٧٦,٦٠	
٧	-١,٤٨	٣٥,٢٠	٧٧,٨٠	
٨	-١,٤١	٣٥,٩٠	٧٨,٨٥	
٩	-١,٣٤	٣٦,٦٠	٧٩,٩٠	
١٠	-١,٢٨	٣٧,٢٠	٨٠,٨٠	
١١	-١,٢٣	٣٧,٧٠	٨١,٥٥	التساعى الثانى
١٢	-١,١٨	٣٨,٢٠	٨٢,٣٠	
١٣	-١,١٣	٣٨,٧٠	٨٣,٠٥	
١٤	-١,٠٨	٣٩,٢٠	٨٤,٤٠	
١٥	-١,٠٤	٣٩,٦٠	٨٤,٠٠	
١٦	-١,٠٠	٤٠,٠٠	٨٥,٠٠	
١٧	-٠,٩٥	٤٠,٥٠	٨٥,٧٥	
١٨	-,٩٢	٤٠,٨٠	٨٦,٢٠	
١٩	-٠,٨٨	٤١,٢٠	٨٦,٨٠	
٢٠	-٠,٨٤	٤١,٦٠	٨٧,٤٠	
٢١	-٠,٨١	٤١,٩٠	٨٧,٨٥	
٢٢	-٠,٧٧	٤٢,٣٠	٨٨,٤٥	
٢٣	-٠,٧٤	٤٢,٦٠	٨٨,٩٠	التساعى الثالث
٢٤	-٠,٧١	٤٢,٩٠	٨٩,٣٥	

تابع: جدول (٦ – ٤) المئينيات والدرجات المعيارية والتائية ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة التائية	نسبة الذكاء	ملاحظات
٢٥	-٠,٦٧	٤٣,٣٠	٨٩,٩٥	الربيع الأول
٢٦	-٠,٦٤	٤٣,٦٠	٩٠,٤٠	
٢٧	-٠,٦١	٤٣,٩٠	٩٠,٨٥	
٢٨	-٠,٥٨	٤٤,٢٠	٩١,٣٠	
٢٩	-٠,٥٥	٤٤,٥٠	٩١,٧٥	
٣٠	-٠,٥٢	٤٤,٨٠	٩٢,٢٠	
٣١	-٠,٥٠	٤٥,٠٠	٩٢,٥٠	
٣٢	-٠,٤٧	٤٥,٣٠	٩٢,٩٥	
٣٣	-٠,٤٤	٤٥,٦٠	٩٣,٤٠	
٣٤	-٠,٤١	٤٥,٩٠	٩٣,٨٥	
٣٥	-٠,٣٩	٤٦,١٠	٩٤,١٥	
٣٦	-٠,٣٦	٤٦,٤٠	٩٤,٦٠	
٣٧	-٠,٣٣	٤٦,٧٠	٩٥,٠٥	
٣٨	-٠,٣١	٤٦,٩٠	٩٥,٣٥	
٣٩	-٠,٢٨	٤٧,٢٠	٩٥,٨٠	
٤٠	-٠,٢٥	٤٧,٥٠	٩٦,٢٥	التساعى الرابع
٤١	-٠,٢٣	٤٧,٧٠	٩٦,٥٥	
٤٢	-٠,٢٠	٤٨,٠٠	٩٧,٠٠	
٤٣	-٠,١٨	٤٨,٢٠	٩٧,٣٠	
٤٤	-٠,١٥	٤٨,٥٠	٩٧,٧٥	
٤٥	-٠,١٣	٤٨,٧٠	٩٨,٠٥	
٤٦	-٠,١٠	٤٩,٠٠	٩٨,٥٠	
٤٧	-٠,٠٨	٤٩,٢٠	٩٨,٨٠	
٤٨	-٠,٠٥	٤٩,٥٠	٩٩,٢٥	
٤٩	-٠,٠٣	٤٩,٧٠	٩٩,٥٥	

تابع: جدول (٦ – ٤) المئينيات والدرجات المعيارية والتائية ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة التائية	نسبة الذكاء	ملاحظات
٥٠	٠,٠٠	٥٠,٠٠	١٠٠,٠٠	الوسيط
٥١	٠,٠٣	٥٠,٣٠	١٠٠,٤٥	
٥٢	٠,٠٥	٥٠,٥٠	١٠٠,٧٥	
٥٣	٠,٠٨	٥٠,٨٠	١٠١,٢٠	
٥٤	٠,١٠	٥١,٠٠	١٠١,٥٠	
٥٥	٠,١٣	٥١,٣٠	١٠١,٩٥	
٥٦	٠,١٥	٥١,٥٠	١٠٢,٢٥	
٥٧	٠,١٨	٥١,٨٠	١٠٢,٧٠	
٥٨	٠,٢٠	٥٢,٠٠	١٠٣,٠٠	
٥٩	٠,٢٣	٥٢,٣٠	١٠٣,٤٥	
٦٠	٠,٢٥	٥٢,٥٠	١٠٣,٧٥	التساعى السادس
٦١	٠,٢٨	٥٢,٨٠	١٠٤,٢٠	
٦٢	٠,٣١	٥٣,١٠	١٠٤,٦٥	
٦٣	٠,٣٣	٥٣,٣٠	١٠٤,٩٥	
٦٤	٠,٣٦	٥٣,٦٠	١٠٥,٤٠	
٦٥	٠,٣٩	٥٣,٩٠	١٠٥,٨٥	
٦٦	٠,٤١	٥٤,١٠	١٠٦,١٥	
٦٧	٠,٤٤	٥٤,٤٠	١٠٦,٦٠	
٦٨	٠,٤٧	٥٤,٧٠	١٠٧,٠٥	
٦٩	٠,٥٠	٥٥,٠٠	١٠٧,٥٠	
٧٠	٠,٥٢	٥٥,٢٠	١٠٧,٨٠	
٧١	٠,٥٥	٥٥,٥٠	١٠٨,٢٥	
٧٢	٠,٥٨	٥٥,٨٠	١٠٨,٧٠	
٧٣	٠,٦١	٥٦,١٠	١٠٩,١٥	
٧٤	٠,٦٤	٥٦,٤٠	١٠٩,٦٠	

تابع: جدول (٦ – ٤) المئينيات والدرجات المعيارية والتائية ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة التائية	نسبة الذكاء	ملاحظات
٧٥	٠,٦٧	٥٦,٧٠	١١٠,٠٥	الربيع الثالث
٧٦	٠,٧١	٥٧,١٠	١١٠,٦٥	
٧٧	٠,٧٤	٥٧٤٠	١١١,١٠	
٧٨	٠,٧٧	٥٧,٧٠	١١١,٢٥	
٧٩	٠,٨١	٥٨,١٠	١٢٢,١٥	
٨٠	٠,٨٤	٥٨,٤٠	١١٢,٦٠	
٨١	٠,٨٨	٥٨,٨٠	١١٣,٢٠	
٨٢	٠,٩٢	٥٩,٢٠	١١٣,٨٠	
٨٣	٠,٩٥	٥٩,٥٠	١١٤,٢٥	
٨٤	١,٠٠	٦٠,٠٠	١١٥,٠٠	
٨٥	١,٠٤	٦٠,٤٠	١١٥,٦٠	
٨٦	١,٠٨	٦٠,٨٠	١١٦,٢٠	
٨٧	١,١٣	٦١,٣٠	١١٦,٩٥	
٨٨	١,١٨	٦١,٨٠	١١٧,٧٠	
٨٩	١,٢٣	٦٢,٣٠	١١٨,٤٥	التساعى الثامن
٩٠	١,٢٨	٦٢,٨٠	١١٩,٢٠	
٩١	١,٣٤	٦٣,٤٠	١٢٠,١٠	
٩٢	١,٤١	٦٤,١٠	١٢١,١٥	
٩٣	١,٤٨	٦٤,٨٠	١٢٢,٢٠	
٩٤	١,٥٦	٦٥,٦٠	١٢٣,٤٠	
٩٥	١,٦٥	٦٦,٥٠	١٢٤,٧٥	
٩٦	١,٧٥	٦٧,٥٠	١٢٦,٢٥	التساعى التاسع
٩٧	١,٨٨	٦٨,٨٠	١٢٨,٢٠	
٩٨	٢,٠٥	٧٠,٥٠	١٣٠,٧٥	
٩٩	٢,٤١	٧٤,١٠	١٣٦,١٥	
١٠٠	٣,٠٠	٨٠,٠٠	١٤٥,٠٠	

توزيع ذي الحدين (التوزيع الثنائى) Binomil Distribution:

إذا كان المتغير موضع الاهتمام يأخذ القيم صفر ، ١ مثل العديد من أسئلة الاستبانات التي تكون إجابتها نعم أو لا . وكذلك نتيجة فحص الدم للمريض فقد تكون إيجابية أو سلبية لمرض معين ، أو إحتمال النجاح والفشل في الامتحانات ، أو الفوز والهزيمة في المباريات وغيرها . وكل هذه الحالات يكون الناتج منها ثنائي ، مما يستلزم وجود توزيع إحتمالي لها .

ويعتبر عن مثل هذه المتغيرات بالتوزيع الثنائي والذى يسمى توزيع ذى الحدين ، ويشترط هذا التوزيع (Fruned & Wilson, 1997 : 74)ما يلي :

١ – وجود عدد من المحاولات المستقلة (ن) .

٢ – كل محاولة ينتج عنها أحد الاحتمالين .

٣ – احتمال النجاح (والفشل) يظل ثابتا طوال المحاولات .

فاذا كان إحتمال النجاح (أو الاجابة الصحيحة) ح ، فان احتمال الفشل =١ – ح ومجموع الاحتمالين = الواحد الصحيح ، ومثال ذلك رمى قطعة العملة (حيث يكون الاحتمالين متساويين) . وإذا رمزنا للمتغير موضع الاهتمام بالرمز (س) ، فان معادلة التوزيع الاحتمالى الثنائي هي :

$$\text{احتمال } ن\ ق_{س}\ ح^{س}\ (١ - ح)^{ن - س} = \frac{\underline{|ن}}{\underline{|س} \cdot \underline{|ن - س}}\ ح^{س}\ (١ - ح)^{ن - س}$$

حيث $\underline{|ن}$ يسمى مضروب ن وهو حاصل ضرب ن في الاعداد الصحيحة الأقل من ن ، مثل $\underline{|٥}$ = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ . وكذلك $\underline{|س}$ ، $\underline{|ن - س}$ هو حاصل ضرب الاعداد الصحيحة التي يحتويها كل منهما .

وتهتم العديد من الدراسات باستخدام النسب المئوية لبعض المتغيرات ، مثل نسبة التسرب ، نسبة الادمان ، نسبة الطلاق وغيرها . ولذلك فان إختبار هذه النسب والاستدلال منها يعتمد على التوزيع الثنائى (ذى الحدين) ، ومتوسط التوزيع الثنائى للنسب يساوى احتمال النجاح (ح) ،

والتباين $(ع^{٢}) = \frac{ح (١ - ح)}{ن}$

وإذا كان عدد المحاولات كبيرا (العينة > ٣٠) ، فان التوزيع الثنائى يقترب من التوزيع الاعتدالى ، حيث تكون قيمة الدرجة المعيارية :

$$ذ = \frac{س - ح}{\sqrt{\frac{ح(١ - ح)}{ن}}}$$

ومن الامثلة التى يستخدم فيها توزيع ذى الحدين مايلى:

مثال (١) : إذا كان ٥ ٪ من الأفراد لديهم ضغط مرتفع ، فما احتمال وجود ثلاثة مرتفعى الضغط بين عينة عشوائية من عشرة أفراد .

ويكون احتمال الضغط المرتفع = $\frac{٥}{١٠٠} = \frac{١}{٢٠}$

واحتمال (٣ من ١٠) = $\frac{\underline{|١٠}}{\underline{|٣} \; \underline{|٧}} \left(\frac{١}{٢٠}\right)^{٣} \left(\frac{١٩}{٢٠}\right)^{٧}$

$$= \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \; \underline{|٧}}{٣ \times ٢ \times ١ \; \underline{|٧}} (٠,٠٠٠١٢٥)(٠,٦٩٨٣٣٧)$$

$$= ١٢٠ \; (٠,٠٠٠٠٨٧٢٩)$$

$$= ٠,٠١$$

مثال (٢) : أختيرت عينة عشوائية حجمها ١٠٠ من الناخبين لاستطلاع رأيهم فى أحد المرشحين على الآخر، وقد رأى ٦١منهم تفضيل هذا المرشح على الثانى وتكون النسبة = $\frac{٦١}{١٠٠} = ٠,٦١$

والحياد فى الانتخابات بين اثنين يعنى أن الاحتمال = ٥٠ ٪ = ١/٢

والدرجة المعيارية للنسبة = $\frac{س - ح}{\sqrt{\frac{ح (١ - ح)}{ن}}}$

$$ذ = \frac{٠,٦١ - ٠,٥}{\sqrt{\frac{٠,٥ \times ٠,٥}{١٠٠}}} = \frac{٠,١١}{٠,٠٥} = ٢,٢$$

وبالرجوع الى جدول المنحنى الاعتدالى فان الدرجة المعيارية ٢,٢ أو اكبر تقابل احتمال (مساحة تحت المنحنى) يساوى ٠,٠١٣٩ ومعنى هذا أن احتمال حصول هذا المرشح على درجة معيارية ٢,٢ فاكثر (أو نسبة ٦١ ٪ فأكثر) هو ٠,٠١٣٩ أما إحتمال حصوله على درجة معيارية من صفر وحتى ٢,٢ (أو نسبة ٥٠ ٪ الى ٦١ ٪) = ٠,٥٠ - ٠,٠٢٣٩ = ٠,٤٨٩١

توزيع مربع كاي ($كا^٢$) :

وهو احد التوزيعات الامبريقية ، ويعد حالة خاصة من توزيع جاما بمعلم واحد هو درجات الحرية (ك - ١) حيث ك هى عدد الفئات أو الخلايا . ويمكن حساب المعالم الأخرى للتوزيع فى ضوء درجات الحرية ، فالمتوسط الحسابى لتوزيع مربع كاى هو (ك - ١) ، والتباين = ٢ (ك - ١) والمنوال = ك - ٣ ، والوسيط تقريبا (ك - ١,٧)

وعندما تكون ك كبيرة تقريب المئينيات فى توزيع مربع كاى باستخدام التوزيع الاعتدالى المعيارى ، حيث تكون :

$$كا^٢ (ك - ١) = \frac{١}{٢} (\sqrt{٢ ك - ٣} + ذ)^٢$$

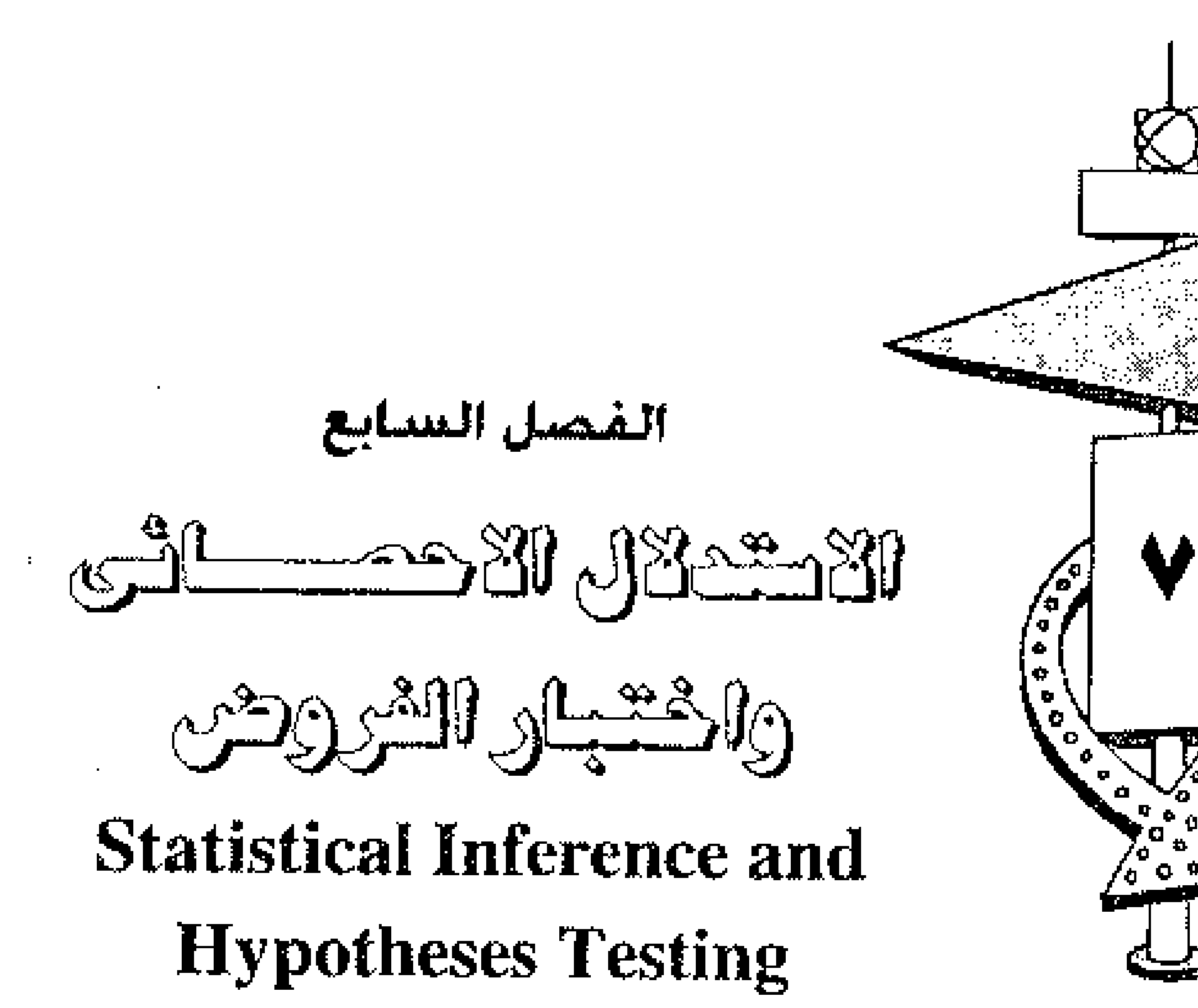
وكلما زادت درجات الحرية يقترب توزيع $كا^٢$ من توزيع المنحنى الاعتدالى ، فاذا أخذنا مجموعة من البيانات من توزيع اعتدالى ثم حولت الى درجات معيارية (ذ) حيث $ذ^٢ = \frac{(س - م)^٢}{ع^٢}$ فانها تدل على متغير عشوائى بتوزيع مثل $كا^٢$ بدرجة حرية واحدة ، وهو مربع المتغير الاعتدالى (Winer et al (27; 1991 ..

وعندما تكون درجات الحرية = ١ فان $كا^٢ = ذ^٢$

واذا كانت درجات الحرية اكبر من ٣٠ فاننا نستخدم جدول المنحنى الاعتدالى

$$حيث\ ذ = \sqrt{٢\ كا^٢} - \sqrt{٢\ ك - ٣}$$

وتوجد توزيعات أخرى هامة مثل توزيع (ت) وتوزيع (ف) وسوف نناقشهما فيما بعد .



الفصل السابع

الاستدلال الاحصائى واختبار الفروض

Statistical Inference and Hypotheses Testing

الفصل السابع
الاستدلال الاحصائى
واختبار الفروض

عند القيام بدراسة أو بحث معين يحاول الباحث جمع بيانات للاجابة عن أسئلة معينة أو يحاول أن يختبر فروضا محددة من قبل ، وفى الإجابة عن الاسئلة أو إختبار الفروض يستخدم عينة من المجتمع ويجمع بيانات عنها ثم يحاول تطبيق أو تعميم نتائج العينة على المجتمع .

وهذا الاستنتاج بالتعميم من العينة الى المجتمع هو مايسمى بالاستدلال الاحصائى Statistical Inference . ومعنى هذا أن القصد أو الهدف فى أى دراسة هو مجتمع الدراسة وليست العينة المستخدمة . فعند مقارنة طريقتين فى العلاج النفسى فإننا نقارن بين مجموعتين من الافراد ، كل مجموعة نستخدم معها إحدى الطريقتين (أ) أو (ب) ولكن الهدف من ذلك هو الوصول الى نتيجة نستطيع تعميمها على مجتمع العينة . وكذلك الحال عند المقارنة بين أسلوبين (أو عدة اساليب) للتنشئة الاسرية فإن الهدف هو تعميم النتائج على المجتمع الذى اختيرت منه العينة .

وبالطبع لا يستطيع أى باحث اجراء دراسة على المجتمع كله (إلا إذا كان المجتمع صغيرا) ، يلجأ الباحث الى اختيار عينة من المجتمع لاجراء دراسته . فاذا رغبنا فى دراسة اتجاهات الكبار نحو وسائل الاعلام فمن المكلف جدا قياس اتجاهات جميع الكبار فى دولة ما ، وفى مثل هذه الظروف يقوم الباحث بإختيار عينة وهى مجموعة يتم إختيارها بطريقة معينة ويفضل أن تكون عشوائية ، ويجمع بيانات عنها ثم يحللها باستخدام الاسلوب الاحصائى المناسب للاستنتاج منها والتعميم على المجتمع . فقد يختار عينة حجمها ٥٠٠ أو ١٠٠٠ من الكبار لقياس اتجاهاتهم نحو وسائل الاعلام ، ويستخدم أداة مناسبة لجمع البيانات وحساب الاحصاءات التى تؤدى الى الاستنتاج . وقد يخضع الاستنتاج من العينة الى المجتمع لبعض الخطأ ، ويمكن تقدير مثل هذا الخطأ ، وإذا لم يتم تقديره فإن

أي تعميم على المجتمع يكون غير ذى فائدة (Ferguson,1971:9) .

والمعلومات التى يجمعها الباحث عن خصائص العينة ذاتها ليست مهمة فى التعميم للمجتمع ، وإنما تفيد فى معرفة ما إذا كانت العينة ممثلة للمجتمع وهنا يكون أثرها في التعميم على المجتمع . فاذا أراد باحث تجريب طريقتين للعلاج النفسي فانه يختار مجموعتين من المرضى ويطبق على كل مجموعة طريقة مختلفة ثم يجمع بيانات عن المجموعتين ، ويكون الهدف معرفة أى الطريقتين أفضل فى العلاج إذا ما طبقت على جميع المرضى . ويهتم الباحث ببيانات العينة لكى يستنتج منها ، بدرجة معينة من التأكيد عن أفضلية الطريقتين ويضع تصميما لتجربته بطريقة تمكنه من الاستنتاج. وقد يرى البعض أن التعميم لا يخرج عن حدود العينة المستخدمة فى التجربة ، ولكن هذا الرأى يغفل شئيا هاما فى طبيعة التجريب ، فاذا لم يكن الهدف هو التعميم من العينة الى المجتمع واستخدام الخطوات التى تساعد على التعميم وتقدير الخطأ المصاحب لذلك ، فلا يكون للتجارب أهمية (Ferguson, 1971: 10)

والاساليب الاحصائية التى تستخدم فى وصف خصائص العينات أو المجتمعات هى أساليب الاحصاء الوصفى (السابق توضيحها) ، أما الأساليب الاحصائية التى تستخدم للاستنتاج عن خصائص المجتمع من بيانات العينة فهى أساليب الاحصاء الاستدلالى.

العينات : Samples

عند اجراء دراسة أو بحث فإننا لا نستطيع اجراء الدراسة أو التجربة على المجتمع كله ، لأن هذا يكلف الكثير من الوقت والجهد والمال . فإذا أردنا مثلا حساب متوسط العمر فى دولة ما ، فإننا لانستطيع احصاء أعمار الموتى والانتظار حتى يموت أفراد المجتمع لنحسب متوسط العمر . وبالمثل إذا أردنا حساب متوسط عمر اللمبة الكهربائية التى ينتجها مصنع معين ، فلا نستطيع أن نشغل جميع اللمبات ونتركها حتى تحترق لكى نحسب متوسط عمر اللمبة .

وإذا أراد طبيب اختبار فعالية دواء معين ، فانه لا يستطيع اعطاء هذا الدواء لجميع المرضى فى الدولة ، وبالمثل اذا أردنا تجريب طريقة تدريس جديدة لا نستطيع أن نجرى ذلك فى جميع المدارس مرة واحدة ، وفى كل هذه الحالات السابقة نختار عينة من المجتمع لتجرى عليها البحث أو الدراسة ، وتكون المشكلة الاساسية للباحث هى كيفية اختيار العينة .

والعينة التى سوف يجرى عليها الباحث دراسته يجب أن تكون ممثلة للمجتمع لأنه سوف يحصل على نتائج من العينة ويرغب فى تعميمها على بقية أفراد المجتمع . وتدل الاساليب الاحصائية على أن مثل هذا التعميم يمكن القيام به بدرجة كبيرة من الدقة (أو الثقة) . ولكن يجب على الباحث أن يتبع شروطا معينة عند اختيار عينة الدراسة حتى يستطيع تعميم نتائجها على المجتمع .

ومن أهم هذه الشروط : أن تكون تلك العينة عشوائية ، بمعنى أنه ليس هناك قصد في اختيار وحدات من المجتمع دون وحدات أخرى . والشرط الثانى فى إختيار العينة أن تكون ممثلة لأفراد المجتمع الاصلى فاذا كانت العينة من مجتمع الكبار فيجب تحديد المجتمع وخصائصه ثم اختيار عينة ممثلة له . واذا كانت العينة من الأمهات فيجب تحديد المجتمع واختيار عينة ممثلة له وهكذا .

وعند اختيار عينة للدراسة فغالبا ما يكتفى الباحث بالشرط الاول وهو العشوائية ، إذ أن تمثيل فئات المجتمع قد يكون من الصعب تحقيقه نظراً للجهد والوقت اللازمين لذلك .

وهناك العديد من طرق اختيار العينات عند اجراء البحوث فى العلوم الانسانية وتعتمد طرق اختيار العينات على بعض المحددات الاساسية وهى :

(أ) تكاليف اجراء الدراسة : فاذا كانت هناك جهة ممولة للدراسة فإن الباحث يختار عينة عشوائية مناسبة وممثلة لفئات المجتمع دون الاهتمام بتكاليف الدراسة . أما اذا كان الباحث بمفرده هو الممول للدراسة فعندئذ يقتصر اختياره للعينة على قدر إمكاناته من جهد وتمويل .

(ب) التوقيت المحدد للدراسة : يؤثر الزمن اللازم للدراسة على حجم وطريقة اختيار العينة ومدى تمثيلها للمجتمع . فاذا كانت الدراسة محددة بفترة زمنية (سنة أو سنتان مثلا) فإن الباحث يختار العينة التى يستطيع استخدامها فى انجاز الدراسة خلال التوقيت المحدد .

(جـ) حجم فريق البحث المشارك : يختلف البحث الفردى عن البحث الجماعى ، إذ أن الجهد الفردى أقل من الجهد الجماعى . والدراسة التى يقوم بها فرد واحد تحد من الجهد وحجم العينة والمتغيرات موضع الدراسة . أما الدراسة التى يقوم بها فريق من الباحثين (وعادة ما

تكون ممولة من جهة أخرى تهمها الدراسة) فإن تضافر جهود الفريق يؤدى الى اجراء دراسة على عينة كبيرة الحجم ومتعددة المتغيرات ، أي دراسة تعكس جهود المشاركين فيها وغالبا ما تتم هذه الدراسات من خلال المؤسسات البحثية مثل مراكز البحوث المختلفة أو الوزارات والهيئات والتى تقوم بتمويل تلك البحوث أيضا .

(د) حجم المجتمع ومتغيراته المختلفة : إذا كان مجتمع الدراسة صغيرا فيمكن للباحث أجراء دراسته عل المجتمع كله ، مثل مجتمع طلبة الماجستير في قسم علمى معين بجامعة معينة ، أو مجتمع وكلاء أو مديرى العموم باحدى الوزارات ، أو مجتمع موجهى الاجتماعيات باحدى المناطق التعليمية . أما اذا كان المجتمع كبيرا مثل مجتمع معلمى المرحلة الابتدائية بالدولة ، أو مجتمع طلبة المرحلة الثانوية بالدولة (أو باحدى المناطق التعليمية) ، أو مجتمع الاخصائئين الاجتماعيين ، أو مجتمع الاطباء باحدى المحافظات ، وغيرها من المجتمعات التى لايستطيع أى باحث اجراء دراسة شاملة للمجتمع كله وإنما يقتصر الدراسة على عينة من المجتمع .

(هـ) منهج البحث المستخدم : يختلف حجم العينة باختلاف منهج البحث. فعادة ما تكون العينات كبيرة فى البحوث الوصفية (فى حدود ١٠٠٠ أو اكثر) ، وصغيرة فى البحوث التجريبية (فى حدود ٢٥ فرد أو وحدة وربما أقل من ذلك) ، ومتوسطة في البحوث الارتباطية . بينما نجد فى البحوث التحليلية دراسات حالات محدودة مثل تحليل محتوى بعض المقالات أو الكتب أو الدراسة الاكلينيكية لبعض الحالات المرضية، أو دراسة إثنوجرافية لمجموعة محدودة . وبالطبع يؤثر نوع البحث على التعميم من النتائج إلى المجتمع .

تحديد مجتمع الدراسة :

عند قيام الباحث باجراء دراسة معينة فانه يقوم أولا بتحديد مجتمع الدراسة وخصائصه . والمجتمع هو مجموعة من الأفراد (أو الوحدات) ، وتستخدم كلمة مجتمع عادة لتشير الى مجموعات من الافراد مثل مجتمع دولة معينة أو محافظة أو مدينة معينة ، وهى تعنى المجموعة التى تعيش فى مكان محدد ، وهو استخدام خاص لكلمة مجتمع .

ويستخدم الاحصائيون مصطلح مجتمع ليشير الى مجتمع من الافراد أو الحيوانات أو الخامات أو الاحداث أو الدرجات . ومن ثم يعرف المجتمع للغرض الخاص به مثل مجتمع السيارات ، ومجتمع الاشجار ، ومجتمع الاطفال ، ومجتمع الطلاب ، ومجتمع المرضى وغيرها.

ومن ثم فإن مفهوم المجتمع يعنى مجموعة أو تجمع من الوحدات تتصف بخصائص معينة تصف المجموعة ذاتها وليست المفردات . فعند قياس أطوال الاطفال فإننا نجمع بيانات الاطوال ثم نحسب متوسطها ، ونستخدم المتوسط لوصف خاصية الطول فى المجموعة كلها وليس لأفراد بعينهم . واذا رغبنا فى قياس ذكاء المجتمع ، فقد نجد أن متوسط الذكاء فى المجتمع = ١٠٣ ، ويعد هذا المتوسط وصفا لذكاء المجتمع (أو المجموعة التى تم استخدامها) . وقد يوجد فرد ذكاؤه ١٢٠ وآخر ذكاؤه ٩٠ وقد ينتمى كل منهما الى مستوى اقتصادى – اجتماعى مختلف وغير ذلك من الخصائص التى لم نهتم بها عند دراسة ذكاء المجتمع . إما اذا إهتم الباحث بعدة متغيرات فانه يجمع بيانات عن كل منها ويصل الى توصيف للمجتمع فى هذه المتغيرات مثل متوسط الذكاء ، والطول ، والوزن وغيرها

وتحديد المجتمع لاختيار عينة منه يتم عن طريق خصائص معينة تهم الباحث . فاذا رغب الباحث فى دراسة الذكاء فى المستويات الاقتصادية – الاجتماعية المختلفة ، فإن متغير المستوى الاقتصادى الاجتماعى يعد خاصية من خصائص المجتمع يجب تمثيلها فى العينة . وكذلك محل الاقامة (ريف – حضر) ، وعدد أفراد الاسرة ، والمستوى التعليمى للآباء قد تكون من المتغيرات التى يهتم بها الباحث ومن ثم يستخدمها فى تحديد المجتمع وتعد من خصائص المجتمع التى يجب تمثلها فى العينة المختارة للدراسة ، ومن ثم فإن المجتمع هو مجموعة العناصر التى نرغب فى جمع معلومات عنها . كما يوجد مجتمع محدود ومجتمع لانهائى ، فالمجتمع المحدود هو المجتمع الذى يمكن حصر عدد مفرداته مثل مجتمع اللاعبين فى نادى رياضى معين ، أو مجتمع المرضى فى إحدى المستشفيات ، أو مجتمع تلاميذ مدرسة معينة فى مدينة محددة . وفى كثير من الحالات التى يهتم بها الاحصائيين تهدف لمجتمع محدود ولكنه كبير جدا والذى ننظر اليه على أنه مجتمع غير محدود مثل مجتمع يحتوى على عدة ملايين من الافراد (Ferguson, 1971:7) .

كما أن العديد من الدراسات فى العلوم الانسانية تهتم بالمجتمعات المحدودة ، ولكنها قد تكون مجتمعات لا نهائية إذا كان التعميم على المجتمع يهتم بالمستقبل .

ويوجد أيضا مجتمع أصلى ومجتمع متاح ، فالمجتمع الاصلى عادة لايستطيع الباحث تحديده مثل مجتمع الناخبين فى دولة ما ، أو مجتمع كبار السن. أما المجتمع المتاح فهو المجتمع الذى يستطيع الباحث تحديد أفراده ويعمم عليه نتائج عينته ، ومثال ذلك مجتمع الناخبين فى دائرة ما ، أو مجتمع كبار السن المترددين على المستشفيات فى إحدى المحافظات .

والمجتمع المتاح هو المجتمع المحدود الذى يستطيع الباحث تحديد أفراده ، ويختار منه العينة المناسبة لدراسته ويعمم عليه نتائجه . ولكن هذا التحديد للمجتمع بدلا من المجتمع الاصلى يحد من تعميم النتائج .

طرق اختيار العينات :

ذكرنا أن الباحث قد لا يستطيع اجراء دراسته على المجتمع كله خاصة اذا كان المجتمع كبيرا ، ومن ثم فعليه اختيار عينة من المجتمع . ويتم اختيار العينات بعدة طرق منها:

١ - المعاينة العشوائية : Random Sampling

وهى الطريقة التى تستخدم لاختيار عينة لا تخضع لتحيز أو إختيار مقصود مثل اختيار موظفى احدى المؤسسات أو طلبة أحد الصفوف فى مدرسة معينة . وانما يتم اختيار العينة بطريقة يكون فيها لكل فرد من أفراد المجتمع فرصة متساوية للظهور فى العينة وهى ما تسمى بالعشوائية . ولاختيار عينة عشوائية نتبع أحد الاساليب التالية :

(أ) نحدد أفراد (عناصر) المجتمع ، ونكتب إسم (أو رقم) كل فرد فى ورقة صغيرة ثم نضع الاوراق فى وعاء أو صندوق ، ونمزج الاوراق ، ثم نختار إحدى الاوراق لتدل على الفرد الاول فى العينة ، ثم نكرر مزج الاوراق والاختيار حتى نصل الى آخر فرد مطلوب للعينة ، وتكون العينة المختارة هى عينة عشوائية بسيطة .

(ب) نحدد أفراد (عناصر) المجتمع ، ونحدد رقم لكل فرد من أفراد المجتمع ثم نستخدم جداول الارقام العشوائية لاختيار أرقام عشوائية من بين أرقام المجتمع ، ويدل كل رقم عشوائى على فرد من أفراد العينة فاذا كان حجم

المجتمع ٥٠٠ ورغبنا فى اختيار عينة حجمها ٥٠ فرداً . فإننا نختار من الجداول العشوائيـة ٥٠ رقم مكون كل منها من ثلاث خانات (لا تزيد عن ٥٠٠) مثل الرقم ٢٠٧ ثم نقرأ الارقام العشوائية التالية له (ثلاثيـة) حتى نحصل على ٥٠ رقمـا (غـير مكررة من قبل) مثل ٣٢٤، ٠١٧ ، ٤٠٠ ، ٠٠١ ، ١٠٥ ، ٠٠٠ وهكذا وتكون تلك الارقام هى أرقام أفراد العينة العشوائية من المجتمع .

(جـ) نحدد أفراد (عناصر) المجتمع ، ونحدد رقم لكل فرد من أفراد المجتمع ، ثم نستخدم الحاسب الآلى فى اختيار أرقام عشوائية تدل على أفراد العينة .

والعينة العشوائية التى يتم اختيارها باحدى الطرق السابقة تسمى عينة عشوائية بسيطة وتكون ممثلة للمجتمع ، لكنها لا تضمن تمثيل فئات المجتمع المختلفة أو خصائصه ، إلا اذا تم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل فئة من الفئات أو الخصائص .

٢ - **المعاينة العشوائية الطبقية** Startified Random Sampling

وهى الطريقة التى يتم فيها اختيار عينة عشوائية ممثلة لكل طبقة (فئة) من طبقات (فئات) المجتمع موضع الدراسة . والعينة الطبقية قد تكون ممثلة أو غير ممثلة للمجتمع . فالعينة الطبقية الممثلة للمجتمع هى تلك العينة التى يتم اختيارها من كل فئة من فئات المجتمع . وهذا يعنى أننا نحدد أولا فئات المجتمع وعدد الافراد (العناصر) بكل فئة ونسبة ذلك العدد الى العدد الكلى للمجتمع . ثم نقرر حجم العينة المناسب لاجراء الدراسة ونوزع هذا العدد على فئات المجتمع ليتحدد العدد المطلوب من كل فئة ، ثم نختار هذه الاعداد عشوائيا من فئات المجتمع .

فاذا أراد باحث إجراء دراسة على عينة من طلبة الجامعة فيجب عليه تحديد فئات المجتمع المختلفة (الكليات ، والمستويات الدراسية ، والنوع مثلا) ثم يقرر حجم العينة المناسب ويوزعه على الكليات والمستويات والنوع ثم يحدد العدد المطلوب من كل فئة ، وقد تكون الاعداد بكل فئة متساوية أو نسبية . فاذا كانت متساوية يتم إختيار عدد متساو من كل فئة من الفئات فتكون العينة عشوائية طبقية متساوية.

جدول (٧ – ١)

مثال للعينة الطبقية المتساوية

الكليـــات	ذكـــــــور				إنـــاث			
	المستوى الدراسى				المستوى الدراسى			
	الأول	الثانى	الثالث	الرابع	الأول	الثانى	الثالث	الرابع
١	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
٢	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
٣	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
–	..	..	..	..	..	..	..	..
–	..	..	..	..	..	..	..	..

أما إذا كانت الاعداد المختارة من كل فئة نسبية (نسبة الى حجم كل فئة من فئات المجتمع) فتكون العينة عشوائية طبقية نسبية ، وهى أفضل أنواع العينات الممثلة لفئات المجتمع .ومن الصعب اختيار عينة عشوائية طبقية نسبية لأنها تستلزم الكثير من الجهد والوقت فى تحديد المجتمع وفئاته ثم اختيار العينة بنسبة أحجام تلك الفئات .

٣ – المعاينة العشوائية العنقودية :

Cluster Random Sampling

ويتم فى هذه الطريقة إختيار بعض فئات المجتمع عشوائيا ، ثم نختار عشوائيا بعض أجزاء من الفئات المختارة ، ويستمر هذا التسلسل حتى نصل الى مفردات (أو وحدات) المجتمع . فاذا أردنا اجراء دراسة على مجتمع الاخصائيين الاجتماعيين فإننا نختار عشوائيا منطقة أو منطقتين تعليمتين ، ثم نختار عشوائيا مرحلة من مراحل التعليم ، ثم نختار عشوائيا بعض المدارس ثم يلى ذلك اختيار الافراد عشوائيا من تلك المدارس . وبالطبع هذه الطريقة مختلفة عن طرق العشوائية البسيطة والعشوائية الطبقية . والعينة المختارة بهذه الطريقة (العنقودية) ليست عشوائية كاملة بمعنى أنها لا تمثل المجتمع . إلا أن هذه الطريقة أكثر واقعية من الطرق السابقة وهى أكثر إستخداما فى بحوث العلوم الانسانية بصفة عامة .

٤ – **المعاينة المنتظمة** Systematic Sampling

ويتم فى هذه الطريقة اختيار عينة من المجتمع بعد تقسيمه الى عدة أقسام متساوية واختيار فرد من كل قسم منها . فاذا رغبنا فى اختيار عينة منتظمة حجمها ٥٠ من مجتمع يحتوى على ٥٠٠ فرد ، فإننا نحسب نسبة العينة الى المجتمع وهى ٥٠ : ٥٠٠ أى ١ : ١٠ وبالتالى نختار فرد من كل عشرة أفراد متتالية . فاذا إخترنا الفرد رقم ١ فإن الفرد الذى يليه هو ١١ ثم ٢١ ، حيث نختار عشوائيا الرقم الذى نبدأ به . فاذا اخترنا الفرد رقم ٦ فإن الفرد التالى له يكون رقم ١٦ ثم رقم ٢٦ ، ٣٦ وهكذا حتى ٤٩٦ .

وإذا كان المجتمع يحتوى على ٥٠٠٠ فرد وأردنا إختيار عينة منتظمة حجمها ١٠٠ ، فإن نسبة العينة الى المجتمع ١ : ٥٠ ، ومعنى هذا أننا نختار فرد من كل خمسين فردا . فقد نختار الفرد رقم ٣٠ والتالى له هو رقم ٨٠ ثم ١٣٠ ، ١٨٠ وهكذا .

والعينة المنتظمة ليست عينة عشوائية ولا تمثل المجتمع .

٥ – **المعاينة المقصودة :** Intended Sampling

وهى الطريقة التى يختار بها الباحث عينة محددة أو مقصودة ، وهى عينة متحيزة ولا تمثل المجتمع . فاختيار باحث لمؤسسة معينة لاجراء دراسة على أفرادها يعد تحيزا فى الاختيار ، وكذلك اختياره لمدرسة مجاورة له أو يعمل بها أحد أقاربه ، أو اختيار صف يقوم بالتدريس له ، أو اختيار الاخصائى النفسى للمجموعة التى يشرف عليها ، أو اختيار الطبيب لمجموعة من مراجعيه ، كل هذه عينات متحيزة وغير ممثلة لمجتمعاتها . وبالتالى يكون الاستنتاج منها غير مناسب ، ومن الخطأ التعميم من هذه العينات الى مجتمعاتها لأنها لاتمثلها . ويجب أن يكون الباحث حذرا فى الاستنتاج من نتائج هذه العينات . ولسوء الحظ فإن العديد من الدراسات تعتمد على المعاينة المقصودة فى اختيار عينات الدراسة ، مما يضع قيوداً (حدودا) على تعميم نتائج مثل تلك الدراسات ، إلا إذا تم تكرار الدراسة الواحدة عدة مرات وتوصلت الى نفس النتائج ومن الممكن هنا (تجاوزا) تعميم النتائج .

حجم العينة المناسب :

قام بعض المهتمين بالعينات وتصميم التجارب بوضع الاسس لاختيار العينة المناسبة عند اجراء البحوث ، ومن أهم هذه الاسس الرغبة فى تمثيل المجتمع

تمثيلا دالا باستخدام مستوى دلالة ٠,٠٥ أو ٠,٠١ وكذلك الرغبة في تحديد قوة هذا التمثيل أو قوة الاختبار الاحصائي المستخدم (والتي يشار إليها بحدود خطأ التقدير المسموح به) أو خطأ النوع الثاني .

وقد حدد البعض (Freund & Wilon, 1997:142)الحد الأدنى للعينة المناسبة لاجراء الدراسات يتم حسابه باستخدام معادلة رياضية تعتمد على مستوى الدلالة وقوة الاختبار الاحصائي والتباين وهي :

$$ن = \left(\frac{ذ}{خ}\right)^{٢} ع^{٢}$$

حيث $ع^{٢}$ = التباين ، ذ = الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى الثقة (الدلالة) خ = حجم الخطأ في التقدير المسموح به أو حدود الثقة .

فاذا كان المتغير ثنائي مثل (متعلم - غير متعلم) أو (ريف - حضر) فإن التباين $ع^{٢}$ = ق (١ - ق) حيث ق = النسبة المئوية للمتغير الثنائي المجتمع .

أما إذا كان المتغير متصلا فإننا نحسب (أو نقدر) قيمة التباين من الدرجات المتوقعة للمتغير ، ونحدد مستوى الثقة المرغوب وكذلك حجم خطأ التقدير المسموح به ، ثم نحسب الحجم المناسب للعينة .

حيث يمكن تقدير الانحراف المعياري للدرجات باستخدام ربع المدى كتقدير مبدئي لذلك .

مثال للمتغير الثنائي :

إذا كان المتغير الثنائي (ريف - حضر) وكانت نسبة الريف في المجتمع ٧٥ ٪ فإن نسبة الحضر = ١ - ٠,٧٥ = ٢٥٪

وباستخدام مستوى ثقة ٩٥ ٪ وحجم خطأ التقدير ٠,١٠ فإن

$$ن = \left(\frac{١,٩٦}{٠,١٠}\right)^{٢} \left(٠,٧٥\right) \left(٠,٢٥\right) = ٧٢ \text{ تقريبا}$$

وهذه العينة تنقسم الى ٥٤ ريف (٧٥٪) ، ١٨ حضر (٢٥ ٪) .

واذا كان لدينا متغير تصنيفي آخر في الدراسة مثل المستوى الاقتصادي- الاجتماعي وكان المستوى المرتفع = ٠,٢٠ والمنخفض = ٠,٨٠ فتكون العينة

المناسبة للمستوى الاقتصادى الاجتماعى = $\left(\frac{١,٩٦}{٠,١٠}\right)^{٢}$ × ٠,٢ × ٠,٨ = ٦١ وهي تقسم الي ١٢ مستوى مرتفع ، ٤٩ مستوى منخفض .

وإذا كان لدينا عدة متغيرات تصنيفية فإننا نحسب العينة المناسبة لكل تصنيف وفى كل فئة من فئات المتغيرات التصنيفية .

مثال للممتغير المتصل :

أراد باحث تحديد حجم العينة المناسبة لاجراء دراسة تجريبية فما حجم العينة المناسبة لدراسته ؟

وبالطبع لم يحدد المثال تباين الدرجات أو مستوى الثقة المطلوب . فاذا فرضنا أن مستوى الثقة ٩٥ ٪ وأن الدرجات تتراوح بين ٢٠ ، ٦٠ وحدود خطأ التقدير المسموح به هو ٤ . فيمكن وضع تقدير للانحراف المعيارى باستخدام ربع مدى الدرجات $\frac{٦٠ - ٢٠}{٤} = ١٠$

ونطبق المعادلة لتقدير حجم العينة المناسب $ن = \left(\frac{ذ}{خ}\right)^{٢} ع^{٢}$

حيث ذ هي الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى ٩٥ ٪ (مستوى دلالة ٠,٠٥) وهي ١,٩٦ من جدول المنحنى الاعتدالى ، تقدير ع = ١٠ ، حدود الخطأ خ = ٤

$$فان\ ن = \left(\frac{١,٩٦}{٤}\right)^{٢} (١٠)^{٢} = ٢٤$$

وإذا رغب الباحث في تقليل حدود خطأ التقدير المسموح به من ٤ الى ١ فإن حجم العينة يزداد ويصبح $\left(\frac{١,٩٦}{١}\right)^{٢} (١٠)^{٢} = ٣٨٤$ تقريبا

وفى حالة العينة اللازمة لدراسة إختبار صحة فرض من الفروض فإن حجم العينة يعتمد على التباين ومستوى الثقة وقوة الاختبار الاحصائى والفرق بين قيمتى المتوسط الفعلى والمفترض

$$ن = \left(\frac{ذ_{١} + ذ_{٢}}{خ}\right)^{٢} ع^{٢}$$ (Freund & Wilson, 1997 : 144)

حيث :

$ذ_1$ = الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى الدلالة المحدد (خطأ النوع الأول) .

$ذ_2$ = الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى قوة الاختبار الاحصائى (خطأ النوع الثانى) .

خ = الفرق بين قيمتى المتوسط الفعلى و المفترض

ع = تقدير الانحراف المعيارى

فى المثال السابق اذا كان مستوى الثقة ٩٥ ٪ وقررنا أن الخطأ المسموح به (خطأ النوع الثانى B = ١٠ ٪) فاذا كان المتوسط المفترض ٣٥ ، والمتوسط الفعلى ٣٧ ، وقوة الاختبار الاحصائى ٩٠ ٪

ويكون حجم العينة ن = $\left(\frac{ذ_1 + ذ_2}{خ}\right)^2 ع^2$

حيث خ = ٢ ، ع = ١٠ ، $ذ_1$ = ١,٦٤٥ (عند مستوى دلاله ٠,٠٥)

$ذ_2$ = ١,٢٨٢ فى حالة قوة الأختبار ٩٠ ٪

$$ن = \frac{(١,٦٤٥ + ١,٢٨٢)^2}{٤} (١٠)^2$$

= ٢١٤ تقريبا

فاذا أخذنا عينة حجمها ٢١٤ فإننا نتوقع رفض الفرض بأن المتوسط = ٣٥ إذا كان المتوسط الفعلى ٣٧ أو أكبر بمستوى ٩٠ ٪

وإذا رغبنا فى مستوى اكثر دقة وحددنا مستوى الثقة ٩٩ ٪ (مستوى الدلالة ٠,٠١) وكذلك قوة الاختبار عند مستوى ٩٩ ٪

وكان الفرض المطلوب اختباره أن المتوسط لايساوى ٣٥ (اختبار الطرفين)

فان حجم العينة ن = $\frac{(٢,٥٨ + ٢,٣٣)^2}{٤} (١٠)^2$ = ٦٠٣ تقريبا

ويبدو أن استخدام القانون لتحديد حجم العينة يعد مشكلة للعديد من الباحثين فقد لا يستطيع الباحث إستخدام عينة حجمها ٦٠٣ أو أن مجتمع الدراسة

لا يزيد عن فرد (أو وحدة) . ومن جهة أخرى قد يجد الباحث أن العينة المناسبة (٢٤) ولكنه يرغب فى إجراء الدراسة على عينة اكبر حجما لأن مجتمع الدراسة مكون من عدة آلاف من الافراد (أو الوحدات) .

وبالطبع إذا رغبنا فى تعميم نتائج الدراسة على المجتمع فإن ذلك يتطلب استخدام عينات اكبر حجما خاصة إذا كان مجتمع الدراسة كبيرامثل مجتمع تلاميذ المرحلة الابتدائية فى الدولة . ولكن إذا لم يتوافر لدى الباحث التمويل الكافى لا ستخدام عينة كبيرة ، أو أن العينة الكبيرة الحجم تحتاج الى جهد ووقت أكبر من طاقة الباحث (مثل البحوث التجريبية) فعندئذ يقلل الباحث حجم العينة المستخدمة فى دراسته ويراعى ذلك عند تعميم النتائج .

والعينة الصغيرة هى التى يقل عدد أفرادها عن ٢٥ فراد (أو وحدة)أما العينة الكبيرة فهى التى يزيد عدد أفرادها عن ١٠٠ فرد ، وقد إتفق العديد من الاحصائيين بناء على الاسس النظرية للتوزيعات بأن تكون العينة ٣٠ فرداً أو اكثر (مختارة عشوائيا وممثلة للمجتمع) . إلا أننا ننصح بأن تكون العينات الكبيرة فى العلوم الانسانية هى أكثر من ١٠٠ ، أما العينات العشوائية التى يتروح حجمها بين ٣٠ ، ١٠٠ فهى عينات متوسطة الحجم ويمكن استخدامها فى بحوث العلوم الانسانية والتعميم منها إلى المجتمع . وكلما كان حجم العينة كبيرا كلما كان التعميم الى المجتمع أكثر ثباتا وأكثر دقة ، إضافة الى زيادة قوة الاختبار الاحصائى المستخدم .

أما فى حالة العينات العشوائية الصغيرة (أقل من٢٥) فإننا نقسمها الى ثلاثة أنواع :

(أ) اذا كان حجم العينة يتروح بين ١٥ ، ٢٤ فعلى الباحث استخدام الاساليب الاحصائية البارامترية واللابارامترية معا للتأكد من إتساق النتائج . وبالطبع الاساليب الاحصائية البارامترية اكثر قوة من الاساليب الاحصائية اللابارامترية .

(ب) إذا كان حجم العينة يتروح بين ٥ ، ١٤ فعلى الباحث استخدام الاساليب الاحصائية اللابارامترية ، ويكون الاستنتاج والتعميم على المجتمع بحذر شديد .

(جـ) أما إذا كان حجم العينة خمسة أفراد أو أقل ، فمن الخطأ القيام بالتعميم من نتائج العينة الى المجتمع.

الفروض : Hypotheses

الفروض هي علاقات متوقعة بين متغيرين أو أكثر ، أو هي توقعات الباحث لنتائج دراسته . وتعد الفروض حلولا محتملة للمشكلة موضع الدراسة . وتعتمد صياغة الفروض على النظريات أو البحوث السابقة أو كليهما ، كما أنها تستخدم المصطلحات والمتغيرات التي حددها الباحث (Freankel & Wallen, 1996:56 - 58) . والفرض هو حل للمشكلة تؤيده بعض المعلومات أو الحقائق أو الادلة النظرية أو الدراسات السابقة ، ولكن صحته تعتمد على مدى تأييد الأدلة والشواهد والبيانات الفعلية للفرض (رجاء أبو علام ، ١٩٨٩) .

ويجب أن توضع الفروض في صياغة واضحة وموجزة وقابلة للاختبار ، بمعنى أن تكون محددة ومفهومة ولاتستخدم كلمات غامضة أو غير ضرورية ، كما أنها تخضع للاختبار العملي بناء على البيانات والمعلومات والأدلة المرتبطة بها .

ومن أمثلة الفروض الجيدة :

١ – توجد علاقة موجبة بين نشاط الطفل وتحصيله الدراسي .

٢ – توجد علاقة سالبة بين البيروقراطية وابداع العاملين .

٣ – توجد علاقة بين النوع وتفضيل قراءة الموضوعات الثقافية .

٤ – توجد فروق بين طريقتي العلاج (أ ، ب) في تعديل سلوك المرضى .

٥ – توجد فروق بين أنماط الادارة والرضى الوظيفي للعاملين .

ومن الواضح أن كل فرض يتضمن متغيرين أو أكثر وأن الصياغة واضحة ومحددة ولا تحتوي كلمات غامضة أو زائدة ، كما أنه يمكن جمع بيانات أو أدلة لاختبار صحتها .

أما أمثلة الفروض غير الجيدة فهي :

١ – الاتجاهات الموجبة نحو الآخرين مهمة في الحياة العملية .

٢ – القدرة العقلية قد ترتبط بالشخصية .

٣ – الادارة المدرسية قدرة وفن .

٤ – استطلاعات الرأي نحو القضايا الاجتماعية ترتبط بالاتجاهات السياسية .

٥ – العلاقات الزوجية تتأثر بالمستوى الاقتصادي والرغبة في حياة سعيدة .

وهي فروض غير جيدة لأنها غير محددة أو لاتحتوى متغيرين أو غير قابلة للاختبار . ووضع الفروض يساعد الباحث فى تنظيم دراسته ، وفهم متغيراتها وتحديد الاجراءات ، وفهم الاساس الذى تعتمد عليه الفروض ، وكذلك جمع البيانات اللازمة لاختبار الفروض . ولكن قد تؤدى الفروض بالباحث الى التحيز في دراسته حتى يتوصل الى النتائج المتوقعة ، وهذا الأمر غير مقبول ويرتبط باخلاقيات البحث والامانة العلمية للباحث ، ولذلك يجب أن يلتزم الباحث بالفروض التى وضعها إعتماداً عل أسس نظرية أو علمية أو تطبيقية بغض النظر عن النتائج الفعلية . ولا يضير الباحث شيئا إذا ثبتت صحة أو خطأ الفروض ، وإنما يضيره مخالفة الامانة العلمية (Edwards 1968:91) . وتتطلب بعض البحوث وضع فروض للدراسة ، مثل البحوث التجريبية أو البحوث السببية المقارنة ، أما البحوث الوصفية فتكتفي بوضع أسئلة فقط . وغالبا ما يضع الباحثون أسئلة ثم يحولون الاسئلة إلى فروض لاختبار صحتها . ومن الممكن الاجابة عن الاسئلة أيضا بعد اجراء تحليل البيانات بالاسلوب المناسب لذلك .

أنواع الفروض :

توجد ثلاثة أنواع من الفروض وهى : الفرض الصفرى ، والفرض الموجه والفرض غير الموجه .

١ - الفرض الصفرى : Null Hypothesis

وهو يعنى عدم وجود علاقة بين المتغيرات أو عدم وجود فروق بين المجموعات ، ولذلك فهو يسمى فرض العدم . ومعنى ذلك أنه فرض العلاقة الصفرية أو الفروق الصفرية بين المتوسطات (تساوى المتوسطات) . ويلجأ الباحث للفرض الصفرى فى حال تعارض الدراسات السابقة أو فى حال عدم وجود دراسات سابقة فى موضوع بحثه . وقد يسمى الفرض الصفرى بالفرض الاحصائى .

٢ - الفرض الموجه : Directed Hypothesis

وهو صياغة للفرض مع تحديد إتجاه للعلاقة (موجبة أو سالبة) بين المتغيرات ، أو تحديد إتجاه للفروق بين المجموعات فى المتغير التابع ، ومثال ذلك: توجد علاقة موجبة بين درجات المتغيرين (س ، ص) . أو يوجد فرق بين متوسطى المجموعتين (أ ، ب) فى درجات المتغير (س) لصالح المجموعة (أ) .

وصياغة الفرض الموجه تختلف عن صياغة الفرض الصفرى فى أمرين هما : وجود علاقة أو فروق ، وتحديد اتجاه للعلاقة أو الفروق .

ويعتمد توجيه الفرض على نتائج الدراسات السابقة أو خبرات الباحث أو خبرات المتخصصين .

٣ - الفرض غير الموجه :

وهو صياغة للفرض دون تحديد إتجاه للعلاقة أو الفروق . ويختلف الفرض غير الموجه عن الفرض الموجه فى عدم تحديد إتجاه العلاقة أو الفروق ، بينما يختلف عن الفرض الصفرى فى وجود العلاقة أو الفروق .

ومن أمثلة الفرض غير الموجه : توجد علاقة بين درجات المتغيرين (س ، ص) ، أو يوجد فرق بين متوسطى المجموعتين (أ ، ب) فى درجات المتغير (س) .

وعدم تحديد إتجاه للعلاقة أو الفروق ، يرجع الى عدم وجود دراسات سابقة أو رأى مؤيد لإتجاه محدد ، أو لتعارض الدراسات السابقة دون تأكيد إتجاه محدد ، أو لشك الباحث فى إتجاه العلاقة أو الفروق.

والاساليب الاحصائية الاستدلالية هى المناسبة لاختبار صحة الفروض . حيث تقوم الاساليب الاحصائية الاستدلالية باختبار الفرض الصفرى (فرض العدم) ، فاذا ثبتت صحة الفرض الصفرى نرفض الفرض البديل (موجه أو غير موجه) ، وإذا لم تثبت صحة الفرض الصفرى نقبل الفرض البديل (موجه أو غير موجه) .

وقد أدى هذا الى اعتقاد كثير من الباحثين بضرورة وضع فروض صفرية ولكن لا يوجد دليل علمى يؤكد هذا الرأى سوى أن الاساليب الاحصائية تختبر دائما الصياغة الصفرية للفروض . حيث أن هذه الاساليب تفترض فى معادلاتها الرياضية عدم وجود علاقة بين المتغيرات أو عدم وجود فروق بين المتوسطات ، فإما يتحقق فرض العدم ومن ثم نرفض الفرض البديل ، أو نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل.

اختبار صحة الفروض :

المنطق فى اختبار الفروض هو أن الباحث يفترض صحة الفرض الذى يرغب فى اختباره ، ثم يفحص نتائج هذا الفرض فى ضوء توزيع العينة الذى يعتمد على صحة الفرض . وإذا تحدد من توزيع العينة أن البيانات الملاحظة

احتمال حدوثها كبير فانه يتخذ قراراً بأن البيانات لاتتعارض مع الفرض . ومن ناحية أخرى إذا كان احتمال مجموعة البيانات الملاحظة ضعيف فى حالة الفرض الصحيح ، فإن قراره يكون بأن البيانات تتعارض مع الفرض (Winer et al, 1991 : 17)

ومستوى الدلالة للاختبار الاحصائى يحدد مستوى الاحتمال الذى نعتبره ضعيفا ويبرر قبول الفرض الصفرى ، أو مرتفعا ويبرر رفض الفرض الصفرى . فاذا كان احتمال حدوث البيانات الملاحظة (فى حالة الفرض الصفرى الصحيح) أقل من مستوى الدلالة ، فعندئذ تكون البيانات متناقضة مع الفرض موضع الاختبار ونتخذ قرار برفض الفرض الصفرى . ورفض الفرض الصفرى موضع الاختبار يعنى قبول أحد الفروض البديلة التى لاتتعارض مع البيانات ورفض فرض العدم (الصفرى) قد يعتبر قراراً بقبول الفرض البديل ، وعدم رفض فرض العدم يعد قراراً ضد قبول الفرض البديل (Winer et al, 1991:17) .

وعند ما يكون فرض العدم صحيحا وتؤدى نتائج الاختبار الاحصائى إلى قرار بأنه خاطئ فإننا نقع فى خطأ يسمى خطأ النوع الاول Type I Error وهو يساوى مستوى الدلالة ويرمز له بالرمز ألفا (α) ، وعندما يكون فرض العدم خاطئ وقررنا بناء على الاختبار الاحصائى برفض فرض العدم وقبول الفرض البديل فإننا نقع فى خطأ يسمى خطأ النوع الثانى Type II Error ، ويرمز له بالرمز بيتا (β) . ويعتمد خطأ النوع الثانى جزئيا على مستوى الدلالة (Edwards, 1968:22) .

ومعنى هذا أن مستوى الدلالة هو احتمال رفض فرض العدم ، ولا توجد تجربة تثبت خطأ فرض العدم إثباتا مطلقا مهما كان عدم مناسبة الناتج لفرض العدم (Edwards, 1968 :22) .

ويمكن تلخيص خطأ النوع الأول وخطأ النوع الثانى بالجدول التالى :

جدول (٧ - ٢)

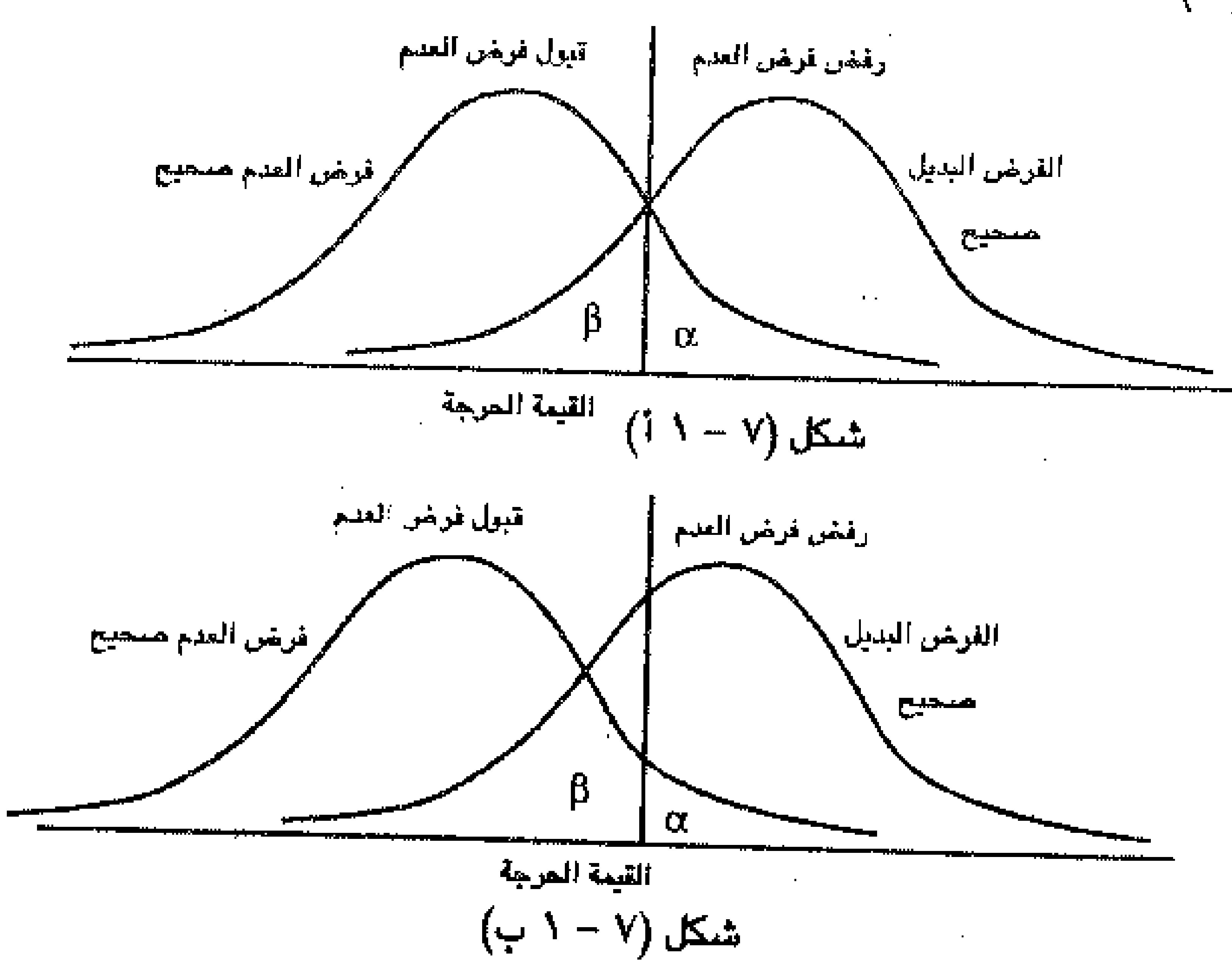
	فرض العدم صحيح	فرض العدم خاطىء
رفض فرض العدم	خطأ النوع الأول α	لا يوجد خطأ
قبول فرض العدم	لا يوجد خطأ	خطأ النوع الثانى β

ويوضح الجدول (٧ – ٢) أن رفض فرض العدم يكافئ قبول الفرض البديل ، وعدم رفض فرض العدم يكافئ رفض الفرض البديل . ويوجد خطأ النوع الاول في حالة اتخاذ قرار برفض فرض العدم ، وخطأ النوع الثانى عندما يكون القرار قبول فرض العدم (Winer etal , 1991 : 18)

وقد عرض كمبل (Kimble,1978) مثالا جيداً لخطأ النوع الاول وخطأ النوع الثانى . حيث يرى أن المتهم برئ وغير مذنب (خطوة أولى) حتى تثبت إدانته بالأدلة (خطوة ثانية) . وبالتالى يكون لدينا إحتمالين : الاول وجود مجرم ومذنب (خطأ نوع أول) والثانى أن المجرم المخطئ برئ (خطأ نوع ثانى) .

أما إحتمال أن المخطئ مذنب ، واحتمال أن البرئ غير مذنب فهما احتمالان صحيحان كما بالجدول (٧ – ٢) .

ويتحكم الباحث في مستوى الدلالة ألفا (خطأ النوع الأول) ، أما خطأ النوع الثانى β فانه يتحدد بطريقة غير مباشرة . فعندما يكون خطأ النوع الاول صغيرا فإن هذا يؤدى الى زيادة حجم خطأ النوع الثانى ويوضح الشكل (٧ – ١) توزيع العينة فى حالتي رفض أو قبول فرض العدم مع تغير قيمة مستوى الدلالة ألفا (α) .



شكل (٧ – ١ أ)

شكل (٧ – ١ ب)

العلاقة بين خطأ النوع الأول وخطأ النوع الثانى وقوة الاختبار

ويوضح الشكل (٧ – ١) العلاقة بين خطأ النوع الاول وخطأ النوع الثانى وقوة الاختبار . حيث يمثل المنحنى (٧ – ١أ) توزيع العينة للاختبار الاحصائى عندما يكون فرض العدم صحيح ، والمنحنى (٧ – ١ب) يمثل توزيع العينة عندما يكون الإختبار الإحصائى للفرض البديل صحيح . وتتحدد منطقة رفض فرض العدم من الجداول الاحصائية لتوزيع العينة عندما نفترض أن فرض العدم صحيح، واحتمال وقوع القيمة الحرجة فى منطقة رفض فرض العدم تساوى ألفا (α) عندما يكون فرض العدم صحيحا .

ومن الشكل (٧ – ١ أ) فإن خطأ النوع الثانى المرتبط بالفرض البديل يساوى عدديا المساحة تحت المنحنى الايمن التى تقع فى منطقة رفض فرض العدم . وهذه المساحة (قيمة α) فى الشكل (٧ – ١ ب) أقل منها فى الشكل (٧ – ١ أ) . وهذا يعنى أن الخطأ الاول للقرار صغير ، بينما المساحة تحت المنحنى الأيمن فى الشكل (٧ – ١ ب) التى تقع فى منطقة قبول فرض العدم أكبر منها فى الشكل (٧ – ١ أ) وانقاص القيمة العددية لخطأ النوع الاول (مستوى الدلالة) تزيد قوة تواجد خطأ النوع الثانى (Winer etal ., 1991 : 19) .

قوة الاختبار الاحصائى :

تعتمد قوة الاختبار الاحصائى على كل من مستوى الدلالة (α) وخطأ النوع الثانى (β) وحجم العينة . وقوة الاختبار الاحصائى تساوى واحد ناقص احتمال خطأ النوع الثانى ($1-\beta$) ولتمثيل ذلك هندسيا فإن قوة الاختبار الاحصائى هى المساحة تحت المنحنى الايمن عندما يكون الفرض البديل صحيحا والتى تقع فى منطقة رفض فرض العدم . وفى الشكل (٧ – ١ أ) تكون هذه المساحة تحت المنحنى الأيمن التى تقع على يمين القيمة الحرجة . وقوة الاختبار الاحصائى هى احتمال قرار رفض فرض العدم عندما يكون البديل صحيحا (Edwards, 1968 : 23, Winer etal. 1991 : 11) .

ويمكن زيادة قوة الاختبار عن طريق مستوى الدلالة وتباين الدرجات وحجم العينة . فاذا كان مستوى الدلالة ثابتا وكذلك التباين فإن زيادة حجم العينة يزيد من قوة الاختبار . وليس معنى هذا أن حجم العينة هو السبب فى زيادة قوة الاختبار ، وانما قيمتى مستوى الدلالة α وخطأ النوع الثانى β وكذلك تباين المجتمع لهما أثر كبير عل قوة الاختبار بجانب حجم العينة (Weinberger & Goldberg, 1979)

فاذا قارنا متوسطي مجموعتين وكان الفرق بينهما دالا عند مستوى ٠,٠٥ مثلا فإن قيمة بيتا تعتمد على حجم العينة وعلى قيمة ذلك الفرق بين المتوسطين (أو تباين المجموعتين) . فاذا كانت قيمة الفا ثابتة وكذلك حجم العينة ، فإن قيمة بيتا تقل بزيادة الفرق بين المتوسطين . ومعنى هذا أنه كلما كان الفرق بين المتوسطين كبيرا ، فإن احتمال قبول فرض العدم يقل . أما إذا كان الفرق بين المتوسطين ثابتا وكذلك حجم العينة ، فإن قيمة بيتا تزداد كلما نقصت قيمة الفا . أي أنه إذا كانت الفا صغيرة فقد نفشل في رفض فرض العدم بالرغم من وجود فرق بين المتوسطين .

وإذا كانت قيمة الفا ثابتة وكذلك الفرق بين المتوسطين ، فإن حجم العينة يحدد قيمة بيتا . فكلما صغرت العينة تزداد قيمة بيتا ومن ثم تنقص قوة الاختبار ، وكلما زاد حجم العينة فإن قيمة بيتا تنقص وتزداد قوة الاختبار (صلاح مراد ، ١٩٨١ : ٦٠ - ٦١) .

ويكون من الصعب في بحوث العلوم الانسانية تقويم مخاطر خطأ النوعين الأول والثاني في ضوء فروق المتوسطات ، وكلا من الخطأين قد يكونا هامين خاصة في البحوث الكشفية . وعادة ما يركز الباحثون على مستوى الدلالة دون الاهتمام بالتركيز على قوة الاختبار . وفي كثير من الحالات التي تقبل فرض العدم لا تعطى أي اهتمام لقوة الاختبار ، ويجب على الباحث أن يهتم بحساسية (أو قوة) إختبار الفرض .

ويستخدم الباحثون دائما مستويي الدلالة ٠,٠٥ ، ٠,٠١ وهو أمر متفق عليه وليس له دليل علمي أو منطقي (Winer etal, 1991 :20) فاذا توصلت دراسة الى صحة الفرض أو خطأ الفرض فإن هذا ليس كافيا للتوصل الى قرار خال من الاخطاء . ومخاطر القرارات المرتبطة بالادلة البحثية تحتاج الى تقويم لحساب حجم المخاطر قبل اتخاذ قرار معين في كل حالة . ومعنى هذا ضرورة الاهتمام بنوعي الخطأ وقوة الاختبار قبل إتخاذ قرار بقبول أو رفض فرض العدم .

مثال لاختبار صحة الفروض :

إذا كان السؤال البحثي هو : هل يختلف متوسط نسبة الذكاء لطلبة الجامعة الجامعة الآن عنه منذ ١٠ سنوات ؟

وينطوي هذا السؤال على فرض معين يود الباحث التحقق منه ، ويتم التحقق عن طريق اجراء دراسة وجمع بيانات ثم اختبار صحة الفرض في ضوء

البيانات التى تم جمعها .

والخطوة الأولى قبل اجراء تحليل البيانات هى صياغة الفرض موضع الاختبار ، ويكون فى صورة فرض صفرى أو فرض بديل ، وقد يكون الفرض البديل موجها أو غير موجه طبقا لمجال الدراسة ذاتها .

ولوضع التساؤل السابق فى صورة فرض قابل للاختبار فيجب توافر بعض المعلومات عن مجتمع طلبة الجامعة منذ ١٠ سنوات . فاذا فرض أن متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة منذ ١٠ سنوات هو ١١٠ مثلا . فإن السؤال البحثى يصبح : هل يختلف متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن عن ١١٠؟

وبالطبع هذه الصياغة تسهل الفرض الصفرى المراد اختباره وكذلك الفرض البديل.

والفرض الصفرى هنا هو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١١٠ أما الفرض البديل هو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لايساوى ١١٠ . وهو فرض بديل غير موجه ، بمعنى أن الاختلاف قد يكون موجبا أو سالبا .

أما الفرض البديل الموجه فهو الذى يحدد وجهة الاختلاف أى الذى يحددما إذا كان المتوسط أكبر من ١١٠ أو أقل من ١١٠ .

واختلاف الفرض البديل (موجه أو غير موجه) يحدد منطقة الثقة (أو الشك) فى القرار ، وهى المساحة تحت المنحنى المساوية لمستوى الدلالة الفا (α) كما بالشكل (٧ - ١) . وفى مثالنا الحالى فإن منحنى توزيع العينة المناسب هو المنحنى الاعتدالى (لأننا نقارن متوسط عينة بمتوسط المجتمع) . والفرض البديل الموجه يحدد اختبار الطرف الواحد one -tailel Test أما البديل غير الموجه فيحدد اختبار الطرفين Two - tailed Test ويعتمد توجيه الفرض (كما ذكرنا سابقا) على نتائج البحوث والدراسات السابقة والمتوفرة فى المجال موضع الدراسة . فقد تحدد البحوث السابقة أن يكون الفرض صفرى أو بديل أو بديل موجه .

وبصفة عامة سواء كان الفرض البديل موجها أو غير موجه فإن الفرض الصفرى واحد فى الحالتين ، وهو الذى يتم اختباره بالاساليب الاحصائية . وإذا وضع الباحث فرضا موجها فأنه يستطيع استخدام اختبار الطرف الواحد بشرط أن يكون الفرض الموجه معتمدا على أساس علمى ومنطقى وتتم صياغته قبل جمع وتحليل البيانات ولايعدله مهما كانت النتائج ويدل هذا على الامانه العلمية

للباحث.

ولأن هناك شك في أمانة الباحثين ، لأنهم يعيدون صياغة فروضهم البحثية بعد تحليل البيانات ، فإن معظم الاحصائيين يرون استخدام إختبار الطرفين Two -Tailel Test .

و الفرض البديل في مثالنا السابق : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لا يساوى ١١٠ . وهو فرض بديل غير موجه ، ومن ثم نستخدم اختبار الطرفين . ويعني اختبار الطرفين أن مستوى الدلالة الفا(α) يوزع على طرفي المنحنى $\frac{\alpha}{٢}$ في الطرف الايمن ، $\frac{\alpha}{٢}$ في الطرف الايسر).

أما في حالة الفرض الموجه : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن أقل من ١١٠ ، فإننا نستخدم اختبار الطرف الواحد ، بمعنى أن مستوى الدلاله الفا (α) تكون في الطرف الايسر فقط (لأن اتجاه الفرض سلبي) .

وإذا كان الفرض الموجه : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن اكبر من ١١٠ ، فإن مستوى الدلاله (α) يكون في الطرف الايمن فقط .

وقد يتساءل البعض عن الفروق بين الفرض غير الموجه ، والفرض الموجه (سلبيا أو ايجابيا) . ويبدو الفرق الأول في تحديد استخدام اختبار الطرف الوحد أو الطرفين كما ذكرنا . أما الفرق الثاني فهو هام جدا ، فاذا وضع الباحث فرضا موجها (سلبيا مثلا) وتم اجراء تحليل للبيانات لاختيار صحة الفرض ، ونتج عن هذا عدم وجود فرق بين المتوسط ، ١١٠ فانه يقبل الفرض الصفرى ويرفض الفرض البديل الموجه . أما إذا نتج عن الاختبار وجود فرق موجب بين المتوسط، ١١٠ فانه يرفض الفرض الصفرى والفرض البديل (لأن الفرض البديل يحدد أن المتوسط أقل من ١١٠) ، ولا يستطيع أن يقرر الباحث قبول الفرض البديل (الايجابي) لسببين : الأول أنه وضع فرضا بديلا سلبيا ، والثاني أنه استخدم اختبار الطرف الواحد ، أما اذا نتج عن الاختبار وجود فرق سلبي بين المتوسط ، ١١٠ فانه يرفض الفرض الصفرى ويقبل البديل السلبي الذى حدده الباحث من قبل .

مستوى الدلالة : Significance Level

سبق أن إستخدمنا مصطلح مستوى الدلالة الفا(α) عدة مرات ، وذكرنا أنه يساوى خطأ النوع الأول . كما يوضح الشكل (٧ – ١) موقع مستوى الدلالة ،

وأنه يعادل المساحة تحت المنحنى بين القيمة الحرجة وأحد طرفي المنحنى (في حالة اختبار الطرف الواحد) . أما في حالة اختبار الطرفين فإن مستوى الدلالة ألفا يتوزع على طرفي المنحنى (α/٢ في كل طرف) .

ومن المتفق عليه استخدام مستويات الدلالة ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ في بحوث العلوم الانسانية (Winer etal , 1991 : 20) وتعني كلمة Significant شئ هام أوله قيمة وقد إتفق على استخدام كلمة دال بدلا من هام وعليه فإن Sig- nifi cane level هو مستوى الأهمية أو الدلالة ، والدلالة الاحصائية تعنى الندرة الاحصائية أي ندرة الحدوث تحت شرط الفرض الصفري .

ومستوى الدلالة ٠,٠٥ يعني أن احتمال الخطأ في رفض الفرض الصفري هو ٠,٠٥ ، واحتمال الثقة في القراريت بشأن الفرض الصفري هو ٠,٩٥ ، ومن المتفق عليه القول بأن ٠,٠٥ تعنى مستوى الشك في القرار أو النتائج ، ٠,٩٥ تعني مستوى الثقة في القرار أو النتائج بشأن الفرض الصفري . ولكن جرت العادة على استخدام ٠,٠٥ لتعني أهمية أو دلالة النتائج بدلا من ٠,٩٥ كما يستخدم مستوى الدلالة ٠,٠١ أو ٠,٠٠١ ليقلل الخطأ في رفض الفرض الصفري الصحيح ، ولكن كما أشرنا من قبل أنه كلما صغرت قيمة مستوى الدلالة كلما زاد خطأ النوع الثاني .

ويستخدم مستوى الدلالة لتحديد منطقة رفض الفرض الصفري ، حيث يتم حساب القيمة الحرجة للاسلوب الاحصائي المستخدم من بيانات العينة ، ثم نتخذ القرار اذا كانت القيمة الحرجة تقع في منطقة الرفض فاننا نرفض الفرض الصفري (وبالطبع نقبل الفرض البديل) .

أما إذا كانت القيمة الحرجة لاتقع داخل منطقة الرفض فإننا نقبل الفرض الصفري (وبالطبع نرفض الفرض البديل) .

وتمثل منطقة الرفض القيمة الحرجة للاسلوب الاحصائي المستخدم حيث تكون القيمة الحرجة هي حد منطقة الرفض في حالة اختبار الطرف الواحد أو حدا منطقة الرفض في حالة إختبار الطرفين . فاذا استخدمنا الدرجة المعيارية لإختبار الفرض الصفري بأن متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١١٠ ، فإن القيمة الحرجة تساوي الدرجة المعيارية للفرق بين متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة وبين ١١٠ ، ويستلزم ذلك معرفة المتوسط والانحراف المعياري لدرجات نسبة ذكاء عينة طلبة الجامعة .

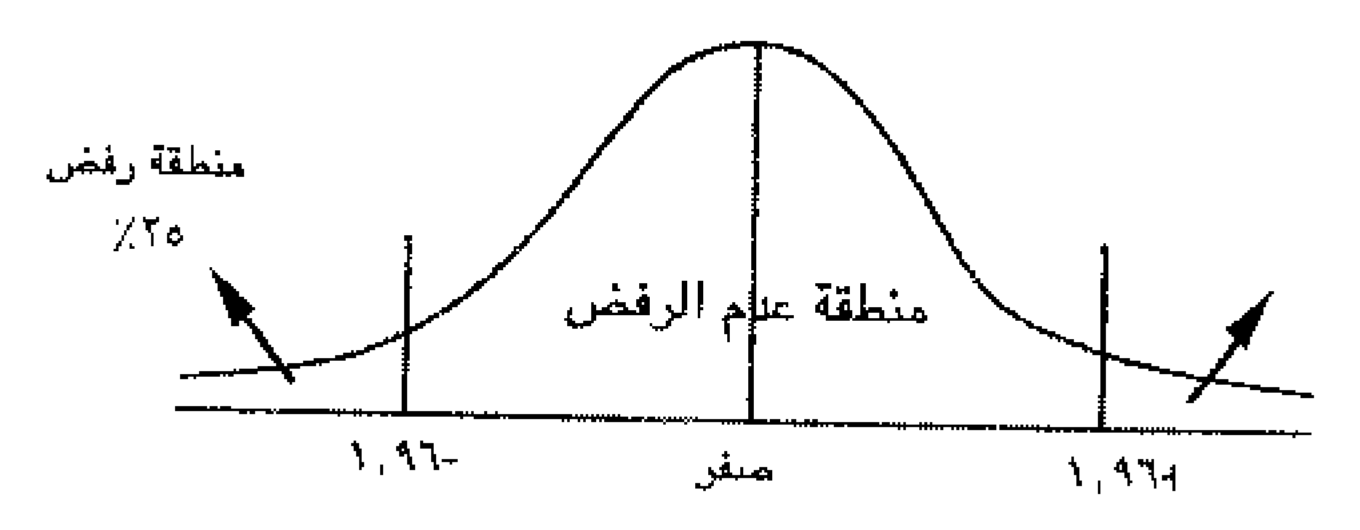
حـدود الثقـة : Confidence Limits

إذا كان الفرض البديل غير موجه فإن منطقة الرفض التي يحددها مستوى الدلالة تتوزع على طرفي المنحنى (إختبار الطرفين) .

وتكون المساحة في كل طرف = نصف مستوى الدلالة ($\alpha^{1}/_{2}$)

فاذا إخترنا مستوى الدلالة = ٠,٠٥ فإن منطقة الرفض = ٥ ٪ من المساحة تحت المنحنى الاعتدالي المعياري . وبتوزيعها على طرفي المنحنى فإن مساحة كل جزء = ٢,٥ ٪

ومن جدول المنحنى الاعتدالي المعياري نجد أن :



المساحة ٢,٥ ٪ في الطرف الايمن للمنحنى تنحصر بين درجة معيارية ١,٩٦ ونهاية الطرف الايمن ، وبالمثل المساحة ٢,٥ ٪ في الطرف الايسر للمنحنى تنحصر بين درجة معيارية -١,٩٦ ونهاية الطرف الايسر للمنحنى . وهاتان المساحتان تمثلان منطقة رفض الفرض الصفري بمستوى دلالة ٠,٠٥ أما المساحة المحصورة بين الدرجتين المعياريتين +١,٩٦ ، -١,٩٦ فهي تساوي ٩٥ ٪ من مساحة المنحنى وهي منطقة قبول الفرض الصفري .

ويطلق على الدرجتين +١,٩٦ ، -١,٩٦ إسم حدا الثقة ، أي الثقة في قبول الفرض الصفري الصحيح . وبالتالي فإن احتمال الثقة في قرار قبول الفرض الصفري الصحيح هو ٩٥ ٪ ، واحتمال الخطأ في قرار رفض الفرض الصفري الصحيح هو ٥ ٪ .

فاذا كانت القيمة الحرجة (Critical Value) للفرق بين متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة وبين ١١٠ تقع بين ١,٩٦ ، ١,٩٦ فانها تقع داخل منطقة عدم الرفض (قبول الفرض الصفري) ، أما إذا كانت القيمة الحرجة اكبر من أو تساوي ١,٩٦ أو أصغر من أو تساوي -١,٩٦ فانها تقع في منطقة الرفض للفرض

الصفرى ، ومن ثم قبول الفرض البديل .

وفى حالة اختبار الطرف الواحد فإن منطقة الرفض تكون فى أحد طرفى المنحنى الأيمن (فى حالة البديل الايجابى) أو الأيسر (فى حالة البديل السلبى) . وميزة اختبار الطرف الواحد أن مساحة منطقة الرفض فى الطرف الواحد تكون بين أحد طرفى المنحنى وقيمة حرجة أقل منها فى حالة اختبار الطرفين . فاذا إعتبرنا البديل الموجه (متوسط ذكاء طلبة الجامعة أقل من ١١٠) وهو بديل سلبى، وكان مستوى الدلالة ٠,٠٥ فإن مساحة منطقة الرفض (٥ ٪) تنحصر بين الطرف الأيسر للمنحنى والدرجة المعيارية -١,٦٤٥ وهى تبعد كثيراً عن -١,٩٦

وتسمى منطقة قبول الفرض الصفرى بفترة الثقة Confidence Interval وهى المنطقة التى يقع فيها المتوسط بمستوى ثقة معين .

فاذا كان مستوى الدلالة ٠,٠٥ فإن حدا الثقة هما ±١,٩٦ وتكون قيمة المتوسط تنحصر بين (م ±١,٩٦ × الخطأ المعيارى) بمستوى ثقة ٠,٩٥ أو أن احتمال ٩٥ ٪ أن يقع المتوسط بين (م + ١,٩٦ × الخطأ المعيارى)، (م – ١,٩٦ × الخطأ المعيارى)

وبالمثل اذا كان مستوى الدلاله ٠,٠١ فإن حدا الثقة هما ±٢,٥٨ . ويكون الاحتمال ٩٩ ٪ أن يقع المتوسط بين م±٢,٥٨ × الخطأ المعيارى . وتتحدد فترة الثقة بناء على مستوى الدلالة المطلوب بغض النظر عن قبول أو رفض الفرض الصفرى . فاذا قبلنا الفرض الصفرى بمستوى دلالة ٠,٠٥ فإن متوسط العينة لايختلف عن متوسط المجتمع بمستوى دلالة ٠,٠٥ ، وتنحصر قيمة متوسط العينة بين (م ± ١,٩٦ × الخطأ المعيارى) بمستوى ثقة ٩٥ ٪ .

فاذا كان متوسط المجتمع = ٥٠ وانحرافه المعيارى =١٠، وحجم العينة = ٢٥ ومتوسطها = ٥١,٥ ، فإن الخطأ المعيارى للمجتمع = $\frac{ع}{\sqrt{ن}} = \frac{١٠}{\sqrt{٢٥}} = ٢$

وبالتالى يكون متوسط العينة ينحصر بين ٥١,٥ ±١,٩٦ × ٢ = ٥١,٥ ، ±٣,٩٢ أى بين ٥٥,٤ ، ٤٧,٦ بمستوى ثقة ٩٥ ٪ . أو أن احتمال ٩٥ ٪ أن يكون متوسط العينة فى الفترة بين ٥٥,٤ ، ٤٧,٦ .

وكذلك اذا إستخدمنا مستوى الدلالة ٠,٠١ فإن القيمة الجدولية هى ٢,٥٨ . وتكون فترة الثقة لنفس المثال هى : ٥١,٥± ٢,٥٨ × ٢ = ٥٦,٧ ، ٤٦,٣ .

والاحتمال ٩٩ ٪ أن يقع متوسط العينة بين ٥٦,٧ ، ٤٦,٣ .

القرار في اختبار صحة الفروض :

عند اختبار صحة فرض من الفروض فإننا نستخدم الاسلوب الاحصائى المناسب ، ثم نحسب القيمة الحرجة ونقارنها بمنطقة الرفض أو القبول للفرض الصفرى . وتتحدد منطقة الرفض (أو القبول) بناء على تحديد مستوى الدلالة . ولكل مستوى من مستويات الدلالة (٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١) منطقة للرفض (أو القبول) لكل أسلوب إحصائي .

فاذا كان الاسلوب الاحصائى يعتمد على حساب الدرجة المعيارية ، ويتم ذلك فى حالة مقارنة متوسط عينة بمتوسط مجتمع إذا علمنا معالم المجتمع (المتوسط والانحراف المعيارى) . فاذا كان مستوى الدلالة ٠,٠٥ فإن منطقة الرفض تتحدد بالدرجة المعيارية ± ١,٩٦ إذا كان الفرض البديل غير موجه . واذا كان مستوى الدلالة ٠,٠١ فإن منطقة الرفض تتحدد بالدرجة المعيارية ± ٢,٥٨ (فى حالة البديل غير الموجه أيضا) .

وفى مثالنا السابق كان الفرض الصفرى هو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١١٠ ، والفرض البديل غير الموجه : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لا يساوى ١١٠ . فاذا كان متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١٠٥ وهو متوسط نسبة الذكاء لعينة من طلبة الجامعة . وتحسب الدرجة المعيارية لمتوسط العينة من القانون :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{متوسط العينة} - \text{متوسط المجتمع}}{\text{الانحراف المعيارى لمتوسط المجتمع}}$$

$$\text{ذ} = \frac{١١٠ - ١٠٥}{\text{الخطأ المعيارى للمجتمع}}$$

ويستلزم ذلك معرفة الخطأ المعيارى لمتوسط المجتمع .

وإذا كانت قيمة الدرجة المعيارية المحسوبة (ذ) أقل من ١,٩٦ أو اكبر من -١٩٦ ، أى تقع بين +١,٩٦ ، -١,٩٦ ، فانها تكون فى منطقة قبول الفرض الصفرى . وعليه فإننا نقرر بقبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل (غير الموجه) بمستوى دلالة ٠,٠٥ أما إذا كانت الدرجة المعيارية المحسوبة أكبر من١,٩٦ أو أقل من-١,٩٦ (*) أى أنها تقع فى منطقة الرفض ،فإننا نقرر برفض

(*) أقل من -١,٩٦ تعنى أنها -١,٩٧ أو - ١,٩٨ أو -١,٩٩ وهكذا حتى - ٤ مثلا .

الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل (غير الموجه) بمستوى دلالة ٠,٠٥ .

ويتبع نفس الأسلوب فى حالة منطقتى الرفض والقبول المحددتان بمستوى الدلالة ٠,٠١ فاذا كانت قيمة الدرجة المعيارية المحسوبة تقع بين ٢,٥٨ ، -٢,٥٨ فإننا نقرر قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة ٠,٠١ وإذا كانت الدرجة المعيارية المحسوبة اكبر من - ٢,٥٨ أو أقل من ٢,٥٨ فانها تقع فى منطقة الرفض ومن ثم نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة ٠,٠١ .

الخطأ المعياري: Standard Error

اذا تم اختيار عينة من أفراد مجتمع ما ، وجمعنا بيانات عن أحد المتغيرات فإن توزيع الدرجات قد لا يكون توزيعا اعتداليا ، فاذا أخذنا عينة عشوائية من ذلك التوزيع وحسبنا متوسط درجاتها ، ثم كررنا اختيار عدة عينات عشوائية متتالية وحسبنا متوسطات درجات هذه العينات العشوائية ، فإن التوزيع لهذه المتوسطات يكون توزيعا إعتداليا . ويكون الانحراف المعيارى لهذه المتوسطات يسمى بالخطأ المعيارى (Kiess, 1989:159) .

وقد أثبتت الأدلة الرياضية أن الخطأ المعيارى أو الانحراف المعيارى للمتوسطات الحسابية = الانحراف المعيارى للمجتمع مقسوما على الجذر التربيعى لحجم العينة . ويتم تقدير الانحراف المعيارى للمجتمع من الانحراف المعيارى للعينة باستخدام مفهوم درجات الحرية Degrees of Freedom .

ويمكن استخدام توزيع متوسطات العينات العشوائية (وهو توزيع اعتدالى كما أشرنا) فى تحويل المتوسط الحسابى الى درجة معيارية وقد سبق التوضيح أن هذه الدرجة المعيارية للمتوسط

$$= \frac{(\text{متوسط العينة} - \text{متوسط المجتمع})}{\text{الخطأ المعيارى لمتوسط المجتمع}} \quad \text{حيث تقدير الخطأ المعيارى} = \frac{ع_{\text{المجتمع}}}{\sqrt{ن}}$$

وبتطبيق ذلك على مثالنا السابق لاختبار الفرض الصفرى بأن متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١١٠ ، فاذا كان حجم العينة = ١٠٠ ، متوسط نسبة ذكاء العينة = ١٠٥ ، والانحراف المعيارى للمجتمع = ١٦ فإن :

الخطأ المعيارى (الانحراف المعيارى لمتوسط المجتمع) = $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$

$= \frac{١٦}{\sqrt{١٠٠}} = ١,٦$

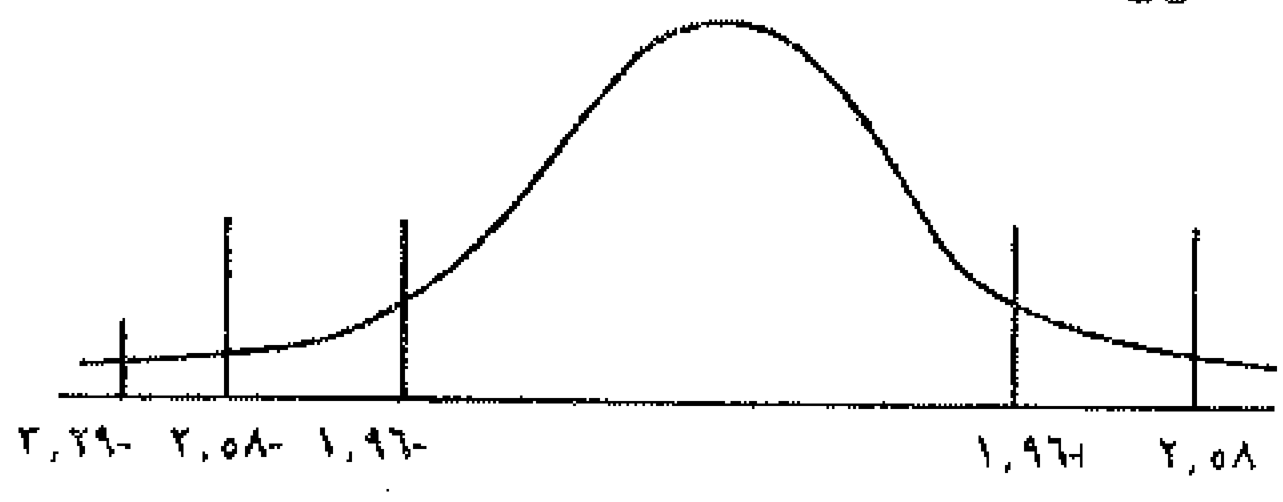
وتكون الدرجة المعيارية للمتوسط = $\frac{\text{متوسط العينة} - ١١٠}{\text{الخطأ المعيارى}}$

$= \frac{١٠٥ - ١١٠}{١,٦} = -٣,١٢٥$

(لاحظ أن هذه الطريقة نادرا ما تستخدم لان متوسط المجتمع غير معلوم وكذلك الانحراف المعيارى للمجتمع ، وحتى اذا تم تقديره من الانحراف المعيارى للعينة فإن التوزيع يتحول الى استخدام توزيع ت)

وبمقارنة هذه الدرجة المعيارية المحسوبة بالدرجة المعيارية من المنحنى الاعتدالى المعيارى عند مستوى دلالة ٠,٠٥ وهى ±١,٩٦ نجد أن القيمة المحسوبة (-٣,١٢٥) تختلف عن -١,٩٦ وبالتالي فإننا نقرر أن الدرجة المعيارية (٣,١٢٥٠) تقع في منطقة رفض الفرض الصفرى ومن ثم نقبل الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة ٠,٠٥ كما أننا إذا قارنا القيمة المحسوبة بالدرجة المعيارية من الجدول عند مستوى دلالة ٠,٠١ وهى ± ٢,٥٨ نجد أن القيمة المحسوبة (-٣,١٢٥) تقع أيضا في منطقة رفض الفرض الصفرى ومن ثم نقبل الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة ٠,٠١

أما قيمة الدرجة المعيارية من المنحنى عند مستوى ٠,٠٠١ فهى ±٣,٢٩ وهى اكبر (عدديا) من القيمة المحسوبة (-٣,١٢٥) وبالتالى فإن القيمة المحسوبة تقع خارج منطقة الرفض بمستوى ٠,٠٠١ فلا نستطيع رفض الفرض الصفرى عند مستوى ٠,٠٠١ .



ومما سبق فإن القرار هنا يكون رفض الفرض الصفرى عند المستويين ٠,٠٥، ٠,٠١ وقبول الفرض البديل غير الموجه وهو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لا يساوى ١١٠ ، ولا يجوز أن يكون القرار باستخدام مستويين للدلالة وإنما نختار المستوى الافضل وهو ٠,٠١ فيكون القرار رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل بمستوى دلالة ٠,٠١

درجات الحرية : Degrees of Freedom

سبق الاشارة لمفهوم درجات الحرية ويقصد بها عدد مفردات العينة ناقصا عدد القيود . وعند استخدام عينة لاجراء دراسة فإن الهدف هو تقدير متوسط المجتمع وانحرافه المعيارى.

وعلى سبيل المثال إذا إخترنا عشوائياعينة من خمسة أفراد فإن متوسط درجات العينة (فى متغير ما) يعد تقديرا غير متحيزا لمتوسط المجتمع وذلك للعينة العشوائية فقط. فاذا كان متوسط المجتمع = ١٢ مثلا ، وأردنا اختيار عينة من هذا المجتمع. فإننا نستطيع إختيار جميع أفراد العينة عشوائيا ما عدا الفرد الأخير حتى يكون المتوسط مساويا لمتوسط المجتمع (١٢)، وعند الاختيار العشوائي لأفراد عينة حجمها خمسة مفردات ، نفترض أن درجات العينة كما يلى:

١٥ ، ٩ ، ٨ ، ١١ ...... أما الفرد الآخير فلا نستطيع إختياره ، فقد تكون درجته مساوية ١٠ أو ١٤ أو ٢٠ وكل هذه الدرجات لا تؤدى الى متوسط المجتمع وهو ١٢ . وبناء على ذلك فإن درجة الفرد الأخير يجب أن تتمم مجموع درجات يؤدى الى متوسطا يساوى متوسط المجتمع وهو ١٢ ، وعليه فيجب أن تكون درجة الفرد الخامس هى ١٧ حتى يكون المتوسط مساويا ١٢.

ومعنى هذا أننا نستطيع إختيار أفراد العينة عدا الفرد الأخير الذى يجب أن يكمل الدرجات ليكون المتوسط مساويا لمتوسط المجتمع . فاذا رمزنا لحجم العينة بالرمز (ن) فإن الحرية فى اختيار أفراد العينة هى (ن – ١) وتسمى بدرجات الحرية وهى = عدد المفردات – عدد القيود ، والقيد الموضح هنا هو المتوسط الحسابى

ولذلك عند حساب الانحراف المعيارى للعينة فإننا نقسم مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط على عدد أفراد العينة . والانحراف المعيارى لدرجات العينة يعد تقديرا متحيزا للانحراف المعيارى للدرجات فى المجتمع . وإذا أردنا

حساب تقدير غير متحيز للانحراف المعياري للمجتمع فإننا نقسم مجموع مربعات انحرافات درجات العينة عن متوسطها الحسابي على درجات الحرية وهى (ن–١) بدلا من (ن) .

ويكون تقدير الانحراف المعياري للمجتمع = $\sqrt{\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \text{م})^{٢}}{\text{ن} - ١}}$

$$\text{ع}_{\text{للمجتمع}} = \sqrt{\frac{\text{مجـ س}^{٢} - \text{م مجـ س}}{\text{ن} - ١}}$$

ويمكن تقدير الانحراف المعياري للمجتمع من الانحراف المعياري للعينة من المعادلة :

$$\text{ع}^{٢}_{\text{للمجتمع}} = \frac{\text{ن} \times \text{ع}^{٢}_{\text{للعينة}}}{(\text{ن} - ١)}$$

$$\text{ع}_{\text{للمجتمع}} = \sqrt{\frac{\text{ن}}{\text{ن} - ١}} \times \text{ع}_{\text{للعينة}} \quad \text{أو} \quad \text{ع}_{\text{ن}-١} = \sqrt{\frac{\text{ن}}{\text{ن} - ١}}\ \text{ع}_{\text{ن}}$$

وتوجد في معظم الآلات الحاسبة البسيطة برامج لحساب المتوسط والانحراف المعياري للعينة ،ويوجد بها انحراف معياري للعينة يرمز له بالرمز $\text{ع}_{\text{ن}}$، وتقدير للانحراف المعياري للمجتمع ويرمز له بالرمز $\text{ع}_{\text{ن}-١}$ ، أما برامج spss فتحسب دائماً تقدير الانحراف المعياري للمجتمع $\text{ع}_{\text{ن}-١}$

ويمكن تقدير الانحراف المعياري للمجتمع بمعرفة الانحراف المعياري لمجموعتين من الدرجات حجميهما $\text{ن}_{١}$ ، $\text{ن}_{٢}$. ويكون تقدير الانحراف المعياري للمجتمع من المجموعتين معاً هو:

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{ن}_{١}\text{ع}^{٢}_{١} + \text{ن}_{٢}\text{ع}^{٢}_{٢}}{(\text{ن}_{١} - ١) + (\text{ن}_{٢} - ١)}} = \sqrt{\frac{\text{ن}_{١}\text{ع}^{٢}_{١} + \text{ن}_{٢}\text{ع}^{٢}_{٢}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢} - ٢}}$$

حيث ($ن_1 + ن_2 - 2$) هى درجات الحرية للمجموعتين معاً .

ويعد ذلك صحيحا إذا تم حساب الانحرافين المعياريين $ع_1$ ، $ع_2$ لكل عينة ، أى يتم حساب كل منهما بقسمة مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط على حجم العينة (ن) .

أما إذا تم حساب $ع_1$ ، $ع_2$ باستخدام درجات الحرية ($ن_1 - 1$) ، ($ن_2 - 1$) أو باستخدام برامج spss ، فإن تقدير الانحراف المعيارى للمجموعتين معا هو :

$$ع = \sqrt{\frac{(ن_1 - 1) ع_1^2 + (ن_2 - 1) ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}}$$

وتكون $$ع^2 = \frac{(ن_1 - 1) ع_1^2 + (ن_2 - 1) ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}$$

وتسمى $ع^2$ هنا بالتباين المشترك للمجموعتين ، ويعد هذا القانون صحيحا فقط فى حالة تجانس تباين المجموعتين أى فى حالة عدم اختلافهما إختلافا دالا . وسوف نوضح ذلك فى الفصل الثامن .

افتراضات الاحصاء الاستدلالي :

Assumptions of Inferntial Statistics

يهتم الاحصاء الاستدلالى بالأساليب الاحصائية المناسبة لاختبار صحة الفروض والاستنتاج من بيانات العينة إلى المجتمع . ويمكن تعريفه بأنه عملية اتخاذ قرار منطقى باستخدام بيانات العينة وأسلوب إحصائى مناسب .

وتعتمد أساليب الاحصاء الاستدلالى على إفتراضين أساسيين هما : (Kimble,1978 : 144)

١ - العشوائية Randomization فى اختيار العينة المستخدمة فى الدراسة . ويؤكد هذا الافتراض أن متوسط العينة (العشوائية) هو تقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع . والباحث فقط هو الذى يقرر إذا ما كانت العينة التى اختارها عينة عشوائية . فإذا لم تكن العينة عشوائية فإن متوسطها لا يعد تقديرا مناسبًا لمتوسط المجتمع، وعليه فإن الاستدلال من بيانات العينة إلى المجتمع يعد

استدلالاً متحيزا ، ومن ثم يصعب التعميم إلى المجتمع .

٢ – التوزيع العينى للمتوسطات Sampling Distribution of Means وهو توزيع اعتدالى بانحراف معيارى يسمى الخطأ المعيارى . بمعنى أننا إذا إخترنا عدة عينات عشوائية وحسبنا متوسطاتها ثم رسمنا شكل توزيع المتوسطات ، فيكون توزيع المتوسطات اعتداليا .

ويتعلق الافتراض الثانى بنظرية النزعة المركزية وهى أن متوسطات العينات العشوائية سوف تتوزع اعتداليا بغض النظر عن التوزيع فى المجتمع الأصلى ، على شرط أن يكون حجم العينة مناسبا (Kimble, 1978 : 144) .

وقد قام كمبل (Kimble, 1978 : 144-149) بوضع جدول للإعداد العشوائية مستخدما الاعداد من صفر إلى ٩ ، ويحتوى الجدول على ٩٠٠ عدد عشوائى ، بمتوسط ٤,٥ وانحراف معيارى ٢,٨٧ . وكان توزيع هذه الاعداد العشوائية غير اعتدالى (شكل مستطيل) . ثم اختار منها ٢٥ عينة عشوائية حجم كل منها عشرة أعداد ، وحسب متوسطات درجات هذه العينات وانحرافاتها المعيارية . وقد تراوحت المتوسطات بين ٢,٦ ، ٦,٥٠ بمتوسط = ٤,٤٦ ، وهو قريب من متوسط المجتمع (٤,٥) بينما تراوحت الانحرافات المعيارية للعينات العشوائية بين ١,٦٩ ، ٣,٤٧ بمتوسط انحراف معيارى = ٢,٦٤ وهو مختلف كثيرا عن الانحراف المعيارى للمجتمع ٢,٨٧ . وقام بتمثيل متوسطات العينات تمثيلا بيانيا فنتج عن ذلك توزيعاً اعتدالياً ، بالرغم من أن توزيع المجتمع غير اعتدالى .

وعند حساب الانحرافات المعيارية للعينات العشوائية باستخدام (ن –١) بدلا من ن ، فنتج عن ذلك أن الانحرافات المعيارية تراوحت بين ١,٧٨ ، ٣,٦٦ بمتوسط انحراف معيارى = ٢,٧٩ ، وهو قريب إلى حد ما من الانحراف المعيارى للمجتمع (٢,٨٧) .

ثم اختار ست عينات مختلفة الأحجام من ٥٠ إلى ٤٠٠ وقام بحساب المتوسط والانحراف المعيارى لكل منها ، وقد وجد أن المتوسطات تراوحت بين ٤,٢٥ ، ٤,٥٦ ، وهى قريبة جداً من متوسط المجتمع مثل متوسطات العينات العشوائية الصغيرة . أما الانحرافات المعيارية لهذه العينات فقد تراوحت بين ٢,٦٢ ، ٢,٩٠ . وقد وجد أن العينات التى حجمها ١٠٠ فأكثر فإن انحرافاتها المعيارية تقترب جدا من الانحراف المعيارى للمجتمع . وقد بلغ الانحراف المعيارى للمجتمع (٢,٨٧) .

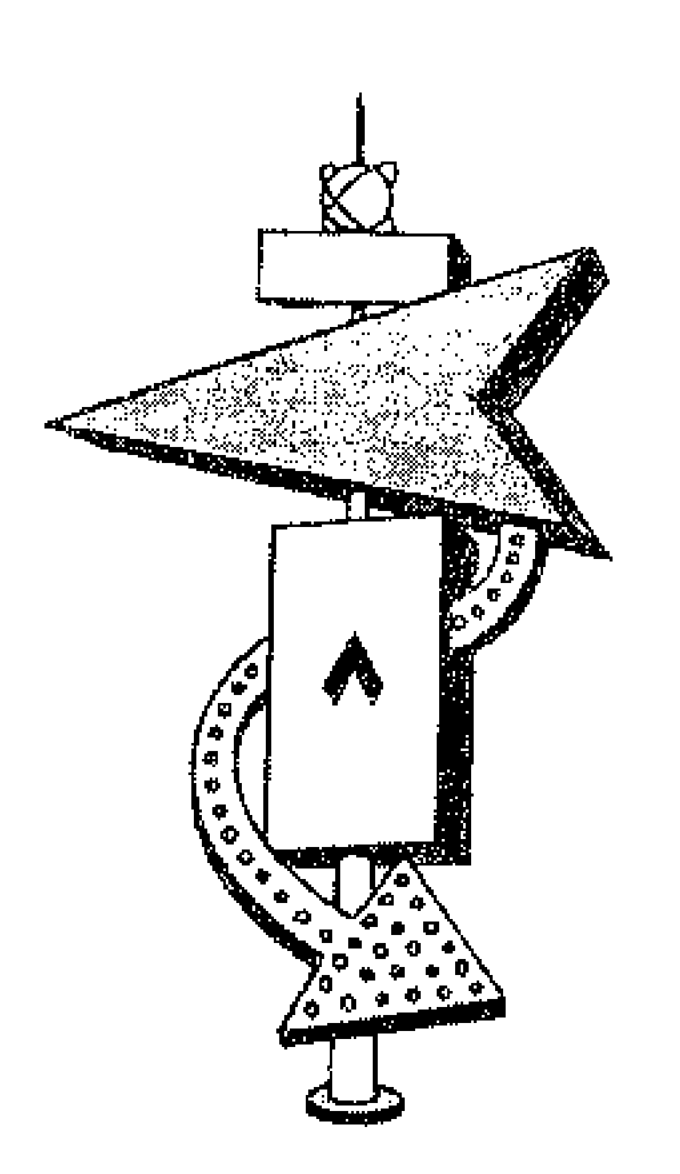
وبناء على ذلك فقد أشرنا من قبل أن العينات العشوائية التى حجمها ١٠٠ أو أكثر تعد من العينات الكبيرة والمناسبة للدراسات فى العلوم الانسانية . أما العينات صغيرة الحجم فيجب الحذر عند الاستدلال منها إلى المجتمع، أى الحذر فى تعميم النتائج على المجتمع .

ويوضح لنا المثال المذكور أنه بغض النظر عن توزيع المجتمع فإن توزيع متوسطات العينات العشوائية التى تم اختيارها من المجتمع هو توزيع اعتدالى ومن ثم فإن شرط الاعتدالية فى توزيع درجات العينة (إذا كانت العينة كبيرة) تقل أهميته كلما كبر حجم العينة . أما فى حالة العينات الصغيرة والتوزيع شديد الالتواء (أكثر من ٦٠ ٪ من معامل الالتواء) فإننا لا نستطيع تطبيق نظرية النزعة المركزية . والالتواء الشديد يرجع إلى وجود عدد من الدرجات المتطرفة تؤثر على حساب المتوسط والانحراف المعيارى (Freund & Wilson, 1997:169) .

الفصل الثامن

اختبار الفرق بين متوسطين

Comparing Two Means



الفصل الثامن
اختبار الفرق بين متوسطين

يهتم الاحصائيون والباحثون باجراء مقارنات بين درجات الافراد والمجموعات للاجابة عن بعض التساؤلات البحثية . وعادة ما تكون التساؤلات البحثية أو الفروض عن الفروق بين متوسط مجموعة ومستويات محددة (أو متوسط المجتمع) أو عن الفروق بين متوسطات مجموعات مختلفة .

فإذا علمنا متوسط المجتمع وانحرافه المعياري فاننا نستخدم متوسط العينة ونحوله الى درجة معيارية ، ثم نقارن الناتج بالمنحنى الاعتدالي المعياري .

أما إذا كان متوسط المجتمع معلوم (أو يوجد متوسط مفترض) بينما الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم ، فان الأمر يختلف ونستخدم الانحراف المعياري للعينة لتقدير الخطأ المعياري ، وبالتالي فان القيمة الحرجة في هذه الحالة لا تتبع التوزيع الاعتدالي ، وانما تتبع توزيع ت : (Freund & Wilson , 1997 : 159) T- Distribution

وقد توصل عالم الرياضيات وليام جوست William Sealy Gossett عام ١٩٠٨ إلى معادلة لمقارنة متوسط عينة بالمجتمع وأطلق عليها أسم Studentوالتى تعرف الآن باسم اختبار ت T - tast (Hald,1998) .

وسوف نوضح في هذا الفصل كيفية استخدام اختبار ت T - test في مقارنة متوسط عينة بالمجتمع ، وفي اختبار متوسطي عينتين مستقلتين أو غير مستقلتين، بالاضافة الى الاستخدامات الأخرى لا ختبار ت . كما سنوضح أيضا كيفية مقارنة النسبة المئوية بمستوى محدد أو بالمجتمع ، وكيفية مقارنة نسبتين .

مقارنة متوسط عينة بالمجتمع : One Sample t- test

وضحنا من قبل أنه يمكن مقارنة متوسط عينة بمتوسط المجتمع إذا علمنا معالم المجتمع (المتوسط والانحراف المعياري) ، وتتم المقارنة بحساب الدرجة المعيارية لمتوسط العينة ، ثم اتخاذ القرار بشأن الفرض الصفري (أو البديل)

باستخدام جدول المنحنى الاعتدالى المعيارى عند مستوى دلالة معين .

أما إذا كان الانحراف المعيارى للمجتمع غير معلوم ، فاننا نستخدم اختبارت T - test لمقارنة متوسط العينة بمتوسط المجتمع (أو مستوى آخر محدد)، ويعتمد اختبار ت على ايجاد القيمة الحرجة وهى تنتج من قسمة الفرق بين المتوسطين (أو الفرق بين المتوسط والمستوى المحدد) على الخطأ المعيارى لمتوسط العينة

$$ت = \frac{\text{متوسط العينة – متوسط المجتمع (الفعلي أو المفترض)}}{\text{الخطأ المعياري لمتوسط العينة}}$$

$$= \frac{م_{١} - م_{٠}}{\sqrt{\frac{ع^{٢}}{ن}}}$$

$$= \frac{م_{١} - م_{٠}}{ع \div \sqrt{ن}}$$

حيث الخطأ المعياري لمتوسط العينة $(ع_{م}) = (ع \div \sqrt{ن})$

$م_{١}$ = متوسط العينة ، $م_{٠}$ = متوسط مفترض للمجتمع

ع = الانحراف المعيارى للعينة (باستخدام درجات الحرية ن – ١) ، ن = حجم العينة .

ويكون الفرض الصفرى هنا : متوسط العينة = المتوسط المفترض .

أما الفرض البديل فهو : متوسط العينة لايساوى المتوسط المفترض (بديل غير موجه) .

واتخاذ القرار بشأن قبول أورفض الفرض الصفرى يتبع ما سبق ذكره فى هذا الشأن . فاذا كانت قيمة ت المحسوبة تقع فى منطقة الرفض عند مستوى دلالة معين ، والتى نستخرجها من جدول توزيع ت ، فاننا نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل .

ومعنى هذا إذا كانت قيمة ت المحسوبة اكبر من قيمة ت من الجدول (عند مستوى دلالة محدد ٠,٠٥ أو ٠,٠١ أو ٠,٠٠١) فاننا نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل . ويكون القرار أن قيمة ت المحسوبة دالة عند مستوى الدلالة المحدد ، ومعنى دالة أنها مهمة أو أن الفرق بين المتوسطين يحدث ٩٥٪ من مائه مره (مثلاً) أو أن مستوى الثقة فى الفرق بين المتوسطين هو ٩٥٪ (مثلا) .

ويتم حساب قيمة ت الجدولية من جدول توزيع (ت)* باستخدام درجات الحرية ومستوى الدلالة المطلوب . حيث يبين العمود الاول بجدول توزيع ت درجات الحرية ، بينما يمثل السطر أعلى الجدول مستويات الدلالة في حالة الطرف الواحد أو الطرفين .

ويتم استخراج قيمة ت من الجدول حسب مستوى الدلالة المطلوب والمناسب لاختبار الفرض . ويعتمد توزيع ت على حجم العينة ، فكلما زاد حجم العينة (درجات الحرية) يقترب توزيع ت من توزيع المنحنى الاعتدالى . وتتحدد حدود فترة الثقة باستخدام توزيع ت عند ٠,٩٥ من : م ± ت (٠,٩٥) × الخطأ المعيارى

مثال : إذا كان متوسط ذكاء عينة من طلبة الجامعة حجمها ٨٠ هو ١٠٥ والانحراف المعيارى = ١٨ . فهل يختلف هذا المتوسط عن متوسط نسبة ذكاء الطالب العادى ؟

ويكون الفرض الصفرى هنا هو: متوسط نسبة طلبة الجامعة = متوسط نسبة ذكاء الطالب العادى (وهى عادة تساوى ١٠٠)

والفرض البديل : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة لا تساوى ١٠٠

ونستخدم القانون السابق لحساب قيمة ت

$$ت = \frac{م_1 - م_0}{\sqrt{\frac{ع^2}{ن}}} = \frac{م_1 - م_0}{ع \div \sqrt{ن}}$$

(*) دالة الاحتمال لتوزيع ت = $\frac{\text{توزيع اعتدالى معيارى}}{\sqrt{\text{توزيع كا}^2 (ك - ١) \div (ك - ١)}}$ بدرجات حرية (ك – ١)

ويقترب من الاعتدالى فى حالة زيادة درجات الحرية

$$ت = \frac{١٠٥ - ١٠٠}{١٨ \div \sqrt{٨٠}}$$

$$= \frac{٥}{٢,٠١}$$

ت = ٢,٤٩ بدرجات حرية = ٨٠ – ١ = ٧٩

وباستخراج قيمة ت من الجدول بدرجات حرية ٧٩ ومستوى دلالة ٠,٠٥ ، أو مستوى دلالة ٠,٠١ (فى حالة اختبار الطريفين لأن الفرض البديل غير موجه)

$ت_{(٧٩ ، ٠,٠٥)} = ١,٩٩٤$

$ت_{(٧٩ ، ٠,٠١)} = ٢,٦٤٧$

وبمقارنة قيمة ت المحسوبة ٢,٤٩ نجد أنها أكبر من ت $_{(٧٩ ، ٠,٠٥)}$ وأقل من قيمة ت $_{(٧٩ ، ٠,٠١)}$. وبالتالى فان قيمة ت المحسوبة تقع فى منطقة الرفض للفرض الصفرى عند مستوى دلالة ٠,٠٥ .

وبالتالى نقرر رفض الفرض الصفرى عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ونقبل الفرض البديل.

وإذا كان الانحراف المعيارى للعينة المذكورة (١٨) قد تم حسابه باستخدام (ن) بدلا من (ن – ١) فإن :

$$ع_{(ن-١)} = \sqrt{\frac{ن}{ن-١}} \times ع = \sqrt{\frac{٨٠}{٧٩}} \times (١٨) = ١٨,١١$$

$$\text{وتكون قيمة ت} = \frac{١٠٥ - ١٠٠}{١٨,١١ \div \sqrt{٨٠}} = \frac{٥}{٢,٠٢٥} = ٢,٤٧$$

وهى قريبة من القيمة السابق الحصول عليها، وعليه فان القرار بشأن الفرض الصفرى والفرض البديل لم يتغير .

وحدود الثقة فى المتوسط باحتمال ٠,٩٥ = ١٠٥ ± ٢,٤٩ × ٢,٠١

= ١٠٥ ± ٥

اختبار الفرق بين متوسطى عينتين مستقلتين Indepenend t- test:

يستخدم اختبار ت فى حال إختبار الفرق بين متوسطى عينتين مستقلتين عن طريق حساب النسبة الحرجة ثم مقارنتها بجدول توزيع ت .

ويفترض اختبارت هنا الافتراضات التالية :

١ – العشوائية فى إختيار العينتين .

٢ – اعتدالية توزيع درجات المتغير التابع لكل من العينتين .

٣ – أن العينتين مستقلتان عن بعضهما البعض .

٤ – تجانس تباين مجتمعى العينتين.

وقد سبق توضيح الافتراضين الاول والثانى ، وقد ذكرنا أن مخالفة العشوائية تحد من تعميم النتائج . بينما شرط الاعتدالية فى توزيع درجات العينتين تقل أهميته إذا كانت العينات كبيرة ، ويعد مشكلة فى حالة إذا ماكان توزيع الدرجات شديد الالتواء . أما فى حالة الالتواء المتوسط فان المخالفة هنا لاتؤثر على النتائج . وفى هذه الحاله يجب تحويل الدرجات باستخدام التحويل الرياضى المناسب والذى يتطلب اللجوء الى المتخصصين فى الاحصاء للعلوم الانسانية .

والافتراض الثالث (الاستقلالية) يستطيع الباحث تحديده عند اختياره للعينتين فهو الذى يقرر ما إذا كانتا مستقلتين أو غير مستقلتين .

أما الافتراض الرابع وهو تجانس تباين مجتمعى العينتين ، فيمكن إختباره عن طريق حساب النسبة بين التباينين والبحث عن احتمال دلالة هذه النسبة ، وهى تسمى بالنسبة الفائية F-Ratio وفى حالة تساوى حجمى العينتين فلاضرورة لاختبار فرض التجانس (Hopkins etal., 1987:167)

$$\text{النسبة بين تباين مجتمعي العينتين} = \frac{\text{التباين الاكبر}}{\text{التباين الاصغر}}$$

$$\text{النسبة الفائية} = \frac{ع_1^2 \text{ (الاكبر)}}{ع_2^2 \text{ (الاصغر)}}$$

حيث $ع_1^2$ ، $ع_2^2$ هما تقديرا تبايني مجتمعي العينتين

ثم نقارن النسبة الفائية مع قيمةف من جدول توزيع ف بدرجات حرية ($ن_1 - 1$) للبسط ، ($ن_2 - 1$) للمقام عند مستوى دلالة ٠,٠٥ فاذا كانت النسبة الفائية المحسوبة أقل من القيمة الجدولية ، فان القرار يكون بقبول فرض تجانس تباين المجموعتين .

أما إذا كانت النسبة الفائية المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية فان القرار يكون برفض فرض تجانس تباين المجموعتين ، وقبول البديل (عدم التجانس) .
ومعنى هذا أننا أمام حالتين :

الحالة الأولى : إذا كانت العينتان متجانستين :

أى أن $ع_1^2 = ع_2^2$ تقريباً فإن قيمة ت تحسب من القانون :

$$ت = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين}}$$

ويحسب الخطأ المعيارى للفرق المتوسطين عن طريق ايجاد الانحراف المعيارى المشترك للعينتين من القانون

$$ع = \sqrt{\frac{(ن_1 - ١) ع_1^2 + (ن_2 - ١) ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - ٢}}$$ (حيث $ع_1$ ، $ع_2$ يتم حسابهما

باستخدام درجات الحرية($ن_1 - ١$) ، ($ن_2 - ١$))

ويكون الخطأ المعيارى للفرق بين متوسطي العينتين المستقلتين

$$(ع_و) = \sqrt{ع^2 \left(\frac{١}{ن_1} + \frac{١}{ن_2} \right)}$$

وبوضع المعادلتين معا فان :

الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين =

$$\sqrt{\frac{(ن_1 - 1)\,ع_1^2 + (ن_2 - 1)\,ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\left(\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right)}$$

وتكون قيمة ت =
$$\frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{(ن_1 - 1)\,ع_1^2 + (ن_2 - 1)\,ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\left[\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right]}}$$

ثم نقارن قيمة ت المحسوبة بالقيمة الجدولية عند مستوى دلالة معين (٠,٠٥ أو ٠,٠١ أو ٠,٠٠١) ودرجات حرية = $ن_1 + ن_2 - 2$

وفى حالة تساوى حجمى العينتين ($ن_1 = ن_2 = ن$) فإن :

الانحراف المعياري المشترك للعينتين = $\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{2}}$

الخطأ المعياري المشترك = $\sqrt{\frac{(ن - 1)(ع_1^2 + ع_2^2)}{2ن - 2}\left(\frac{2}{ن}\right)} = \sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن}}$

وتكون قيمة ت = $\frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن}}}$ بدرجات حرية = ٢ ن – ٢

أما حدود الثقة بأن احتمال الفرق بين المتوسطين ٠.٩٥ يقع بين ($م_1 - م_2$) ± $ت_{(0.95)}$ × الخطأ المعيارى

مثال (١) : إذا كان متوسطاعينتين مستقلتين فى درجات الانبساط / الانطواء هما ٤٧ ، ٥٢ وكان حجما العينتين ٣٠ ، ٣٥ ، وإنحرافيهما المعياريين ٦ ،

٧,٢ على الترتيب . فهل يختلف متوسطى العينتين ؟

ويكون الفرض الصفرى هنا : متوسط العينة الاولى = متوسط العينة الثانية والفرض البديل هنا : متوسط العينة الاولى لا يساوى متوسط العينة الثانية وحيث أن العينتين مستقلتان فاننا نختبر أولاً شرط التجانس .

$$ف = \frac{ع_2^2}{ع_1^2} = \frac{(٧,٢)^2}{(٦)^2} = ١,٤٤$$

وبالرجوع الى جداول ف بدرجات حرية (٣٠ – ١ ، ٣٥ – ١) ومستوى دلالة ٠,٠٥ نجد أن قيمة ف الجدولية .

$$ف_{(٢٩ ، ٣٤ ، ٠,٠٥)} = ١,٨١$$

وحيث ان القيمة المحسوبة (١,٤٤) أقل من القيمة الجدولية فاننا نقبل الفرض الصفرى (تساوى تباين العينتين)،ومن ثم تكون المجموعتان متجانستين.

ونحسب قيمة ت من القانون:

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{(ن_1 - ١)\, ع_1^2 + (ن_2 - ١)\, ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - ٢}\left[\frac{١}{ن_1} + \frac{١}{ن_2}\right]}}$$

$$= \frac{٤٧ - ٥٢}{\sqrt{\frac{(٣٠ - ١)\,(٦)^2 + (٣٥ - ١)\,(٧,٢)^2}{٣٠ + ٣٥ - ٢}\left[\frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٣٥}\right]}}$$

$$= \frac{- ٥}{\sqrt{\frac{١٠٤٤ + ١٧٦٢,٥٦}{٦٣}\left[٠,٠٣٣ + ٠,٠٢٩\right]}}$$

$$= \frac{-5}{\sqrt{\frac{2806.56}{63}\,(0.062)}}$$

$$= \frac{-5}{\sqrt{2.762}} = \frac{-5}{1.66}$$

ت = ‎-3.01

ثم نقارن قيمة ت المحسوبة بالقيمة الجدولية بدرجات حرية ٦٣ ومستوى دلالة ٠.٠٥ أو ٠.٠١ (اختبار الطرفين لأن الفرض البديل غير موجه)

$ت_{(63,\ 0.05)} = 2.00$

$ت_{(63,\ 0.01)} = 2.66$

وبمقارنة قيمة ت المحسوبة مع القيمة الجدولية نجد أن قيمة ت المحسوبة اكبر من القيمتين الجدوليتين ، وبالتالى فهى تقع فى منطقة رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل (غير الموجه) . ولذلك فان القرار يكون :

قيمة ت = ‎-٣.٠١ دالة عند مستوى ٠.٠١(وتدل الاشارة السالبة على اتجاه الفرق بين المتوسطين) . وهى تعنى وجود فرق دال عند مستوى ٠.٠١ بين متوسطى العينتين . وبالطبع يكون الفرق لصالح المتوسط الاعلى ، أى أن متوسط المجموعة الثانية اعلى من متوسط المجموعة الأولى بمستوى دلالة ٠.٠١ وحدود الثقة بأن الفرق بين المتوسطين بمستوى ثقة ٠.٩٥ يقع بين

$(47 - 52) \pm 2\,(1.66) \quad = -5 \pm 3.32$

وحدود الثقة عند مستوى ٠.٠١ = ‎-5 ± 2.66 (1.66)

$= -5 \pm 4.42$

الحالة الثانية: إذا كانت العينتان غير متجانستين :

أى أن $ع_1^2$ لاتساوى $ع_2^2$

فإن قيمة ت = $\frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين}}$

ويكون الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين = $\sqrt{\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}$

وهى تقدير للخطأ المعيارى فى حالة اختلاف التباين(Seperate Variances)

وقيمة ت = $\frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}}$

ثم نقارن قيمة ت المحسوبة بالقيمة الجدولية عند مستوى دلالة معين،ولكن درجـــات الحرية يتم حســـابها من المـعــادلة التى إقتراحـــها Satterthwaite عام١٩٤٦(Winer etal ., 1991)

$$\text{د . ح} = \left(\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}\right)^2 \div \left[\frac{\text{ع}_1^4}{\text{ن}_1^2(\text{ن}_1 - 1)} + \frac{\text{ع}_2^4}{\text{ن}_2^2(\text{ن}_2 - 1)}\right]$$

وتستخدم برامج Spss هذ المعادلة لحساب درجات الحرية فى حالة العينتين المستقلتين غير المتجانستين.

ويوجد تقريب لهذه المعادلة توصل إليه ويلك Welck عام ١٩٤٧ (Winer etal.,1991) هو :

$$\text{د . ح} = \left(\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}\right)^2 \div \left[\frac{\text{ع}_1^4}{\text{ن}_1^2(\text{ن}_1 + 1)} + \frac{\text{ع}_2^4}{\text{ن}_2^2(\text{ن}_2 + 1)}\right] - 2$$

ولها جداول خاصة توصل اليها Aspin عام ١٩٤٩ .

وإذا كانت العينتين متساويتين ($ن_1 = ن_2 = ن$)فإن

$$\text{الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين} = \sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن}}$$

$$\text{وقيمة ت} = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن}}} \quad \text{بدرجات حرية } (٢\,ن - ٢)$$

مثال (٢) : أجريت دراسة لاتجاهات المسافرين نحو بعضهم البعض واختيرت عينين عشوائيتين من الذكور والاناث من ركاب القطارات وكانت درجاتهم كما يلى :

جدول (٨ - ١)

درجات الإتجاه نحو زملاء السفر

ذكور	٥	٤	٧	٦	٤	٨	٢	٨	٥	٩	٢	٥	٤	٧	٨	
اناث	٤	٥	٣	٣	٦	٣	٤	٥	٧	٤	٧	٣	٥	٦	٤	٥

والمطلوب اختبار الفرض : لا تختلف اتجاهات الذكور والاناث نحو زملاء السفر. ونبدأ التحليل بحساب المتوسط والتباين لكل من العينتين :

$$م_1 = \frac{٨٤}{١٥} = ٥,٦$$

$$ع_1^2 = \frac{\text{مجـ}\, س_1^2 - م_1\, \text{مجـ}\, س_1}{(ن_1 - ١)} = \frac{٥٣٨ - ٥,٦\,(٨٤)}{١٥ - ١}$$

$$= \frac{٥٣٨ - ٤٧٠,٠٤}{١٤} = \frac{٧٦,٦}{١٤} = ٤,٨٣$$

$$ع_١ = \sqrt{٤,٨٣} = ٢,٢$$

$$م_٢ = \frac{٧٤}{١٦} = ٤,٦٢٥$$

$$ع_٢^٢ = \frac{٣٧٠ - ٤,٦٢٥(٧٤)}{١٦ - ١} = \frac{٣٧٠ - ٣٤٢,٢٥}{١٥} = \frac{٢٧,٧٥}{١٥}$$

$$ع_٢^٢ = ١,٨٥ \qquad ع_٢ = \sqrt{١,٨٥} = ١,٣٦$$

ثانياً : نختبر افتراض التجانس

$$ف = \frac{٤,٨٣}{١,٨٥} = ٢,٦١$$

نستخرج قيمة ف من الجداول بدرجات حرية (١٤ ، ١٥) ومستوى دلالة ٠,٠٥ ف (١٤ ، ١٢ ، ٠,٠٥) = ٢,٤٣

وبمقارنة النسبة الفائية المحسوبة (٢,٦١) بالقيمة الجدولية نجد أن النسبة الفائية المحسوبة دالة عند مستوى ٠,٠٥ ومن ثم فاننا نقرر بعدم تجانس تباين العينتين ، أى أن المجموعتين غيرمتجانستان ٠

وفى هذه الحالة نستخدم قانون ت عند اختلاف التباين

$$ت = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}} = \frac{٥,٦ - ٤,٦٢٥}{\sqrt{\frac{٤,٨٣}{١٥} + \frac{١,٨٥}{١٦}}}$$

$$= \frac{٠,٩٧٥}{\sqrt{٠,٣٢٢ + ٠,١١٦}} = \frac{٠,٩٧٥}{\sqrt{٠,٤٣٨}} = \frac{٠,٩٧٥}{٠,٦٦٢}$$

$$ت = ١,٤٧$$

والمشكلة هنا فى حساب د ح الحرية من قانون Satterthwaite

$$د ح = \left(\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2} \right)^2 \div \left[\frac{ع_1^4}{ن_1^2 (ن_1 - 1)} + \frac{ع_2^4}{ن_2^2 (ن_2 - 1)} \right]$$

$$= \left(\frac{4.83}{15} + \frac{1.85}{16} \right)^2 \div \left[\frac{(4.83)^2}{(15)^2 (15 - 1)} + \frac{(1.85)^2}{(16)^2 (16 - 1)} \right]$$

$$د ح = (0.322 + 0.116)^2 \div \left[0.007 + 0.0009 \right]$$

$$= 0.191 \div (0.0079) = 24.18$$

حيث نستخدم أقرب رقم للنتائج (٢٤)، وباستخراج قيمة ت الجدولية بدرجات حرية ٢٤ (تقريبا) ومستوى دلالة ٠,٠٥ نجد أنها ت (٢٤ ، ٠,٠٥) = ٢,٠٦٤ وهى اكبر من القيمة المحسوبة (١,٤٧)

فتكون قيمة ت المحسوبة غير دالة . ومعنى هذا أننا نقبل الفرض الصفرى هو: متوسط اتجاهات الذكور = متوسط اتجاهات الاناث .

ويمكن تلخيص خطوات اختبار الفرق بين متوسطى عينتين فى الخطوات التالية :

١ – وضع فرض صفرى وفرض بديل
٢ – تحديد مستوى للدلالة
٣ – حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية
٤ – اختبار شرط التجانس
٥ – حساب قيمة ت من القانون المناسب طبقا لشرط التجانس
٦ – استخراج قيمة ت الجدولية بدرجات الحرية ومستوى الدلالة المحدد.
٧ – اتخاذ القرار بقبول أو رفض الفرض الصفرى بناء على المقارنة بين قيمتى ت المحسوبة والجدولية .

حجم التأثير : Effect Size

يمكن حساب حجم التأثير باستخدام قيمة ت المحسوبة إذا كانت دالة ، ويدل حجم التأثير على مدى تأثير الانتماء لعينة معينة على المتغير التابع موضع

الاهتمام ، وهو الدلالة العملية للنتائج . وقد توصل كوهن Cohen إلى معادلة لحساب حجم التأثير (Kenny, 1987:213) لعينتين مستقلتين وهى :

$$\text{حجم التأثير (ح)} = \text{ت}\sqrt{\frac{1}{\text{ن}_1}+\frac{1}{\text{ن}_2}}$$

حيث ت هى القيمة المحسوبة ، ن_1 ، ن_2 هما حجمى العينتين

واقترح كوهن أنه إذا كانت القيمة المحسوبة ح = ٠,٢ فان حجم التأثير يكون ضعيفا (صغيرا) .أما إذا كانت ح = ٠,٥ فتدل على حجم تأثير متوسط ، بينما القيمة ٠,٨ تدل على حجم تأثير مرتفـــع ، للمتغير المستقل على المتغير التابع (Kenny,1987 : 212)

وفى حالة العينتين غير المستقلتين فان :

$$\text{حجم التأثير} = \text{ت}\sqrt{\frac{2(1-\text{ر})}{\text{ن}}}$$

حيث ت هى القيمة التائية المحسوبة ، ن حجم العينة ، ر معامل الارتباط بين درجات القياسين

$$\text{حجم التأثير للمثال الأول} = 3.01\sqrt{\frac{1}{30}+\frac{1}{35}}$$

$$= 3.01\sqrt{0.062} = 0.75$$

وهو يدل على تأثير مرتفع .

ويتم حساب حجم التأثير فى حالة وجود فرق دال بين متوسطى المجموعتين .

وتوجد طريقة أخرى لحساب حجم التأثير للمتغير المستقل على المتغير التابع فى حالة إختبار (ت) . ويشير حجم التأثير هنا الى قوة العلاقة بين المتغيرين أو دليل الأثر الفعلى ، وهو يعرف باسم مربع إيتا Eta Sqmared (η^2) . ويمكن حساب مربع إيتا فى حالتى إختبار (ت) أو تحليل التباين (Kiess,1989:513)

$$\text{مربع إيتا} = \frac{\text{ت}^{٢}}{\text{ت}^{٢} + \text{درجات الحرية}}$$

حيث إيتا هي إرتباط ثنائي بين المجموعات والمتغير التابع ويسمى Piont Biserial (Winer et al.,1991)

وبالتطبيق على مثال (١) فان:

$$\text{مربع إيتا} = \frac{(٣,٠١)^{٢}}{(٣,٠١)^{٢} + ٦٣}$$

$$= \frac{٩,٠٦}{٧٢,٠٦} = ٠,١٢٥٧$$

وهى تدل على أن ١٢,٦ ٪ من تباين المتغيرالتابع يمكن تفسيره بمعرفة المجموعات المستقلة . ومن الواضح أن مربع ايتا هنا يختلف عن حجم التأثير السابق حسابه من معادلة كوهن والتى توصلت الى أن حجم التأثر = ٠,٧٥ والذى يعد مرتفعا الى حد ما . ولكن الفرق الاساسى بينمها أن مربع إيتا يدل على نسبة من تباين المتغير التابع ترجع للمتغير المستقل .أما حجم التأثير من معادلة كوهن فيدل على نسبة الفرق بين متوسطى المجموعتين فى وحدات معيارية .

وتحسب العلاقة بين مربعا إيتا حجم التأثير (ح) من المعادلة

$$\text{ح} = ٢\sqrt{\text{مربع إيتا}} \div \sqrt{١ - \text{مربع إيتا}}$$ (Kiess,1989:516)

وقد وضع كيس جداول توضح العلاقة بالقيم العددية لكل من ح ، مربع إيتا . ولحساب ح باستخدام مربع ايتا السابق الحصول عليه فان :

$$\text{ح} = ٢\sqrt{٠,١٢٥٧} \div \sqrt{١ - ٠,١٢٥٧}$$

= ٠,٧٠٩ ÷ ٠,٩٣٥ = ٠,٧٥٨ وهى متقاربة مع حجم التأثير ح السابق حسابه باستخدام قيمة ت (٣,٠١) وحجمى العينتين .

ويبين كيس Kiess من الجدول الذى أقترحة مايلى:

(أ) حجم التأثير ٠,٢ يقابل مربع ايتا = ٠,٠١ وهى قيمة صغيرة جدا (١٪ من التباين).

(ب) إذا كان مربع إيتا = ٠,٠٦ فانه يقابل قيمة حجم تأثير = ٠,٥٠٥ ، مما يدل على حجم تأثير متوسط .

(جـ) أما إذا كان مربع إيتا = ٠,١٥ فانه يقابل حجم تاثير = ٠,٨٤ مما يدل على حجم تأثير مرتفع.

(د) وفى حالة مربع إيتا = ٠,٢٠ فان حجم التأثير = ١ وهو مرتفع أيضا ومعنى هذا أن زيادة حجم التأثير عن الوحدة يدل على أثر قوى للمتغيرالمستقل على المتغير التابع ، أو فرق قوى بين المجموعتين فى متوسط درجات المتغير التابع.

وقد لاقت مقترحات كيس فى تفسير مربع إيتا صدى واسعاً فى الدراسات الاحصائية . حيث وجد هاس وآخرون (Haase et al,1982)أن مربع إيتا فى اكثر من احدى عشر الف اختبار احصائي دال منشورة فى مجلة الارشاد النفسى خلال ١٩٧٠ – ١٩٧٩ ، وقد وجدوا أن وسيط مربع إيتا ٠,٠٨٣ وهى تقابل حجم تأثير = ٠,٦٠ (تأثير أعلى قليلا من المتوسط).

وقد أجرى لينتون وجالو (Linton & Gallo, 1975) دراسة مشابهة على بحوث منشورة فى مجلات APA خلال عام ١٩٦٤ ، ووجدا أن مربع إيتا يقل عن ٠,٠٥ فى ٥٠٪ من البحوث المنشورة . ويوضح هذا مدى تزايد الاهتمام بضرورة معرفة حجم التأثير من مربع إيتا عند تحليل البيانات وكتابة النتائج (Kiess,1989:517)

قوة اختبار (ت) : Power of t-test

يمكن حساب قوة الاختبار B -1 رباستخدام قيمة ت المحسوبة وجداول خاصة لحساب قيمة خطأ النوع الثانى B (Winer et al,1991:60)

ففى المثال رقم (١) حيث كانت قيمة ت هى :

$$ت = \frac{-٥}{١,٦٦} = -٣,٠١ \quad \text{بدرجات حرية ٦٣}$$

ونستخدم قيمة ت ودرجات الحرية فى البحث فى جداول خاصة لاستخراج β عند مستوى الدلالة المحدد . فان كانت α = ٠,٠٥

فان قيمة β للمثال = ٠,١٠ وقوة الاختبار = ١ – ٠,١٠ = ٠,٩٠

وفى حالة α = ٠,٠١ فان β = ٠,٢٧٥

وتكون قوة الاختبار = ١ – ٠,٢٧٥ = ٠,٧٢٥

اختبار الفرق بين متوسطى عينتين غير مستقلتين أو عينة واحدة :

(Dependend t - test)

عندما يكون اهتمام الباحث هو المقارنة بين متوسطين لعينتين غير مستقلتين ، أو بمقارنة متوسطى عينة واحدة فى فترتين مختلفتين . فكثيرا ما يهتم المعالج بمعرفة مدى تحسن المرضى بعد فترة معينة من العلاج ، أو اهتمام المدرب بمدى فعالية برنامج تدريبى فى اكتساب معلومات ومهارات معينة ، أو اهتمام باحث بمعرفة مدى التغير فى اتجاهات عينة من الافراد نحو قضية مجتمعيه معينة .

وفى هذه الحالات يكون الاهتمام بدراسة الفرق بين متوسطين لعينة واحدة فى فترتين مختلفتين ، والتى تعرف عادة باسم القياس القبلى والقياس البعدى . وهنا يكون القياس القبلى – البعدى لنفس المتغير التابع وباستخدام نفس الأداة أو صور متكافئة .

وبالتالى فان القياسين غير مستقلين عن بعضها البعض ،مما يؤثر على طريقة حساب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين .

والافتراضات الاساسية هنا هى نفس الافتراضات المذكورة سابقا فى حالة اختبارت لمتوسطى عينتين مستقلتين ماعدا إفتراض الاستقلالية . بمعنى أن الافتراضات اللازمة هنا هى: العشوائية فى اختيار العينة، الاعتدالية فى توزيع درجات المتغير التابع ، تجانس تباين درجات القياسين .وتحسب قيمة ت من القانون

$$ت = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين}}$$

$$= \frac{م_1 - م_2}{\text{الخطأ المعياري}}$$

ولان العينة المستخدمة واحدة فيمكن حساب الفروق بين درجات القياسين (ف) ثم نحسب متوسط هذه الفروق (مف) وانحرافها المعيارى (عف) وتصبح قيمة ت هى :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{(ع_ف \div \sqrt{ن})} = \frac{م_ف}{(ع_ف \div \sqrt{ن})} \quad \text{بدرجات حرية ن − ١}$$

ثم نقارن قيمة ت المحسوبة بالقيمة الجدولية بدرجات حرية (ن − ١) ومستوى الدلالة المحدد.

مثال (٣) : اجريت دراسة لمعرفة مدى التغير فى اتجاهات عينة من الافراد تعرضوا لبرنامج تدريبى وكانت البيانات كما يلى :

جدول (٨ − ٢)

قياس قبلي	٣	٩	٨	١١	١٧	١٢	٥	٦	١٨	١٣
قياس بعدي	١٠	١٨	١٥	١٨	٢٥	١٦	١٠	١٢	٢٠	١٧

ويكون الفرض الصفرى هو : متوسط القياس القبلى=متوسط القياس البعدى

والفرض البديل : متوسط القياس القبلى لا يساوى متوسط القياس البعدى.

ويتم اجراء تحليل البيانات السابقة كما بالجدول (٨ − ٣)

جدول (٨ − ٣)

م	القياس القبلى	القياس البعدى	الفرق ف	$ف^2$
١	٣	١٠	٧	٤٩
٢	٩	١٨	٩	٨١
٣	٨	١٥	٧	٤٩
٤	١١	١٨	٧	٤٩
٥	١٧	٢٥	٨	٦٤
٦	١٢	١٦	٤	١٦
٧	٥	١٠	٥	٢٥
٨	٦	١٢	٦	٣٦
٩	١٨	٢٠	٢	٤
١٠	١٣	١٧	٤	١٦
المجموع	١٠٢	١٦١	٥٩	٣٨٩

متوسط القياس القبلى $م_{١} = \frac{١٠٢}{١٠} = ١٠,٢$

متوسط القياس البعدى $م_{٢} = \frac{١٦١}{١٠} = ١٦,١$

متوسط الفرق بين القياسين $= م_{١} - م_{٢} = ١٦,١ - ١٠,٢ = ٥,٩$

وكذلك $م_{ف} = \frac{٥٩}{١٠} = ٥,٩$

الانحراف المعياري للفروق $(ع_{ف}) = \sqrt{\frac{مجـ ف^{٢} - ن_{ف} (مجـ ف)}{ن - ١}}$

$= \sqrt{\frac{٣٨٩ - ٥,٩(٥٩)}{١٠ - ١}}$

$= \sqrt{\frac{٣٨٩ - ٣٤٨,١}{٩}}$

$= \sqrt{٤,٥٤}$

$ع_{ف}$ * $= ٢,١٣$

(*) وللراغبين فى معرفة طريقة أخرى لحساب الانحراف المعيارى للفرق بين متوسطى عينتين غير مستقلتين نتبع القانون التالى : $ع_{ف} = \sqrt{ع_{١}^{٢} + ع_{٢}^{٢} - ٢ر ع_{١} ع_{٢}}$ حيث ر هو معامل الارتباط بين درجات القياسين.

$ع_{ف} = \sqrt{(٤,٩٦)^{٢} + (٤,٦٥)^{٢} - ٢ \times ٠,٩٠٤ (٤,٩٦) (٤,٦٥)}$

$= \sqrt{٢٤,٦ + ٢١,٦٢ - ٤١,٧٠}$

$= \sqrt{٤,٥٢} = ٢,١٣$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها باستخدام فروق القياسين (ف)

ونحسب قيمة ت من القانون

$$ت = \frac{م_٢ - م_١}{الخطأ المعياري للفرق}$$

الخطأ المعياري للفرق = (ع ف ÷ $\sqrt{ن}$)

= (٢,١٣ ÷ $\sqrt{١٠}$)

$$= \frac{٢,١٣}{٣,١٦} = ٠,٦٧٤$$

وتكون قيمة ت = $\frac{٥,٩}{٠,٦٧٤}$ = ٨,٧٥ بدرجات حرية (١٠ −١)

ثم نستخرج قيمة ت الجدولية بدرجات حرية ٩ ومستوى دلالة ٠,٠٥ أو ٠,٠١ أو ٠,٠٠١

$ت_{(٩ ، ٠,٠٥)}$ = ٢,٢٦٢

$ت_{(٩ ، ٠,٠١)}$ = ٣,٢٥٠

$ت_{(٩ ، ٠,٠٠١)}$ = ٤,٧٨١

وبمقارنة قيمة ت المحسوبة (٨,٧٥) بالقيم الجدولية نجد أنها اكبر من القيم الجدولية الثلاث المذكورة ، فتكون قيمة ت المحسوبة دالة عند مستوى ٠,٠٠١ (المستوى الاعلى)

وعليه فان القرار هو رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل وهو : متوسط القياس القبلي لا يساوى متوسط القياس البعدى .

$$حجم التأثير = ت \sqrt{\frac{٢(١ - ر)}{ن}}$$

$$= ٨,٧٥ \sqrt{\frac{٢(١ - ٠,٩٠٤)}{١٠}}$$

$$= ٨,٧٥ \sqrt{\frac{٠,٠٩٦ \times ٢}{١٠}} = ٨,٧٥ \times ٠,١٤$$

$$ح = ١,٢٢٥$$

وهو يدل على حجم تأثير مرتفع.

وقد عرض هوبكنز وآخرون (Hopkins et al.,1987:172) أنه يمكن التوصل الى حجم التأثير عن طريق تحويل الفرق بين المتوسطين (البعدى – القبلى) الى وحدات معيارية ، وذلك بقسمة الفرق على الانحراف المعيارى للمجموعة الضابطة (إن وجدت) أو الانحراف المعيارى للقياس القبلى .

$$\text{حجم التأثير بوحدات معيارية} = \frac{م_٢ - م_١}{ع_١}$$

حيث $م_١$ ، $م_٢$ هما متوسطى القياس القبلى والبعدى ، $ع_١$ هى الانحراف المعيارى للقياس القبلى (أو للمجموعة الضابطة إن وجدت) وبتطبيق هذه المعادلة على مثال (٢) السابق:

حيث $م_١ = ١٠,٢$ ، $م_٢ = ١٦,١$ ، $ع_١ = ٤,٩٦$

$$\text{حجم التأثير المعياري} = \frac{١٦,١ - ١٠,٢}{٤,٩٦}$$

$$= \frac{٥,٩}{٤,٩٦} = ١,١٩$$

ويكون حجم التأثير المعيارى مهما إذا كان يعادل ١,٢٨ وهى القيمة المقابلة لاحتمال ٠,١٠ من المنحنى الاعتدالى ، وهى تستخدم فى حالة الفروض الموجهة وإختبار الطرف الواحد .

استخدامات أخري لاختبار (ت) :

١ – يمكن اختبار دلالة معامل الارتباط بين متغيرين عن طريق حساب قيمة ت من المعادلة

$$ت = ر \sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - ر^٢}}$$ (Milewski,1997 :185)

حيث يكون الفرض الصفرى هو : معامل الارتباط = صفر

والفرض البديل : معامل الارتباط لا يساوى الصفر

ثم نستخرج قيمة ت الجدولية بدرجات حرية (ن – ٢) ومستوى الدلالة المحد . ونقارنها بالقيمة التائية المحسوبة من المعادلة السابقة ، فاذا كانت دالة فاننا نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل .

فاذا كانت ر = ٠,٥٠ ، ن = ٢٠

$$ت = ٠,٥ \sqrt{\frac{٢٠ - ٢}{١ - (٠,٥)^٢}} = ٠,٥ \sqrt{\frac{١٨}{٠,٧٥}}$$

$$ت = ٢,٤٥$$

وقيمة ت الجدولية بدرجات حرية ١٨ ومستوى دلالة ٠,٠٥ هى ٢,١٠ وعليه فان قيمة ت المحسوبة (٢,٤٥) اكبر من القيمة الجدولية (٢,١) فتكون دالة ونرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل بأن معامل الارتباط ٠,٥ (للعينة التى حجمها ٢٠) يختلف عن الصفر عند مستوى دلالة ٠,٠٥ .

٢ – كما يمكن استخدام اختبار ت أيضا فى اختبار معامل الارتباط الجزئى فاذا كان لدينا ثلاثة متغيرات فانه يمكن حساب معامل الارتباط البسيط بين كل متغيرين منهما $ر_{١٢}$ ، $ر_{١٣}$ ، $ر_{٢٣}$ كما يمكن حساب معامل الارتباط الجزئى وذلك بحذف أثر أحد المتغيرات من العلاقة بين المتغيرين الاخرين ، مثل ($ر_{١٢.٣}$) وهى تعنى العلاقة بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد حذف أثر المتغير الثالث .

وتكون قيمة ت لهذا الارتباط الجزئي = $\frac{ر_{١٢.٣}}{\sqrt{(١ - ر^٢_{١٢.٣}) \div (ن - ٣)}}$

وهى تتبع توزيع ت بدرجات حرية (ن – ٣) (Ferguson,1971:392) .

اختبار الفرق بين نسبتين

يهتم عدد كبير من الباحثين في العلوم الانسانية باجراء دراسات تستخدم متغيرات تصنيفية (اسمية أو ترتيبية) . وفى هذه الحالات لانستطيع حساب المتوسط أو الانحراف المعيارى . ومن أمثلة الاسئلة البحثية فى تلك الدراسات :
هل نسبة تسرب الطلبة تختلف فى مدارس البنين عن مدارس البنات ؟

هل أسباب التسرب تختلف باختلاف موقع المدرسة (ريف أو حضر) ؟

هل نسبة من استجابوا للاستبانة بالبريد تختلف باختلاف المنطقة السكنية ؟

هل نسبة الطلاق تختلف باختلاف مستوى التعليم ؟

ويوجد العديد من مثل هذه الاسئلة فى دراسات العلوم الانسانية ، والتى تستحق الاهتمام وتوضيح كيفية تحليل بياناتها . وتدل نظرية النزعة المركزية على أنه مهما كان شكل توزيع المجتمع ، فان توزيع متوسطات العينات العشوائية يقترب من الاعتدالية كلما زاد حجم العينة . وعند حساب النسبة المئوية فاننا نكون بصدد فئتين ، فهناك من ينتمى للفئة (يتسرب مثلا) ويحصل على الدرجة واحد ، وهناك من لا ينتمى ويحصل على صفر . وتكون النسبة هى مجموع هذه الدرجات على العدد الكلى (......) وعليه فان النسبة هنا مشابهة للمتوسط الحسابى ، بل هى متوسط حسابى لمتغير ثنائى : Hopkins et al ., 1978) Dichotomous (182.

فاذا إخترنا عشوائيا ٢٠٠ فرد وحددنا نسبة ذوى اليد اليسرى ، ثم كررنا إختيارعدة عينات عشوائية وحددنا النسب فى كل عينة عشوائية ، فان هذه النسب تتوزع توزيعا إعتداليا (إذا كانت العينة مناسبة) .

وفى مثل هذا التوزيع الاعتدالى للنسب يكون المتوسط = النسبة فى المجتمع ق ، والانحراف المعيارى للتوزيع (الخطأ المعيارى $ع_{ن}$) = $\sqrt{\frac{ق\ (١ - ق)}{ن}}$

وبالطبع يكون ٦٨٪ من النسبة تختلف عنها فى المجتمع بمقدار± $ع_{ن}$ ، ٩٥٪ تنحصربين ق ± ١,٩٦ ع .

ومن الواضح أن الانحراف المعيارى للنسبة يتأثر بحجم العينة فكلما كانت العينة كبيرة يقل التباين وبالتالى الانحراف المعيارى للنسبة ($ع_{ن}$) فاذا كانت النسبة ق = ٠,٥٠ وكان حجم العينة ٢٥ فان :

(الخطأ المعياري) $ع_و = \sqrt{\frac{٠,٥ (١ - ٠,٥)}{٢٥}} = ٠,١$

وتكون حدود الثقة للنسبة ، أن ٩٥٪ تنحصر بين ق ±١,٩٦ ع و = ٠,٥٠
±١,٩٦ (٠,١) = ٠,٥٠ ± ٠,٢ (تقريبا (٠,٧ ، ٠,٣)

أما إذا كان حجم العينة = ١٠٠

فإن $ع_و = \sqrt{\frac{٠,٥ (١ - ٠,٥)}{١٠٠}} = ٠,٠٥$

وتكون حدود الثقة عند ٩٥٪ = ٠,٥ ± ١,٩٦ (٠,٠٥)

= ٠,٥ ± ٠,١ تقريبا

= (٠,٦ ، ٠,٤)

ومن الواضح أن الحدود تقترب من النسبة الفعلية . ومعنى هذا أنه كلما كان حجم العينة كبيرا يقل الانحراف المعيارى وتقل حدود تقدير النسبة ، ومن تقترب كثيرا من النسبة الفعلية فى المجتمع .

وقد توصلت العديد من الدراسات الى أن الحجم المناسب للعينة فى حالة النسبة هو الذى يحقق الشرط بأن :

ن ق ≥ ١٠ فى حالة ق ≤ ٠,٥٠

ن (١ - ق) ≥ ١٠ فى حالة ق ≥ ٠,٥٠

وفى مثل هذه الحالات لايكون الخطر كبيرا فى معاملة التوزيع العينى كتوزيع معتدل (Hopkins et al., 1987 : 184)

فاذا كانت ق = ٠,٤٠ فإن حجم العينة لا يقل عن ٢٥

حيث ن ق = ٢٥ (٠,٤) = ١٠

أما إذا كانت ق = ٠,٩٠ فان حجم العينة لا يقل عن ١٠٠

حيث [ن (١ - ق) = ١٠٠ (١ - ٠,٩)] = ١٠

ومعنى هذا أن يعرف الباحث النسبة مقدما ، ولكنه إذا كانت غير معلومة فيمكن تقديرها من العينة . وبصفة عامة يفضل أن تكون العينات كبيرة [ن ق أو

ن (١ - ق) ≥ ٢٠]

مقارنة نسبة عينة بالمجتمع :

إذا كان الاهتمام هو معرفة إذا ما كانت نسبة النجاح فى مدرسة ما مختلفة عن نسبة النجاح فى مجتمع المدارس . بمعنى أننا نعلم نسبة النجاح فى المجتمع، ونود مقارنة نسبة النجاح فى أحدى المدراس بنسبة المجتمع

مثال (١) : إذا كانت نسبة النجاح فى مدرسة ما ٠,٧٠ ونسبة النجاح فى المجتمع ٠,٨٠ وكان عدد طلبة المدرسة = ٥٠٠ فإذا رغبنا فى معرفة مدى إختلاف النسبتين فاننا نحسب النسبة الحرجة بقسمة فرق النسبتين على الخطأ المعيارى لنسبة العينة (لعدم معرفة حجم المجتمع)

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{\text{ق} - \text{ق}_{.}}{\sqrt{\frac{\text{ق}(١ - \text{ق})}{\text{ن}}}} \quad \text{حيث} \quad \sqrt{\frac{\text{ق}(١ - \text{ق})}{\text{ن}}} \quad \text{هو الخطأ المعيارى}$$

ويكون الفرض الصفرى هو : نسبة نجاح العينة = نسبة النجاح فى المجتمع،

الفرض البديل : نسبة نجاح العينة لا تساوى نسبة المجتمع

$$\text{ونحسب النسبة الحرجة} = \frac{٠,٨٠ - ٠,٧٠}{\sqrt{\frac{٠,٧ (١ - ٠,٧)}{٥٠٠}}}$$

$$\text{ذ} = \frac{-٠,١٠}{\sqrt{\frac{٠,٢١}{٥٠٠}}} = \frac{-٠,١٠}{٠,٠٢} = -٥$$

ثم نقارن النسبة الحرجة ٥ بغض النظر عن الإشارة (الدرجة المعيارية ذ) بقيم المنحنى الاعتدالى المعيارى وهى ١,٩٦ عند مستوى ٠,٠٥ ، ٢,٥٨ عند مستوى ٠,٠١ ، ٣,٢٩ عند مستوى ٠,٠٠١

ونلاحظ أن النسبة الحرجة المحسوبة اكبر من ٣,٢٩ ، وعليه تكون النسبة الحرجة دالة عند مستوى ٠,٠٠١ ولذلك نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل بأن نسبة النجاح فى المدرسة تختلف عن نسبة المجتمع عند مستوى دلالة ٠,٠٠١

مثال (٢) : يمكن أيضا مقارنة النسبة بمستوى محدد أو معيار محدد .

فاذا كانت النسبة العالمية للمعوقين فى المجتمع ١٠٪ ، واخترنا عينة عشوائية حجمها ١٥٠ ووجدنا أن نسبة المعوقين ٠,٠٧ فهل تختلف هذه النسبة عن المستوى المحدد لها .

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{٠,٠٧ - ٠,١٠}{\sqrt{\frac{٠,٠٧ \,(١ - ٠,٠٧)}{١٥٠}}}$$

$$= \frac{-٠,٠٣}{٠,٠٢١} = -١,٤٣$$

وبمقارنة النسبة الحرجة – ١,٤٣ بقيم المنحنى الاعتدالى نجد أنها أكبر من –١,٩٦ (عند مستوى ٠,٠٥) ، أى أنها تقع فى منطقة قبول الفرض الصفرى بأن النسبة فى العينة تساوى النسبة المحددة .

مثال (٣) : إذا كانت نسبة اتجاهات عينة من الافراد نحو مشاركة المرأة فى الانتخابات هى ٠,٦٥ وكان حجم العينة ٨٠ فرداً ، فهل هذه الآراء متحيزة ؟

بمعنى هل تختلف نسبة اتجاهات العينة (٠,٦٥) عن النسبة المحايدة ؟

وهنا نفترض أن الرأى المحايد هو ٠,٥٠ وبذلك يكون المطلوب هو اختبار مدى اختلاف نسبة العينة (٠,٦٥) عن المستوى المحايد ٠,٥٠ ويكون الفرض الصفرى : نسبة اتجاهات العينة = المستوى المحايد (٠,٥٠) والفرض البديل : نسبة اتجاهات العينة لاتساوى المستوى المحايد

$$\text{وتكون النسبة الحرجة} = \frac{٠,٦٥ - ٠,٥}{\sqrt{\frac{٠,٦٥ \,(١ - ٠,٦٥)}{٨٠}}}$$

$$= \frac{٠,١٥}{٠,٠٥٣} = ٢,٨٣$$

وبمقارنة النسبة الحرجة (٢,٨٣) بقيم المنحنى الاعتدالى نجد أنها اكبر من ٢,٥٨ (بمستوى دلالة ٠,٠١) ، ومن ثم نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض

البديل بأن : نسبة اتجاهات العينة لاتساوى المستوى المحايد.

اختبار الفرق بين نسبتين مستقلتين :

إذا كان السؤال البحثى يهتم باختبار الفرق بين نسبتين من عينتين عشوائيتين مختلفتين . فاننا نحسب النسبة الحرجة أيضا بقسمة الفرق بين النسبتين على الخطأ المعيارى للفرق .

ويكون الخطأ المعيارى للفرق بين النسبتين $ق_1$ ، $ق_2$

$$ع_ف = \sqrt{\frac{ق_1 (1 - ق_1)}{ن_1} + \frac{ق_2 (1 - ق_2)}{ن_2}}$$

$$\text{والنسبة الحرجة} = \frac{ق_1 - ق_2}{\sqrt{\frac{ق_1 (1 - ق_1)}{ن_1} + \frac{ق_2 (1 - ق_2)}{ن_2}}}$$

ثم نقارن النسبة الحرجة بقيم المنحنى الاعتدالى السابق ذكرها

مثال : إختار باحث عينتين من العاملين بمدينتين ووجد أن نسبة ذوى الدخل المرتفع (اكثر من عشرون الفا فى العام) هى ٠,٣٥ ، ٠,٣٠ فاذا كان حجما العينتين ١٠٠ ، ٨٠ فهل يوجد فرق بين النسبتين ؟

ويكون الفرض الصفرى هنا : نسبة دخل العينة الاولى = نسبة دخل العينة الثانية . أما الفرض البديل فهو : نسبة دخل العينة الأولى لاتساوى نسبة دخل العينة الثانية.

$$\text{ثم نحسب قيمة النسبة الحرجة} = \frac{ق_1 - ق_2}{\text{الخطأ المعيارى للفرق}}$$

حيث الخطأ المعيارى للفرق بين النسبتين

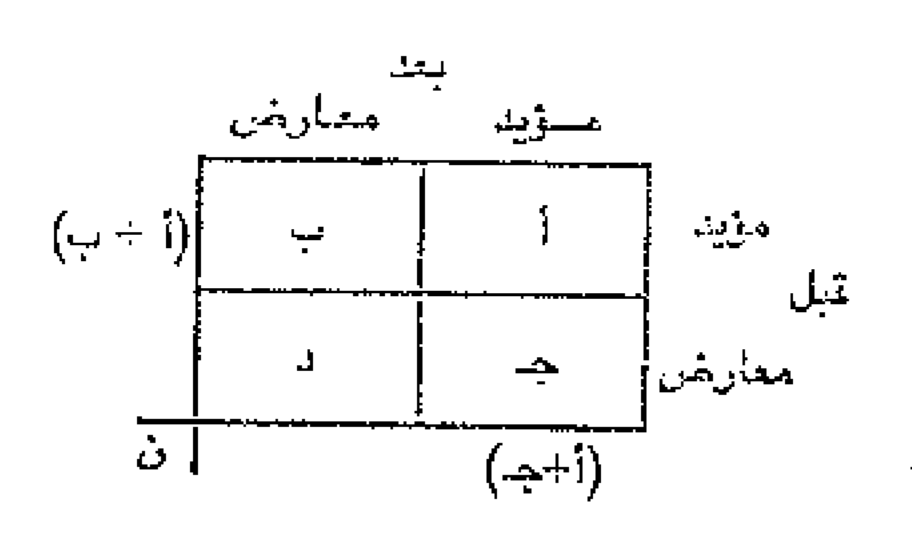
$$= \sqrt{\frac{ق_1 (1 - ق_1)}{ن_1} + \frac{ق_2 (1 - ق_2)}{ن_2}}$$

وبمقارنة النسبة الحرجة (٠,٧١) بقيم المنحنى الاعتدالي نجد أنها غير دالة وبالتالي نقبل الفرض الصفري بأن نسبة الدخل المرتفع في العينتين متساو.

أختبار الفرق بين نسبتين مرتبطتين:

قد يكون الاهتمام بدراسة الفرق بين نسبتين على نفس العينة . فقد نطبق مقياسا للاتجاه على مجموعة واحدة قبل التعرض لبرنامج تدريبي وبعده . فقد يصلح البرنامج لتعديل إتجاه بعض الافراد ويفشل مع البعض الآخر . فاذا كانت البيانات رقمية فاننا نستخدم اختبار (ت) للمقارنة بين درجات الاتجاه القبلي والبعدي . أما اذا كانت البيانات إسمية مثل تأييد أوعدم تأييد أحد المرشحين في الانتخابات قبل وبعد قيامه بالحملة الدعائية .

فقد تكون النتيجة هي عدد المؤيدين والمعارضين قبل وبعد الحملة الدعائية كما بالشكل :



		بعد: مؤيد	بعد: معارض	
قبل	مؤيد	أ	ب	(أ + ب)
	معارض	جـ	د	
		(أ+جـ)		ن

حيث تكون نسبة المؤيدين قبل الحملة الدعائية هي : $ق_1 = \frac{أ + ب}{ن}$

بينما عدد المؤيدين بعد الحملة الدعائية هي : $ق_2 = \frac{أ + جـ}{ن}$

ويكون الفرق بين النسبتين $ق_1 - ق_2 = \frac{ب - جـ}{ن}$

والخطأ المعياري للفرق $ع_ف = \sqrt{\frac{ب + جـ}{ن}}$

وتكون النسبة الحرجة (ذ) $= \frac{ق_1 - ق_2}{ع_ف} = \frac{ق_1 - ق_2}{\sqrt{\frac{ب + جـ}{ن}}}$

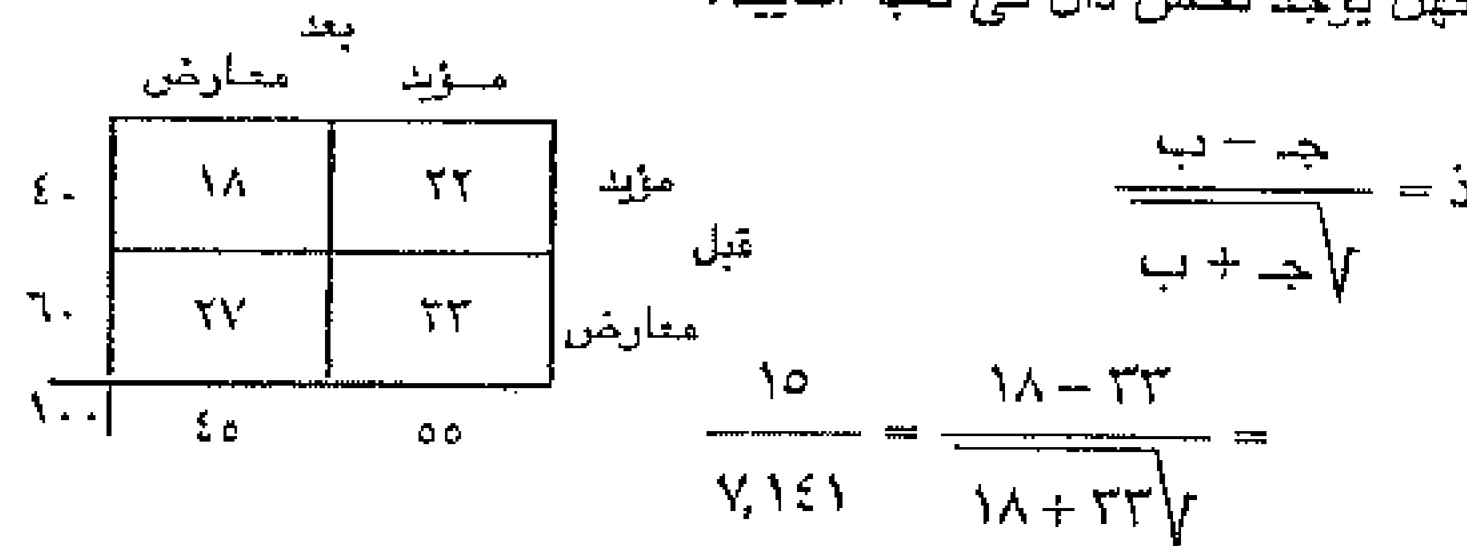
وفى حالة ن كبيرة (٢٥ فأكثر) فان:

$$\text{ذ} = \frac{\text{جـ} - \text{ب}}{\sqrt{\text{جـ} + \text{ب}}}$$

ثم نقارن هذه النسبة بقيم المنحنى الاعتدالى ١,٩٦ عند مستوى ٠,٠٥ ، ٢,٥٨ عند مستوى ٠,٠١ (Ferguson & Takane,1989:201)

مثال : إذا كان عدد المويدين لمرشح ما ٤٠ من مائة فرد وبعد قيامه بالدعاية زاد العدد إلى ٥٥ من مائة ، فاذا كانت البيانات كما بالشكل :

فهل يوجد تحسن دال فى نسبة التأييد؟



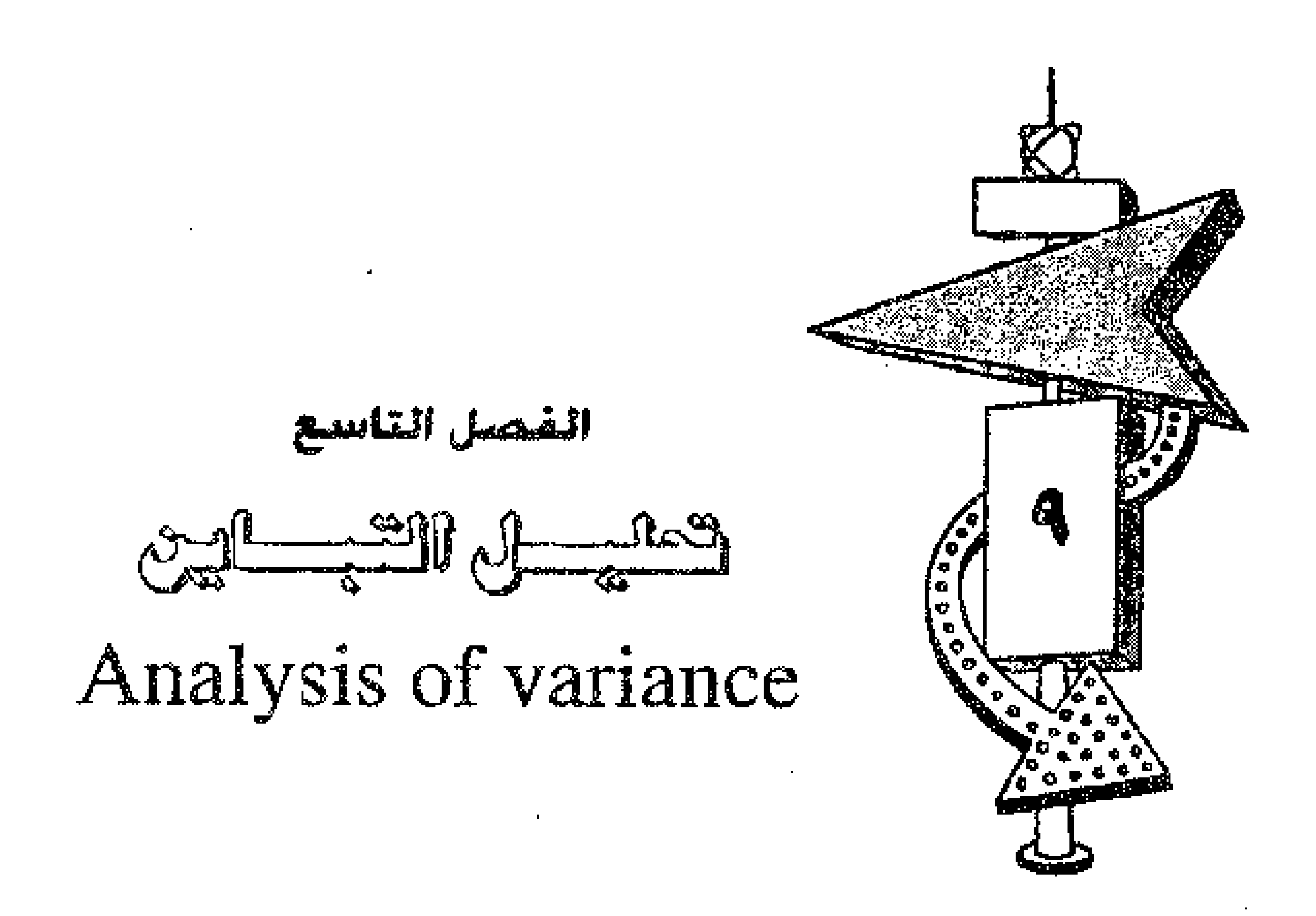
		بعد: مؤيد	بعد: معارض	
قبل	مؤيد	٢٢	١٨	٤٠
	معارض	٣٣	٢٧	٦٠
		٥٥	٤٥	١٠٠

$$\text{ذ} = \frac{\text{جـ} - \text{ب}}{\sqrt{\text{جـ} + \text{ب}}} = \frac{٣٣ - ١٨}{\sqrt{١٨ + ٣٣}} = \frac{١٥}{٧,١٤١}$$

ذ = ٢,١٠٠ وهى دالة عند مستوى ٠,٠٥

ويعنى هذا أنه يوجد تحسن فى نسبة المؤيدين عند مستوى دلالة ٠,٠٥ .





الفصل التاسع

تحليل التباين

Analysis of variance

الفصل التاسع

تحليل التبـــاين

وضحنا فى اختبار (ت) أنه يستخدم لمقارنة متوسطى عينتين مستقلتين أو غير مستقلتين . ولكن العديد من البحوث فى العلوم الانسانية تهتم بدراسة عدة متوسطات في الوقت الواحد . ويعالج تحليل التباين هذه المشكلة حيث أنه يستخدم لمقارنة عدة متوسطات معا .

فاذا كان لدينا عدة مستويات للدخل (مرتفع - متوسط - منخفض) وأردنا مقارنة متوسطات هذه المستويات الثلاثة فى الاتجاه نحو استخدام الحاسوب فى التعليم . فيكون لدينا متغيرين ، أحدهما متغير مستقبل (تصنيفى) وهو مستوى الدخل ، والثاني متغير تابع وهو الاتجاه نحو استخدام الحاسوب فى التعليم وقد يرى البعض أنه يمكن استخدام اختبار (ت) لمقارنة المتوسطات الثلاثة عن طريق مقارنة متوسط المستوى المرتفع مع المتوسط ، والمستوى المرتفع مع المنخفض ، والمستوى المتوسط مع المنخفض . ولكن هذا الاجراء غير مناسب لأن هذه المقارنات الثلاث غير مستقلة عن بعضها البعض ، بالاضافة الى تراكم أخطاء النوع الأول (α) .

فاذا كانت متوسطات مستويات الدخل الثلاثة فى الاتجاه نحو استخدام الحاسوب في التعليم هي $م_١$ ، $م_٢$ ، $م_٣$ مرتبة تنازليا . وظـــهر من اختبار (ت) أن $م_٢$ أكبر من $م_١$ ، $م_١$ أكبر من $م_٣$ ، فيمكن استنتاج أن $م_٢$ اكبر من $م_٣$ دون إجراء المقارنة . وهذا ما نقصده بأن المقارنات الثلاث غير مستقلة .

وتحليل التباين (ANOVA) أسلوب أحصائى يستخدم لمقارنة متوسطى مجموعتين أو أكثر فى نفس الوقت . فاذا إستخدم لمقارنة متوسطين فان النتيجة تكون مماثلة للناتج من اختبار (ت) ، وفى هذه الحالة (فقط) تكون قيمة ف من تحليل التباين مساوية لقيمة $ت^٢$. أما إذا كانت المقارنة بين عدة متوسطات فان تحليل التباين هو الاسلوب المناسب للمقارنة وليس اختبار (ت) .

ويعد تحليل التباين من الاساليب الاحصائية الاكثر استخداما (مثل اختبار

ت) ، فى تحليل بيانات البحوث فى العلوم الانسانية بصفة عامة ، وفى علم النفس بصفة خاصة . فتحليل التباين أسلوب هام جدا فى تحليل بيانات البحوث التجريبية خاصة تلك التى تتضمن اكثر من متغير مستقل فى تصميماتها التجريبية . ومن ثم فان معرفة تحليل التباين أمر هام للباحثين لفهم نتائج الدراسات السابقة فى مجال التخصص ، وكذلك لاختيار الاسلوب المناسب لتحليل بيانات البحوث التى يقومون بها .

وسوف نتناول فى هذا الفصل توضيح لتحليل التباين فى حالة متغير مستقل واحد ، وكذلك طرق المقارنات المتعددة بين المتوسطات .

وتحليل التباين يعني تقسيم تباين المتغير التابع الى قسمين (فى حالة متغير مستقل واحد) ، أو عدة أقسام (فى حالة اكثر من متغير مستقل) . وأحد هذه الاقسام يرجع إلى المتغير المستقل (أو المتغيرات المستقلة) . ويسمى بالأثر الرئيسى فى تباين المتغير التابع ، وهو تباين منتظم أى معلوم مصدره . أما القسم الثانى (فى حالة متغير مستقل واحد) فيرجع الى تباين غير منتظم ومصدره درجات الافراد ويسمى تباين الخطأ . والتباين الرئيسى .Main efect Var وتباين الخطأ .Error Var ، هما متوسط مربعات حيث أن التباين ينتج من قسمة مجموع المربعات على درجات الحرية ويسمى الناتج بمتوسط المربعات Mean Square ويطلق على التباين الرئيسى اسم تباين بين المجموعات -Between groups vari ance ، أما تباين الخطأ فيسمى التباين داخل المجموعات -Within groups vari ance.

وينتج من قسمة تباين بين المجموعات على تباين الخطأ النسبة الفائية إشارة إلى العالم الانجليزى سير رونالد فيشر Sir Ronald Fisher الذى توصل الى أسلوب تحليل التباين عام ١٩٢٠ (Kiess, 1989: 370).

حيث :

$$ف = \frac{\text{متوسط مربعات المجموعات (MSA)}}{\text{متوسط مربعات الخطأ (MSE)}}$$

أو

$$ف = \frac{\text{تباين بين المجموعات}}{\text{تباين الخطأ}}$$

فاذا لم يكن للمتغير المستقل تأثير على المتغير التابع ، فان تباين بين المجموعات يعود الى أخطاء المعاينة ، ومن ثم تكون النسبة الفائية تساوى الوحدة تقريبا . أما إذا كان للمتغير المستقل تأثير على المتغير التابع فان تباين بين المجموعات يزداد اكثر مما هو متوقع من أخطاء المعاينة ، ومن ثم يكون تباين بين المجموعات اكبر من تباين الخطأ وتزداد قيمة النسبة الفائية عن الوحدة . وعليه فان قيمة ف تزداد بزيادة تأثير المتغير المستقل . (Kiess, 1989 : 261)

إفتراضات تحليل التباين :

يتشابة تحليل التباين مع اختبار (ت) فى حالة المقارنة بين متوسطى عينتين ، ويختلف عنه فى حالة المقارنة بين عدة متوسطات . ومعنى هذا أن أساس الاختبارين متقارب ، ومن ثم فان إفتراضات تحليل التباين هى نفسها افتراضات اختبار (ت) وهى :

١ - العشوائية فى اختيار المجموعات

٢ - الاستقلالية فى اختيار المجموعات بمعنى أن اختيار مجموعة لا يعتمد على على اختيار مجموعة أخرى من مجموعات المتغير المستقل .

٣ - التوزيع الاعتدالى لدرجات المتغير التابع .

٤ - تجانس تباين المجموعات ($ع_1^2 = ع_2^2 = ع_3^2 = ...$)

والافتراض الاول يستطيع الباحث تحديد إذا ماكانت طريقة إختيار العينات عشوائية أم لا . كما أن الاستقلالية فى إختيار المجموعات تتضح أيضا أثناء المعاينة ، والاختيار العشوائى للمجموعات يؤكد الاستقلالية فاذا إختيرت كل مجموعة عشوائيا من مجتمع فانها تكون مستقلة عن اختيار المجموعات الأخرى .

ومخالفة افتراض العشوائية فى المعاينة (أو توزيع الافراد على المجموعات التجريبة عشوائيا) قد يؤدى الى هدم مصداقية الدراسة ، فالعشوائية تقدم الدليل الأكيد بأن الاخطاء تتوزع بين المجموعات وداخلها توزيعا مستقلا ، كما أنها العملية التى تزيل التحيز التجريبى .

أما افتراض التوزيع الاعتدالى للدرجات فقد سبق توضيح أنه يمكن مخالفة هذا الافتراض إذا كان الالتواء متوسطا ، أما فى حالة الالتواء الشديد (وفى حالة الدرجات المتطرفة) فيجب اللجوء الى تعديل التوزيع عن طريق إستخدام التحويل المناسب للدرجات Transformation ، وإلا فان النتائج تكون مخالفة للحقيقة

والاستنتاج منها يكون خاطئاً . كما أن المخالفة البسيطة لافتراض التجانس لا تؤثر على النتائج ، أما إذا كانت تباينات المجموعة مختلفة اختلافا دالا فان ذلك يؤثر على النتائج . ويجب على الباحث التأكد من تحقيق فرض التجانس خاصة إذا كانت المجموعات غير متساوية (Freund & wilson, 1997 : 230) .

ولاختبار فرض التجانس إقترح هارتلى Hartley عام ١٩٤٠ طريقة لاختبار التجانس وهى حساب قيمة ف من قسمة اكبر تباين على أصغر تباين من تباينات المجموعات ف = $\frac{\text{أكبر تباين}}{\text{أصغر تباين}}$ ثم مقارنة الناتج بتوزيع خاص يسمى F-Max بدرجات حرية (ك ، (ن – ١)) حيث ك هذه عدد المجموعات ، ن حجم المجموعة ، وهذا الاختبار كاف للتعرف على مدى التجانس (Freund & Wilson, 1997:232) وإذا كان عدد أفراد المجموعات غير متساوى ومتقارب ، فيمكن استخدام اكبر مجموعة فى حساب درجات الحرية . وقد تؤدى هذه الطريقة الى تحيز فى الاختبار ، بمعنى أنها كثيرا ما ترفض الفرض الصفرى أى ترفض فرض تجانس المجموعات(Winer et al., 1991) . وقد توصل كوكران Cochran عام ١٩٤١ إلى أختبار آخر بسيط لفرض التجانس وهو حساب قيمة ف من المعادلة

$$\text{ف} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{مجموع تباينات المجموعات}} \quad \text{بدرجات حرية (ك ، ن – ١)}$$

حيث ك عدد المجموعات ، ن عدد أفراد اكبر مجموعة ثم نرجع الى جداول خاصة باختبار كوكران عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ودرجات الحرية المبينة .

وقد أوضحت الدراسات تشابه طريقتى هارتلى وكوكران ، إلا أن اختبار كوكران اكثر حساسية لأنه يستخدم معلومات اكثر عن المجموعات . وفى حالة عدم تساوى المجموعات (متقاربة فى الحجم) فنستخدم المجموعة الاكبر حجما لتحديد درجات الحرية (Winer et al , 1991 : 105) .

وقدم بارتلت Bartlett طريقة أخرى لاختبار فرض التجانس لا تشترط تساوى المجموعات ولكنها طريقة معقدة(رياضيا) وتعتمد على توزيع كا^2(مربع كاى) . وقد توصل كل من كوكس cox عام ١٩٥٣ ، وشفيه Scheffee عام ١٩٥٩ إلى طرقا أخرى أقل تعقيدا من طريقة بارتلت لاختبار فرض التجانس ، إلانها ليست سهلة الاستخدام .

وقد اقترح بوكس Box عام ١٩٥٤ أنه فى حالة عدم التجانس فاننا نجرى تحليل التباين ولكن قيمة (ف) الناتجة تتبع توزيع (ف) بدرجات حرية مختلفة هى (١ ، ن – ١) حيث ن هى عدد أفراد المجموعة الفرعية (Winer et al., 1991:109)

ومن الممكن فى حالة عدم التجانس إجراء تحويل للدرجات بإستخدام الجذر التربيعى إذا كان إلتواء الدرجات متوسطا ، أو التحويل اللوغاريتمي إذا كان الإلتواء أكبر من المتوسط ، أو تحويل مقلوب الدرجات إذا كان توزيع الدرجات شديد الإلتواء (أحمد عبادة سرحان ، ١٩٦٨) .

توزيع ف : F- Distribution

نقدم في الجزء التالى توضيح لتوزيع ف وعلاقته بالتوزيعات الأخرى المختلفة ، وهذا الجزء لمن يرغب في معرفة تلك العلاقات بين التوزيعات .

ذكر واينر وآخرون (Winer et al ., 1991 : 32 - 34) أن توزيع (ف) هو حالة خاصة من توزيع بيتا ، وقد يطلق عليه اسم توزيع ف سنديكور ، حيث قام سندكور sendecor بتحويل توزيع فيشرFisher وأطلق عليه اسم توزيع ف - F Distribution

ويمكن تعريف توزيع ف رياضيا من تحويل توزيع بيتا ، كما أن توزيع ف يمثل نسبة توزيعين مستقلين لمربع كاى مقسوم كل منهما على درجات حريته .

$$\text{ف} = \frac{\text{كا}^{\text{٢}}_{\text{١}} \div (\text{ك}_{\text{١}} - \text{١})}{\text{كا}^{\text{٢}}_{\text{٢}} \div (\text{ك}_{\text{١}} - \text{١})}$$

كما أن النسبة $\left[(\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})\ \text{ع}^{\text{٢}}_{\text{١}} \div \sigma^2\right]$ تتوزع مثل $\text{كا}^{\text{٢}}$ بدرجات حرية $(\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})$

$$\text{كا}^{\text{٢}}(\text{ن}_{\text{١}} - \text{١}) = (\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})\,\text{ع}^{\text{٢}}_{\text{١}} \div \sigma^2$$

$$\text{كا}^{\text{٢}}(\text{ن}_{\text{٢}} - \text{١}) = (\text{ن}_{\text{٢}} - \text{١})\,\text{ع}^{\text{٢}}_{\text{٢}} \div \sigma^2$$

وبذلك فان $\text{ف} = \dfrac{\text{كا}^{\text{٢}}(\text{ن}_{\text{١}} - \text{١}) \div (\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})}{\text{كا}^{\text{٢}}(\text{ن}_{\text{٢}} - \text{١}) \div (\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})}$

$$= \frac{\left[(\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})\ \text{ع}^{\text{٢}}_{\text{١}} \div \sigma^2\right] \div (\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})}{\left[(\text{ن}_{\text{٢}} - \text{١})\ \text{ع}^{\text{٢}}_{\text{٢}} \div \sigma^2\right] \div (\text{ن}_{\text{٢}} - \text{١})}$$

$\therefore$ $\text{ف} = \dfrac{\text{ع}^{\text{٢}}_{\text{١}}}{\text{ع}^{\text{٢}}_{\text{٢}}}$ بدرجات حرية $\left[(\text{ن}_{\text{١}} - \text{١})\text{،}\ (\text{ن}_{\text{٢}} - \text{١})\right]$

ومعنى ذلك أن نسبة تباين مجموعتين يتوزع مثل توزيع ف إذا كان كلا منهما تقدير غير متحيز لتباين مجتمعيهما .

وتوجد علاقات منتظمة بين التوزيعات المختلفة : الاعتدالى ، ومربع كاى، وتوزيع ت ، وتوزيع ف وهى :

$$\text{ذ}^{2}_{(1-\alpha)} = \text{كا}^{2}_{(1-2\alpha)} = \text{ف}^{2}_{(1-2\alpha)}(1 ، \infty) = \text{ت}^{2}_{(1-\alpha)}(\infty)$$

وينتج من هذا أن : $\text{ت}^{2}_{1-\alpha}(\text{ن} - 1) = \text{ف}_{(1-2\alpha)}(1 ، \text{ن} - 1)$

$$\text{حيث ت}^{2} = \frac{(\text{توزيع اعتدالي})^{2}}{\text{كا}^{2} \div (\text{ك} - 1)}$$

$$= \frac{\text{كا}^{2}(1) \div (1)}{\text{كا}^{2}(\text{ك} - 1) \div (\text{ك} - 1)}$$

$$= \text{ف}\,(1 ، \text{ك} - 1)$$

كما أن توزيع ت فى حالة العينات الكبيرة = التوزيع الاعتدالى

$$\text{ت}\,(\infty) = \text{ذ}$$

وكذلك $\frac{1}{(\text{ك} - 1)}\,\text{كا}^{2}_{(1-\alpha)} = \text{ف}_{(1-\alpha)}(\text{ك} - 1 ، \infty)$

$$\text{كا}^{2}_{(1-\alpha)} = (\text{ك} - 1) \times \text{ف}_{(1-\alpha)}(\text{ك} - 1 ، \infty)$$

تحليل التباين الاحادى : One - Way Anova

وهو تحليل تباين متغير تابع لعدة مجموعات مستقلة ، بمعنى أنه يهتم بتحليل بيانات متغير تابع فى ضوء متغير مستقل (تصنيفى) يتضمن عدة مستويات هى المجموعات . وبذلك يكون فى تحليل التباين الاحادى متغير مستقل واحد (ولهذا يسمى أحادى) ومتغير تابع واحد .

والتصميم المناسب الذى يستخدم أسلوب تحليل التباين يتضمن اختيار عدة مجموعات مستقلة عشوائيا (تحدد المتغير المستقل) ثم قياس درجات المتغير التابع لهذه لمجموعات المستقلة . وهذا يحقق شرطى العشوائية والاستقلالية فى

اختيار المجموعات . وإذا كان توزيع درجات المتغير التابع اعتداليا أو غير ملتو إلتواء شديدا فهذا يحقق شرط الاعتدالية .

أما الشرط الاخير وهو تجانس المجموعات (عدم اختلاف تباينات المجموعات اختلاف دالا)فيتطلب قيام الباحث باجراء اختبار للتجانس باحدى الطرق المبينة من قبل (هارتلى ، كوكران ، بوكس) ويفضل استخدام الطريقة السهلة التى قدمها بوكس لانها تستخدم توزيع (ف) ولا تتطلب توزيعا خاصاحيث :

$$\text{ف} = \frac{\text{متوسط مربعات المجموعات}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

ثم نقارنها بقيمة (ف) الجدولية بدرجات حرية (١ ، ن -١) لاختبار فرض التجانس .

وبعد التحقق من افتراضات تحليل التباين نقوم باجراء التحليل ذاته وذلك بحساب التباين الكلى للمتغير التابع ثم نقسمه الى قسمين : الأول تباين بين المجموعات ، والثانى تباين الخطأ . ويمكن تلخيص خطوات تحليل التباين الاحادى بالخطوات التالية :

١ - حساب مجموع درجات كل مجموعة والمجموع الكلى

٢ - حساب مجموع مربعات الدرجات الكلى مجـ $\text{س}^{٢}$

الخطوتان الأولى والثانية هما تجهيز البيانات لاجراء حسابات تحليل التباين.

٣ - حساب مجموع المربعات الكلى $\left[\text{مجـ س}^{٢} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}\right]$

بدرجات حرية (ن - ١)

٤ - حساب مجموع مربعات بين المجموعات

$$\left[\frac{(\text{مجـ س}_{١})^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{(\text{مجـ س}_{٢})^{٢}}{\text{ن}_{٢}} + \ldots\ldots - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}\right]$$

بدرجات حرية (ك - ١) حيث ك هى عدد المجموعات

٥ – حساب مجموع مربعات الخطأ بطرح ناتج الخطوة (٤) من ناتج (٣) بدرجات حرية (ن – ك)

٦– وضع مجموع المربعات ودرجات الحرية فى جدول يسمى جدول تحليل التباين الاحادى .

٧ – حساب متوسط مربعات المجموعات بقسمة مجموع مربعات المجموعات على درجات الحرية الخاصة بها .

٨ – حساب متوسط مربعات الخطأ بقسمة مجموع مربعات الخطأ على درجات الحرية الخاصة بها .

٩ – حساب قيمة (ف) من قسمة ناتج الخطوتين (٧) على (٨) .

١٠ – نقارن قيمة (ف) المحسوبة بقيمة ف المستخرجة من جدول توزيع (ف) بدرجات حرية ((ن – ١) ، (ن – ك)) ومستوى الدلالة المطلوب ٠,٠٥ أو ٠,٠١ فاذا كانت القيمة لمحسوبة أقل من القيمة الجدولية نقبل الفرض الصفرى (تساوى متوسطات المجموعات) أما اذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية فاننا نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل (عدم تساوى متوسطات المجموعات) .

مثال (١) : أجرى باحث دراسة لمقارنة أربع مجموعات مختلفة الدخل الشهرى فى الاتجاه نحو العلاج النفسى وكانت درجات المجموعات كما يلى :

جدول (٩ – ١) .
درجات الإتجاه نحو العلاج النفسى لمجموعات الدخل

المجموعة الأولـــى	المجموعة الثانيـــة	المجموعة الثالثـــة	المجموعة الرابعـــة
٨	٦	٥	٤
٩	٧	٤	٥
٧	٨	٦	٣
٦	٥	٥	٤
١٠	٨	٤	٦
٥	٥		

لاحظ أن عدد أفراد المجموعات مختلف حيث تحتوى المجموعة الأولى على ستة أفراد وكذلك الثانية أما المجموعتين الثالثة والرابعة ففي كل منهما خمسة أفراد. ويكون الفرض الصفرى هنا : تساوى متوسطات المجموعات ($م_١ = م_٢ = م_٣ = م_٤$)

أما الفرض البديل فهو : عدم تساوى متوسطات المجموعات .

وباتباع الخطوات السابقة :

١ - مجموع درجات كل مجموعة هى : ٤٥ ، ٣٩ ، ٢٤ ، ٢٢ والمجموع الكلى (مجـ س = ١٣٠)

٢ - مجموع مربعات درجات المجموعات = $٨^٢ + ٩^٢ + ٧^٢ + ... + ٤^٢ + ٦^٢$

= ٨٣٨

٣ - مجموع المربعات الكلى $= مجـ س^٢ - \frac{(مجـ س)^٢}{ن}$ لاحظ أنها تساوى مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن المتوسط المستخدم فى حساب الانحراف المعيارى ، كما أن $\frac{(مجـ س)^٢}{ن}$ تسمى باسم معامل التصحيح ، أى تصحيح الدرجات الخام بطرح المتوسط فينتج انحرافاتها عن المتوسط .

ويكون مجموع المربعات الكلى $= ٨٣٨ - \frac{(١٣٠)^٢}{٢٢}$

$= ٨٣٨ - ٧٦٨,١٨ = ٦٩,٨٢$

درجات الحرية الكلية = ن - ١ = ٢٢ - ١ = ٢١

٤ - مجموع المربعات بين المجموعات

$$= \frac{(مجـ س_١)^٢}{ن_١} + \frac{(مجـ س_٢)^٢}{ن_٢} + \frac{(مجـ س_٣)^٢}{ن_٣} + \frac{(مجـ س_٤)^٢}{ن_٤} - \frac{(مجـ س)^٢}{ن}$$

$$= \frac{(٤٥)^٢}{٦} + \frac{(٣٩)^٢}{٦} + \frac{(٢٤)^٢}{٥} + \frac{(٢٢)^٢}{٥} - \frac{(١٣٠)^٢}{٢٢}$$

لاحظ أننا نقسم مربع مجموع درجات كل مجموعة على عددها ، كما نلاحظ أيضا أن مجـ س١ + مجـ س٢ + مجـ س٣ + مجـ س٤ = مجـ س ، ن١ + ن٢ + ن٣ + ن٤ = ن

مجموع المربعات بين المجموعات

= ٣٣٧,٥ + ٢٥٣,٥ + ١١٥,٢ + ٩٦,٨ – ٧٦٨,١٨

= ٨٠٣,٠ – ٧٦٨,١٨

= ٣٤,٨٢

ودرجات الحرية = عدد المجموعات –١ = ٤ – ١ = ٣

٥ – نحسب مجموع مربعات الخطأ (وكذلك درجات الحرية) بطرح ناتج الخطوة الرابعة من الخطوة الثالثة

مجموع مربعات الخطأ

= مجموع المربعات الكلى – مجموع المربعات بين المجموعات .

= ٦٩,٨٢ – ٣٤,٨٢ = ٣٥

درجات حرية الخطأ = درجات الحرية الكلية – درجات الحرية للمجموعات

= ٢١ – ٣ = ١٨

٦ – نضع البيانات فى جدول كما يلى ثم نجرى الخطوات ٧ ، ٨ ، ٩ المذكورة سابقا .

جدول (٩ – ٢) تحليل التباين الاحادى لمجموعات الدخل فى درجات الاتجاه نحو العلاج النفسى

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف
بين المجموعات	٣٤,٨٢	٤–١ = ٣	٣٤,٨٢÷٣ = ١١,٦١	١١,٦١ / ١,٩٤
الخطأ	٣٥,٠٠	١٨	٣٥ ÷ ١٨ = ١,٩٤	=٥,٩٨
الكلى	٦٩,٨٢	٢٢–١= ٢١		

ثم اجراء الخطوات ٧ ، ٨ ، ٩ داخل الجدول وهى :

٧ – متوسط مربعات المجموعات

= مجموع مربعات المجموعات ÷ درجات الحرية

= ٣٤,٨٢ ÷ ٣ = ١١,٦١

٨ – متوسط مربعات الخطأ

= مجموع مربعات الخطأ ÷ درجات الحرية

= ٣٥ ÷ ١٨ = ١,٩٤

٩ – قيمة ف = متوسط مربعات المجموعات ÷ متوسط مربعات الخطأ

= ١١,٦١ ÷ ١,٩٤ = ٥,٩٨ بدرجات حرية (٣ ، ١٨)

وتنفيذ الخطوة الأخيرة (١٠) يتم باستخدام جدول توزيع (ف) لاستخراج قيمة ف الجدولية بدرجات حرية (٣ ، ١٨) وعند مستوى الدلالة ٠,٠٥ أو ٠,٠١ وهما مستويا الدلالة الموجودين فى جدول توزيع (ف) ويتم دخول الجدول بدرجات الحرية الاولى (٣) وتسمى درجة حرية البسيط وهى مسجلة في السطر الأول فى الجدول . ثم نبحث عن درجة حرية المقام فى أول عمود بالجدول (وهى ١٨) ، ومن ثم تكون قيمة (ف) الجدولية هى نقطة التقاء عمود الدرجة (٣) مع سطر الدرجة (١٨) . وسوف نجد قيمتين الأولى عند مستوى ٠,٠٥ والثانية عند مستوى ٠,٠١

وهما ف(٣ ، ١٨ ، ٠,٠٥) = ٣,١٦

ف(٣ ، ١٨ ، ٠,٠١) = ٥,٠٩

وحيث أن قيمة ف المحسوبة (٥,٩٨) اكبر من القيمتين الجدوليتين فان القيمة المحسوبة تقع فى منطقة الرفض ، وعليه فاننا نرفض الفرض الصفرى (تساوى متوسطات المجموعات) ونقبل الفرض البديل وهو عدم تساوى متوسطات المجموعات عند مستوى دلاله ٠,٠١ ومعنى هذا أنه يوجد إختلاف بين متوسطات المجموعات ، وعلى الأقل بين متوسطين منهما وليس شرطا أن تكون جميع المتوسطات مختلفة عن بعضها البعض .

ولمعرفة أى المجموعات تختلف عن الاخرى نجرى المقارنات المتعددة للتموسطات والتى سنوضحها بعد ذلك .

أما إختبار فرض التجانس الذى لم نوضحه فى المثال فيكون كالتالى :

(١) باستخدام طريقة هارتلى :

$$\text{ف} = \frac{\text{أكبر تباين}}{\text{أصغر تباين}}$$

وبحساب تباينات المجموعات الاربع نجد أنها .

١,٣ ، ٠,٧١ ، ١,٩ ، ٣,٥٠

وبقسمة اكبر تباين على أصغر تباين فإن :

$$\text{ف} = \frac{٣,٥٠}{٠,٧١} = ٤,٩٣$$

ثم نقارنها بقيمة ف من جدول خاصة F - max بدرجات حرية (ك ، ن - ١) حيث ك هى عدد المجموعات ، (ن - ١) هى درجات حرية اكبر مجموعة ، وعليه تكون درجات الحرية هنا هى (٤ ، ٥) ثم نستخدم الجداول الخاصة ، وتسمى F - Max ف (٤ ، ٥ ، ٠,٠٥) = ١٣,٧

وتكون القيمة المحسوبة (٤,٩٣) أصغر من القيمة الجدولية ، ومن ثم نقبل الفرض الصفرى وهو تساوى تباينات المجموعات أو تجانس المجموعات .

(٢) وباستخدام طريقة كوكران وهى :

$$\text{ف} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{مجموع تباينات المجموعات}}$$

$$\text{ف} = \frac{٣,٥٠}{١,٣ + ٠,٧١ + ١,٩ + ٣,٥} = \frac{٣,٥٠}{٧,٤١} = ٠,٤٧$$

ثم نقارن هذه القيمة المحسوبة (٠,٤٧) بقيمة كوكران الجدولية بدرجات حرية (ك ، ن - ١) ومستوى دلالة ٠,٠٥

حيث ك هى عدد المجموعات ، (ن - ١) هى درجات حرية اكبر مجموعة (٦ - ١) = ٠٥

وتكون قيمة كوكران الجدولية بدرجات حرية (٤ ، ٥) = ٠,٥٨٩ وعليه فاننا نقبل الفرض الصفرى وهو تساوى تباينات المجموعات (تجانس

المجموعات) .

ويكون القرار من الطريقين السابقتين هو تجانس المجموعات وعدم اختلاف تبايناتها اختلافا دالا ، ويعنى هذا تحقق شرط التجانس . ويفضل استخدام طريقة هارتلى لسهولة استخدامها كما أن طريقة كوكران تؤدى الى نفس النتيجة .

حجم التأثير : Effect Size

عند استخدام أسلوب تحليل التباين الاحادى يكون الاهتمام بمعرفة الفروق بين متوسطات درجات المجموعات فى المتغير التابع ، وبمعنى آخر الاهتمام بدراسة علاقة المتغير المستقل بالمتغير التابع .

فاذا كانت قيمة (ف) دالة إحصائيا ، فاننا نرفض الفرض الصفرى ونقبل البديل بوجود فروق دالة بين متوسطات درجات المجموعات ، وقد يكون مستوى الدلاله ٠,٠٥ أو ٠,٠١ أو ٠,٠٠١ وربما اكثر من ذلك .

ولكن مستوى الدلاله مهما كان كبيرا لا يوضح حجم هذه الفروق أو التأثير للمتغير التابع . ويمكن قياس حجم تأثير المتغير المستقل بطريقة أخرى والتى تسمى بالدلاله العملية للنتائج . وقياس حجم التأثير كميا يكون منسوبا الى أخطاء البيانات . وبصفة عامة يمكن توضيح حجم التأثير فى ضوء قوة العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة والتى تفسر مثل تفسير معامل الإرتباط (Winer et at ., 1991 : 124 - 126)

١ – أحد هذه الطرق تقوم على حساب نسبة تباين مجموعات المتغير المستقل الى التباين الكلى . ويكون الناتج مقياسا لنسبة من التباين الكلى ترجع الى المتغير المستقل والتى يمكن تفسيرها مثل مربع معامل الارتباط .

وهذه الطريقة تشبه طريقة حساب مربع الارتباط المتعدد للتنبؤ بالمتغير التابع من المتغير التصنيفى ، حيث يكون :

$$\text{مربع معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات}}{\text{مجموع المربعات الكلى}}$$

وهو يسمى أحيانا باسم نسبة الارتباط والتى قد تدل على إرتباط غير خطى . ومربع معامل الارتباط هو نسبة التباين فى المتغير التابع التى يمكن التنبؤ بها باستخدام المتغير المستقل .

والمقياس المناسب هنا (والمشار إليه من قبل) يسمى مربع إيتا ،

$$\text{مربع إيتا} = \frac{\text{تباين المجموعات في المجتمع}}{\text{(تباين المجموعات + تباين الخطأ) في المجتمع}}$$

وهى نسبة لانستطيع حسابها لعدم معرفة تباين المجموعات أو تباين الخطأ في المجتمع

ويفسر مربع إيتا مثل مربع معامل الارتباط (أو نسبة الارتباط) وهى نسبة تباين المتغير التابع والتى ترجع الى المتغير المستقل ، ويعد مربع معامل الارتباط تقديرا متحيزا لمربع إيتا ، وعليه يمكن استخدام تقدير غير متحيز (إعتمادا على فكرة تقدير مربع الارتباط المتعدد في المجتمع) هو :

$$\text{مربع } E = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (\text{ك} - 1)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلى}}$$

وإذا طبقنا هذه الطريقة على نتائج مثال (١) (جدول ٩ – ٢)

$$\text{مربع الإرتباط } E = \frac{34.82}{69.82} = 0.499$$

وتفسر هذه القيمة (٠,٤٩٩) كنسبة من التباين الكلى ، فهى تعنى أن ٥٠ ٪ تقريبا من تباين المتغير التابع يمكن تفسيره بمعرفة المتغير المستقل ، وهى نسبة مرتفعة وتدل على تأثير قوى للمتغير المستقل على المتغير التابع أما مربع إتيا (وهى تقدير غير متحيز لمربع الارتباط في المجتمع)

$$= \frac{34.82 - 3 \times 1.94}{69.82} = 0.415$$

وهى تعنى أن ٤١,٥ ٪ من تباين المتغير التابع يرجع الى المتغير المستقل وهى تدل على حجم تأثير مرتفع

٢ – ذكر هايز (Hays,1981) أنه يمكن حساب معامل آخر يسمى مربع أوميجا ويحسب من المعادلة:

$$\omega^2 = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (\text{ك} - 1)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلى} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

أو $\omega^2 = \frac{(ك - ١)(ف - ١)}{ن + (ك - ١)(ف - ١)}$

حيث ك عدد المجموعات ، ف النسبة الفائية المحسوبة ، ن العدد الكلى للدرجات . وبتطبيق هذه الطريقة على نتائج المثال (١) فان:

$$\text{مربع أوميجا} = \frac{٣٤,٨٢ - ٣ \times ١,٩٤}{٦٩,٨٢ + ١,٩٤} = \frac{٢٩}{٧١,٧٦} = ٠,٤٠٤$$

$$\text{أو مربع أوميجا} = \frac{(ك - ١)(ف - ١)}{ن + (ك - ١)(ف - ١)}$$

$$= \frac{(٤ - ١)(٥,٩٨ - ١)}{٢٢ + (٤ - ١)(٥,٩٨ - ١)} = ٠,٤٠٤$$

وهو حجم تأثير مرتفع ، وهى تعنى أن ٤٠,٤ ٪ من تباين المتغير التابع يرجع إلى أثر المتغير المستقل.

وقد إقترح كوهن (Cohen 1988) أنه إذا كان مربع إتيا = ٠,٠١ فان حجم التأثير يكون ضعيفا ، أما إذا كان مربع إيتا = ٠,٠٦ فانه يدل على حجم تأثير متوسط ، بينمااذا كان مربع إيتا = ٠,١٦ فيدل على حجم تأثير مرتفع.

المقارنات المتعددة للمتوسطات Multiple Comparison of Means:

يعد موضوع المقارنات المتعددة من القضايا الاحصائية المشتتة للاذهان كما أنه موضوع شائك ولا توجد إجابة واحدة صحيحة له وذلك لتنوع الطرق ومشكلاتها . وهناك العديد من التوصيات من علماء الاحصاء النفسى والتربوى باستخدام طريقة دون الاخرى ، وأحيانا نجد تضاربا بين تلك التوصيات . وقد قرر بترينوميتش وهارديك (Petrinovich & Hardyck , 1969) بعدم وجود اتفاق تام بين الاحصائيين على طريقة دون الأخرى . فيرى البعض (Ferguson,1971,Keppel,1973; Games, 1971) أن المقارنات المتعددة يتم استخدامها بعد اجراء تحليل التباين والحصول على نسبة فائية دالة احصائيا ، بمعنى التوصل الى قرار بوجود اختلافات (فروق) بين المتوسطات. ولكن

إدواردز (Edwards,1968) يرى بأنه يمكن اجراء المقارنات المتعددة بين المتوسطات حتى لو لم تكن النسبة الفائية دالة أحصائيا ، ويقصد إدواردز من رأيه أنه يمكن استخدام مستوى دلاله ٠,١٠ فى حالة الفرض البديل الموجه وهى تعادل ٠,٠٥ في اختبار الطرف الواحد ، وعليه فانه قد اختلف عن الآخرين فى مستوى دلالة القيمة الفائية بمعنى أنها لاتكون دالة احصائيا عند ٠,٠٥ باختبار الطرفين ولكنها دالة عند مستوى ٠,٠٥ لطرف واحد ، هو مستوى مرتبط بالفرض البديل الموجه . وقد ذكرنا سابقا أن وضع فروض الدراسة فى مثل هذه الحالة يجب أن يتم اعتمادا على الدراسات السابقة وقبل تحليل البيانات وليس بعد أن يرى الباحث نتائج التحليل الاحصائى . وفى هذه الحالة فقط يمكن استخدام الفروض الموجهة والاستفادة من مستوى الدلالة ٠,١٠ كما يرى ادواردز . أما خلاف ذلك فيتم استخدام الفرض البديل غير الموجه (اختبار الطرفين) .

وفى كثير من الحالات يتم استخدام إختبار (ت) لمقارنة متوسطات عدة مجموعات . فاذا وجدت دراسة تشتمل على ثلاث مجموعات مستقلة وتم اختيارها عشوائيا ، وبفرض عدم مخالفة شرطى الاعتدالية والتجانس ، فيتم مقارنة متوسطى المجموعتين الاولى والثانية ، ثم مقارنة متوسطى المجموعتين الثانية والثالثة ، وأخيرا مقارنة متوسطى المجموعتين الاولى والثالثة (وهى مقارنة يمكن استنتاجها من المقارنتين السابقتين) وفى هذه الحالة يتم استخدام مستوى دلالة (٠,٠٥ مثلا) فى كل مقارنة ، ولكون هذه المقارنات الثلاث فى دراسة واحدة ، ومن ثم فان خطأ النوع الاول فى هذه الدراسة = ١ – (١ – ٠,٠٥)^{٣}

= ١ – ٠,٨٥٧

= ٠,١٤٣

وفى حالة وجود ست مجموعات فان خطأ النوع الاول يزداد ويصبح مساويا

[١ – (١ – ٠,٠٥)^{٦}] = [١ – ٠,٧٣٥] = ٠,٢٦٥ وهذا الخطأ المتراكم من المقارنات المتعددة باستخدام اختبار (ت) كبير جدا، كما أن الباحث يقرر بأن الفروق بين المتوسطات دالة عند مستوى ٠,٠٥ ، ولا يذكر ٠,١٤٣ (فى حالة ثلاث مجموعات) أو ٠,٢٦٥ (فى حالة ست مجموعات) .

ومن ذلك فان قضية المقارنات المتعددة هى كيفية ضبط خطأ النوع الأول ، وهذا هو محور الخلاف الاساسى بين طرق المقارنات المتعددة المختلفة وهى :

طريقة Least Square Difference (Lsd) طريقة توكى Tukey، طريقة بونفرونى Bonfrerni أو طريقة ضن Dunn ،وطريقة شفيه `Scheffe، وطريقة ضنت Dunnett، وطريقة نيومان كولز Newman - Keuls . وتتراوح هذه الطرق بين التشدد فى ضبط خطأ النوع الاول مثل طريقة شفيه وبين التساهل مثل طريقة دنكان أو Lsd. .

الفروق بين طرق المقارنات المتعددة في ضبط خطأ النوع الأول :

تختلف طرق المقارنات المتعددة باختلاف اسلوبها فى ضبط خطأ النوع الأول للمقارنة الواحدة وللدراسة كلها وسوف نعرض لبعض الاختلافات بينها .

١ - هناك إتجاه يرى بأننا نستخدم قيمة الفا (α) ثابتة فى كل مقارنة من المقارنات الممكنة بين أزواج المتوسطات ، ولا يهتم (هذا الاتجاه) بخطأ الدراسة . وهذا الاتجاه يمثله استخدام اختبار (ت) لمقارنة الأزواج الممكنة من المتوسطات . ويكون عدد المقارنات الممكنة بين أزواج المتوسطات

$$= \frac{ك (ك - ١)}{٢}$$ حيث ك هى عدد المجموعات .

واذا أستخدمنا هذه الطريقة بعد اجراء تحليل التباين فانها تستخدم متوسط مربعات الخطأ فى المقارنات حيث يكون الخطأ المعيارى

$$= \sqrt{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times \frac{٢}{ن}}$$ (فى حالة تساوى المجموعات)

وطريقة اختبار (ت) بهذا الاسلوب تسمى بطريقة Lsd

Least Square Differences وهى الطريقة التى توصل الهيا فيشر عام ١٩٤٨ .

مثال (٢) : إذا كانت لدينا دراسة تحتوى أربع مجموعات حجم كل منها ٢٠ فرداً ، وكانت متوسطات المجموعات الاربع هى : ١٠ ، ١٠,٥٤ ، ١٢,٨٦ ، ٧,١٧ ونتائج تحليل التباين كما بالجدول (٩ - ٣) .

جدول (٩ – ٣) تحليل التباين الاحادى لدرجات أربع مجموعات

مصدر التباين	مجموع المربعات	د.ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
بين المجموعات	٣٢٧,٩٨	٣	١٠٩,٣٣	٨,١٩	دالة عند
الخطأ	١٠١٤,٦٥	٧٦	١٣,٣٥		مستوى ٠,٠٠١
الكلى	١٣٤٢,٦٣	٧٩			

فاذا ما استخدمنا طريقة Lsd(أو اختبار ت) فانها تجرى المقارنات المتعـــددة بين عـــدة أزواج من المتوسطات عددها (هنا) = $\frac{٤ \times ٣}{٢}$ = ٦

وباستخدام مستوى الدلالة ٠,٠٥ فان خطأ النوع الاول فى المقارنة الواحدة = ٠,٠٥ وخطأ النوع الاول فى مقارنتين = ١ – (١ – ٠,٠٥)^{٢}= ٠,٠٩٧٥ وخطأ النوع الأول فى حالة ثلاث مقارنات = ١ – (١ – ٠,٠٥)^{٣} = ٠,١٤٣

أما خطأ النوع الأول فى الدراسة كليا = ١ – (١ – ٠,٠٥) ^{٦} = ٠,٢٦٥

وتستخدم هذه الطريقة متوسط مربعات الخطأ (١٣,٣٥) فى حساب الخطأ المعيارى للمقارنات = $\sqrt{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times \frac{٢}{ن}}$

ومنطقة الثقة (منطقة قبول الفرض الصفرى) = ± ت الجدولية × الخطأ المعيارى وذلك لتساوى المجموعات .

أما فى حالة اختلاف عدد أفراد كل مجموعة فانها تحسب خطأ معيارى لكل مقارنة حيث تستخدم $\left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} \right)$ بدلا من $\left(\frac{٢}{ن} \right)$ فى القانون السابق (Kramer, 1956). كما أقترح كرامر ايضا إمكانية استخدام الوسط التوافقى إذا كانت المجموعات مختلفة الاحجام وهو :

$$ن' = ك \div \left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} + ... + \frac{١}{ن_ك} \right)$$

ويكون الخطأ المعيارى (للمثال٢) = $\sqrt{١٣,٣٥ \times \frac{٢}{٢٠}} = \sqrt{١,٣٣٥}$

$= ١,١٥٥$

وتتحدد منطقة قبول الفرض الصفرى بالحدود ± ت (٧٦ ، ٠,٠٥) × الخطأ المعيارى

= ±١,٩٩٣ × ١,١٥٥ = ± ٢,٣ عند مستوى ٠,٠٥

ويمكن تمثيل هذه المنطقة بالشكل السداسى الموضح ، وهى تعادل ٠,٧٣٥ من المساحة الكلية للتوزيع المشترك للمقارنات الست . ويحتوى الشكل السداسى على جميع القيم المحتملة لقبول الفرض الصفرى (عدم اختلاف المتوسطات) والمساحة المتبقية هى ١ - ٠,٧٣٥ = ٠,٢٦٥ وهى منطقة الخطأ فى قبول الفرض الصفرى وهى تسمى خطأ النوع الأول . ولكى نقلل من خطأ النوع الأول (٠,٢٦٥) فيجب أن نزيد مساحة الشكل السداسى حتى تشمل جزءا كبيرا من التوزيع المشترك.

شكل (٩-١) العلاقة بين اختبار ت ، ف ، شفيه فى منطقة قبول الفرض الصفرى

وهذا ما تقوم به طرق المقارنات المتعددة المختلفة ، وهو محاولة ضبط خطأ النوع الأول فى الدراسة كلها . وأى طريقة تقرر زيادة المساحة المذكورة (٠,٧٣٥) فانها تقلل من خطأ التجربة وخطأ المقارنة الواحدة .

يرى (Games,1971) أننا إذا طبقنا اختبار (ت) ، (ف) ، شفيه على المثال السابق (٢) فإننا نحصل على مساحات قبول فرض العدم كما هى موضحة بالشكل (٩ - ١) حيث تدل مساحة الشكل الداسى على المساحة التى يحددها

اختبار (ت) لجميع المقارنات الممكنة وهى ٠,٧٣٥ ، أما المساحة المحددة بالقطع الناقص فيه تدل على مساحة قبول الفرض الصفرى باستخدام تحليل التباين (اختبار ف) وهى تمثل ٠,٩٥ من التوزيع المشترك للمجموعات الاربع ، وأى نقطة داخل القطع الناقص تمثل عدم اختلاف متوسطات المجموعات . ومن ثم فان تحليل التباين لضبط خطأ النوع الاول (عند المستوى المطلوب) . ومن الواضح أن مساحة القطع الناقص اكبر من مساحة الشكل السداسى ، ومعنى هذا أنه يمكن التوصل الى فروق بين المتوسطات باستخدام اختبار ت بينما تكون غير مختلفة باستخدام اختبار (ف) ، ويتمثل هذا فى المساحة المحصورة بين القطع الناقص والشكل السداسى . إلا أن اختبار (ف) لا يستطيع أن يخبرنا عن مقارنات الثنائية .

٢ - الاتجاه الثاني يرى بان نحدد خطأ التجربةكلها (لجميع المقارنات الممكنة لأزواج المتوسطات) بالقيمة الفا α . ويؤدى هذا إلى تقليل خطأ المقارنة الواحدة كلما زاد عدد المقارنات . وهذا ما تقوم به طريقة توكىTukeyوالتى أطلق عليها اسم طريقة المقارنات الصادقة Honestly Significant Differerce

(Petinovich & Hardck, 1969)

وتستخدم طريقة توكى جدول خاص بها مستنتج من جدول (ت) . وفى مثالنا السابق فان قيمة توكى الجدولية فى حالة عدد المتوسطات = ٤ ، درجات الحرية = ٧٦ هى ٣,٧٢٤ عند مستوى ٠,٠٥ وتسمى هذه الجداول باسم Studenti Zed Range.

وتتحدد منطقة قبول الفرض الصفرى بالحدود $\pm q_{(٤ ، ٧٦ ، ٠,٠٥)}$ × الخطأ المعيارى

$$= \pm ٣,٧٢٤ \times \sqrt{\frac{١٣,٣٥}{٢٠}}$$

$$= \pm ٣,٧٢٤ \times ٠,٨١٧$$

$$= \pm ٣,٠٤٣$$

ومن الواضح أنها تحدد منطقة اكبر من منطقة اختبار (ت) ، وهى تمثل مساحة ٠,٩٥ من التوزيع المشترك للمجموعات الأربع . وهذه الطريقة تضبط خطأ الدراسة كلها عند ٠,٠٥ وبالتالي تقلل خطأ المقارنة مما يؤدى الى زيادة مساحة منطقة قبول الفرض الصفرى (٣,٠٤٣ بدلا من ٢,٣٠)ولذلك فهى

منخفضة Conservative أكثر من إختبار (ت) . وإذا مثلنا هذه المنطقة بيانيا فانها تكون على شكل سداسي اكبر من الشكل المبين فى حالة اختبار(ت) ولكنه أقل من حدود طريقة شفيه

٣ – الاتجاه الثالث يرى بتحديد خطأ التجربة كلها لجميع المقارنات الممكنة لأزواج المتوسطات ولأى مقارنات أخرى محتملة بين المتوسطات . ومثال ذلك مقارنةمتوسط المجموعة الاولي ($\text{م}_{١}$)مع متوسطى المجموعتين الثانية والثالثة ، ومع متوسطى المجموعتين الثانية والرابعة ، وهكذا . وكذلك مقارنة $\text{م}_{١}$ مع $١/٣$ ($\text{م}_{٢} + \text{م}_{٣} + \text{م}_{٤}$) ، $\text{م}_{٢}$ مع $١/٣$ ($\text{م}_{١} + \text{م}_{٣} + \text{م}_{٤}$) وهكذا وقد تصل عدد هذه المقارنات الى عدد كبير جدا وربما غير محدود . ولهذا السبب تسمى طريقة شفيه الطريقة الاكثر تحفظاً More Conservative عن الطرق الاخرى ، فهى تضع حدا أعلى لخطأ النوع الأول هو الفا (∝) ، وقد لا تصل الدراسة كليا الى هذا المستوى المحدد، وبالتالى فان خطأ النوع الأول للمقارنة الواحدة يقل كثيرا عن طريقة توكي مما يزيد من قوة إختبار شفيه عن الطرق الأخرى.

وتتحدد منطقة قبول الفرض الصفرى عند شفيه من المعادلة

$$\text{المدى} = \pm \sqrt{(\text{ك} - ١) \times \text{ف الجدولية} \times \text{الخطأ المعيارى}}$$

$$= \pm \sqrt{(\text{ك} - ١) \times \text{ف الجدولية} \times \frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times ٢}{\text{ن}}}$$

حيث ك هى عدد المجموعات ، ف تستخرج من جداول ف بدرجات حرية المجموعات والخطأ (ك – ١) ، (ن – ك) . وبتطبيق طريقة شفيه على المثال السابق (مثال ٢) فان حدود منطقة قبول الفرض الصفرى (مدى شفيه)

$$= \pm \sqrt{(٤ - ١) \times \text{ف} (٣ ، ٧٦ ، ٠,٠٥) \times \frac{١٣,٣٥ \times ٢}{٢٠}}$$

$$= \pm \sqrt{٣ \times ٢,٧٣ \times \frac{١٣,٣٥ \times ٢}{٢٠}}$$

$$= \pm \sqrt{١٠,٩,٣٤}$$

مدى شفيه = ± ٣,٣١ عند مستوى ٠,٠٥

ومن الواضح أن طريقة شفيه تحدد مساحة اكبر من المساحة التى تحددها

طريقة توكي لقبول الفرض الصفرى ، وهذا هو السبب فى كونها أكثر تحفظا . ويتضح تمثيل منطقة شفيه بيانيا بالمستطيل الخارجى المبين بالشكل (٩ – ١) . ويدل الشكل على أن طريقة شفيه اكثر تحفظا من جميع طرق المقارنات المتعددة ، كما أنه يدل على إمكانية وجود فروق دالة باستخدام اختبار (ف) بينما لا تتوصل طريقة شفية الى أيه فروق داله ، ويرجع السبب فى ذلك إلى المساحة الاكثر لمنطقة قبول الفرض الصفرى عند شفيه عنها فى اختبار (ف) .

وطريقة شفيه هى الطريقة الوحيدة التى تسمح بمقارنة متوسط مجموعة مع دالة خطية من المجموعات الاخرى (كما ذكرنا سابقا) ، إلا أن كثير من تلك المقارنات قد لا يكون لها معنى مثل المقارنة :

$م_٣$ مع ($^٣/_٤$ $م_{١٢}$ + $^١/_٤$ $م_{٢٣}$) ليس لهل معنى ، وبالتالى فان تحفظ طريقة شفيه يزيد عن الحد المطلوب.

٤ – الاتجاه الرابع مرتبط بطريقة بونفرونىBonferroni والتى تسمى أحيانا طريقة ضن (Dunn,1961)، وهى تحدد حدا أعلى لخطأ النوع الاول ألفا فى الدراسة كلها لكل المقارنات التى يرغب فيها الباحث . بمعنى أن الباحث يحدد أولا عدد المقارنات التى يرغب فيها ثم يوزع خطأ الدراسة (٠,٠٥ مثلا) على تلك المقارنات . وتعتمد هذه الطريقة على أنه فى أى دراسة فان احتمال خطأ النوع الأول يجب أن يساوى (أو يقل عن) مجموع أخطاء المقارنات كليا.

وبتطبيق هذه الطريقة على مثالنا السابق (٢) فى حالة (أربع مجموعات) لكننا نرغب فى اجراء ثلاث مقارنات فقط ($م_١$ مع $م_٢$ ، $م_١$ مع $م_٣$ ، $م_١$ مع $م_٤$) ،

فان قيمة خطأ النوع الاول لكل مقارنة = $\frac{٠,٠٥}{٣}$ = ٠,٠١٦٦ ثم نستخرج قيمة ت الجدولية عند مستوى دلالة ٠,٠١٦٦ ولأنه لايوجد فى جدول (ت) مثل هذا المستوى للدلالة ، فقد وضع ضنن Dunn جداول خاصة لتوزيع (ت) تستخدم لهذا الغرض من المقارنات وتسمى جداول بونفرونى. $ت_{(٠,٠١٦٦ ، ٧٦)}$ = ٢,٤٤٨٤ .

وتكون حدود منطقة قبول الفرض الصفرى بطريقة بونفرونى فى حالة اجراء ثلاث مقارنات كما هى محددة

$$= \pm ت_{(٠,٠١٦٦,٧٦)} \times \sqrt{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times \frac{٢}{ن}}$$

$$= \pm ٢,٤٤٨٤ \sqrt{١٣,٣٥ \times \frac{٢}{٢٠}}$$

$$= \pm ٢,٤٤٨٤ \times ١,١٥٥ = \pm ٢,٨٣$$

أما فى حالة ست مقارنات = ± ٢,٧١ × ١,١٥٥ = ± ٣,١٣

ومن الواضح أن هذا المدى يحدد منطقة أقل من طريقتى توكى وشفيه ، ولكنها اكبر من طريقة Lsd ، والسبب فى ذلك هو اختلاف مستوى الدلالة لكل مقارنة، إلا أن هذه المساحة تمثل ٠,٩٥ من التوزيع المشترك للمجموعات . ومعنى هذا أن طريقة بونفرونى متحفظة بعض الشئ ، واكثر قوة من اختبار(ت) و شفيه وإذا إقترب عدد المقارنات من عدد المجموعات فان طريقة بونفرونى أكثر قوة من طريقة شفيه، أما إذا كان عدد المقارنات أكبر من عدد المجموعات فان طريقة شفيه تكون أكثر قوة من طريقة بونفرونى (Games,1971; Keppel, 1973).

٥ – الاتجاه الخامس يمثل طريقتى المقارنات المتتابعة Sequential وهما طريقتى نيومان – كولز Newman- Keuls، ودنكان Duncan

وتعتمد الطريقتان على تقسيم المقارنات الى خطوات متتابعة .

(أ) **طريقة نيومان – كولز** وهى تحدد خطأ الدراسة وخطأ المقارنة فى كل خطوة من خطوات المقارنات ، وتعتمد الخطوات على عدد المجموعات .. فاذا كان فى الدراسة خمس مجموعات وكان الترتيب التصاعدى للمتوسطات الخمس هو $م_٣$ ، $م_٥$ ، $م_٤$ ، $م_٢$ ، $م_١$ بمعنى أن $م_٣$ أقل المتوسطات $م_١$ أعلى المتوسطات ، فان الخطوة الاولى تهتم بمقارنة $م_٣$ مع المتوسطات الاربعة الأخرى . والخطوة الثانية لمقارنة $م_١$ مع المتوسطات $م_٢$ ، $م_٤$ ، $م_٥$، والخطوة الثالثة لمقارنة $م_١$ مع $م_٢$ ، $م_٤$ ، والخطوة الرابعة والاخيرة لمقارنة $م_١$ مع $م_٢$ فقط ويكون عدد المقارنات الكلى

$$= \frac{ك(ك - ١)}{٢} = \frac{٥ \times ٤}{٢} = ١٠$$

وتستخدم فى كل خطوة من الخطوات الاربع مستوى دلاله = ألفا (α) . ولكن إذا تم قبول الفرض الصفرى فى أحد الخطوات فلانقوم باجراء الخطوة التالية لها ومن ثم تقل عددد المقارنات.

وبتطبيق هذه الطريقة على المثال السابق (مثال ٢) فان الخطوة الاولى هى حساب حدود منطقة قبول الفرض الصفرى (تساوى متوسطات المجموعات الاربعة) وهى :

المدي = ± $Q_{(٤ ، ٧٦ ، ٠,٠٥)}$ × الخطأ المعياري (وهى مشابهة لمدى توكى وتستخدم نفس الجداول) .

$$= \pm ٣,٧٢٤ \times \sqrt{\frac{١٣,٣٥}{٢٠}}$$

$$= \pm ٣,٧٢٤ \times ٠,٨١٧$$

$$= \pm ٣,٠٤٣$$

وهى نفس القيمة فى حالة استخدام طريقة توكى وبمقارنة هذه الحدود مع فروق متوسطات المجموعات الأربعة

(١٠ ، ١٠,٥٤ ، ١٢,٨٦ ، ٧,١٧) حيث يكون الترتيب التصاعدى هو م٤ ، م١ ، م٢ ، م٣ نجد أن فروق المتوسطات عن م٣ (اكبر متوسط) هى : ٥,٦٩ ، ٢,٨٦ ، ٢,٣٢ مما يدل على رفض الفرض الصفرى (لوجود فرق هو ٥,٦٩ أكبر من الحدين ± ٣,٠٤٣) . وعليه فاننا نجرى الخطوة التالية حيث تكون حدود الخطوة الثانية

$$= \pm Q_{(٣ ، ٧٦ ، ٠,٠٥)} \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$= \pm ٣,٣٩ \times ٠,٨١٧ = \pm ٢,٧٧$$

ثم نقارن هذه القيمة مع فروق المتوسطات الثلاثة = (١٠ ، ١٠,٥٤ ، ١٢,٨٦) وهى (٢,٨٦ ، ٠,٥٤) ويتضح وجود فرق اكبر من حدى منطقة قبول الفرض الصفرى . وبالتالى نجرى الخطوة الثالثة

حدود منطقة قبول الفرض الصفرى (مدى نيومان كولز)

$$= \pm Q\,(٢ ، ٧٦ ، ٠,٠٥) \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$= \pm ٢,٨٢٢ \times ٠,٨١٧$$

$$= \pm ٢,٣١$$

وهى نفس القيمة فى حالة اختبار LSD أو اختبار ت .وبمقارنة هذه القيمة مع الفرق بين متوسطى م٢ ، م٣ وهو ٢,٣٢ نستنتج وجود فرق دال بين متوسطى المجموعتين الثانية والثالثة .

(ب) أما طريقة دنكان Duncan وهى مشابهة لطريقة نيومان كولز فى اجراء المقارنات على خطوات متتابعة أيضا ، حيث تحدد مستوى الدلالة فى كل مقارنة = الفا α ولاتتوقف عند أى خطوة بل تستمر الى نهاية الخطوات ،كما أنها لا تهتم بخطأ النوع الأول فى الدراسة كلها . وعليه فان خطأ النوع الأول فى طريقة دنكان اكبرمنه فى أى طريقة أخرى وهى مشابهة لطريقة LSD. وتستخدم طريقة دنكان جدول خاص بها يسمى Duncan Multiple Range وتكون حدود قبول الفرض الصفرى فى الخطوة الاولى.

= ± D (ك ، د . ح ، ٠,٠٥) × الخطأ المعيارى.

وبتطبيق طريقة دنكان على مثالنا السابق (مثال ٢) فان :

مدي دنكان (للخطوة الأولي) = ±D (٤ ، ٧٦ ، ٠,٠٥)× الخطأ المعياري

= ± ٣,٠٥ × ٠,٨١٧ = ± ٢,٤٥٥

ومن الواضح أنها أصغر من مدى نيومان كولز في الخطوة الاولى

مدي دنكان (للخطوة الثانية) = ±D (٣ ، ٧٦ ، ٠,٠٥)× الخطأ المعياري

= ± ٢,٩٦٨ × ٠,٨١٧

= ± ٢,٤٢٥

مدي دنكان (للخطوة الثالثة) = ±D (٢ ، ٧٦ ، ٠,٠٥)× الخطأ المعياري

= ± ٢,٨١٨ × ٠,٨١٧

= ± ٢,٣٠

٦ – الاتجاه السادس يحدد خطأ الدراسة كلها بمستوى الفا عند مقارنة مجموعة ضابطة مع عدة مجموعات تجريبية وهى تعرف باسم طريقة ضنت Dunnett ويكون عدد المقارنات (ك – ١) فقط ، وتستخدم هذه الطريقة جدول خاص بها . وتكون منطقة قبول الفرض الصفرى عند مقارنة أى من المجموعات التجريبية مع المجموعة الضابطة هى :

$$= \pm\, qD_{(\text{ك}-1)\text{، د ح، }\alpha} \times \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times 2}{\text{ن}}}$$

وبالتطبيق على المثال (٢) بإفتراض أن المجموعة الرابعة هي مجموعة ضابطة ومتوسطها هو ٧,١٧ فتكون حدود منطقة قبول الفرض الصفرى بطريقة ضنت

$$= \pm\, qD_{(\text{٣، ٧٦، ٠,٠٥})} \times \sqrt{2} \times \text{الخطأ المعياري}$$

= ± ٢,٤٢٢ × ١,١٥٥

= ± ٢,٨٠

ثم نقارن هذه القيمة مع الفروق بين متوسط المجموعة الضابطة ومتوسطات المجموعات التجريبية . ومن الواضح أن هناك اختلافات جوهرية بين طرق المقارنات المتعددة السابقة . بشأن تحديد خطأ النوع الأول في الدراسة والذى يؤدى إلى نتائج مختلفة باختلاف الطرق المذكورة .

مقارنة الطرق المختلفة :

ومن مقارنة نتائج استخدام هذه الطرق مع مثالنا الموضح نجد أن حدى منطقة قبول الفرض الصفرى فى كل منها تختلف عن الأخرى ، مما يؤدى الى قرار مختلف عن النتائج (نتائج مختلفة) . وبمقارنة المدى فى كل طريقة عند استخدام عدد مختلف من المجموعات (٢ ، ٣ ، ٤) مع فروق المتوسطات (جدول ٩ – ٤) فان النتائج يوضحها الجدول (٩ – ٥) .

جدول (٩ – ٤) فروق المتوسطات

	م٤	م١	م٢	م٣
م٤	—	٢,٨٣	٣,٣٧	٥,٦٩
م١		—	٠,٥٤	٢,٨٦
م٢			—	٢,٣٢

جدول (٩ - ٥)

نتائج استخدام عدة طرق للمقارنات المتعددة للمتوسطات

الطريقة	المدى في حالة المجموعات			قرار النتائج
	٢	٣	٤	
- اختبار (ت) أو LSD	٢,٣٠	٢,٣٠	٢,٣٠	فروق بين جميع المتوسطات ماعدا م١ ، م٢
- دنكان	٢,٣٠	٢,٤٢٥	٢,٤٥٥	فروق بين جميع المتوسطات ماعدا م١ ، م٢
- نيومان كولز	٢,٣١	٢,٧٧	٣,٠٤٣	فروق بين جميع المتوسطات ماعدا م١ ، م٢ وكذلك م١ ، م٤
- توكي	٣,٠٤٣	٣,٠٤٣	٣,٠٤٣	فروق بين م٤ ، م٢ وكذلك م٤ ، م٣ فقط
- شفيه	٣,٣١	٣,٣١	٣,٣١	فروق بين م٤ ، م٢ وكذلك م٤ ، م٣ فقط
- بونفروني	٢,٣١	٢,٨٣	٣,١٣	فروق بين م٤ ، م٢ وكذلك م٤ ، م٣ فقط (عند إجراء ٦ مقارنات)
- ضنت	٢,٨٠	٢,٨٠	٢,٨٠	فروق بين م٤ ، وكل من م١ ، م٢ ، م٣ بافتراض أن المجموعة الرابعة ضابطة

وقد ناقش هارتر (Harter, 1957) وكذلك كل من وايلر(Winer,1972) وإدواردز (Edwards,1968) وجلاس وستانلي(Glass & stanley, 1970) مقارنة الطرق المختلفة . حيث حاول هارتر مقارنة تلك الطرق بحساب مستوى الخطأ من النوع الثاني(B) وتوصل الى وجود فروق في قوة الطرق المختلفة باختلاف تحقيق الافتراضات الاساسية (الاعتدالية والتجانس) وخاصة الطرق التي تعتمد على توزيع (ت) وهي : دنكان ونيومان كولز ، وتوكي ، وضنت ، أما طريقة شفيه والتي تعتمد على توزيع (ف) فانها لا تتأثر بالحيد عن الافتراضات الاساسية حيث أثبتت عدة دراسات (Edwards, 1968; winer, 1972; keppel, 1973) أن إختبار(ف) لديه القدرة على الحفاظ على مستوى الخطأ من النوعين الاول والثاني عند ما تخالف البيانات الافتراضات الاساسية ، وهذا ما يعرف باسم Robustness. أما إختبار (ت) فانه يعطي قيما خاطئة إذا ما إختلفت أحجام

العينات (بدرجة كبيرة) ، أو كان توزيع الدرجات غير معتدل ،أو كانت المجموعات غير متجانسة .

وقد إستخدم بترينوفيتش وهارديك (Petrinovch & Hardyck,19690) ثلاث مجموعات أحجامها تتراوح بين ١٠ ، ٣٠ مختارة من مجتمع يتوزع توزيعا معتدلا ، ومتجانسة . ووجد أن مستوى الخطأ فى الدراسة كلها متقارب بين الطرق المختلفة ما عدا إختبار (ت) ،ففى حالة اختبار (ت) وجد أن خطأ النوع الأول = ٠,١٢٨ ، فى حين أنه يساوى ٠,٠٩٨ وفى طريقة دنكان . أما طريقتى نيومان كولز وتوكى فقد وجد أن خطأ النوع الأول = ٠,٠٥٤ بينما لم تصل فى طريقة شفيه الى ٠,٠٥ واستنتج بترينوفتش وهارديك أن حجم العينة لا يؤثر على النتائج طالما أن الافتراضات الاساسية (الاعتدالية ، والتجانس) متوافرة .

ففى حالة التوزيع المعتدل وتجانس المجموعات الثلاث ، كان مستوى خطأ النوع الأول لكل الطرق أقل من ٠,٠٥ ما عدا إختبار (ت) وصل الى ٠.١١٩ وفى حالة اختلاف تباين المجموعات (عدم التجانس) كانت طريقة شفيه أفضل الطرق المستخدمة . وبزيادة عدد المجموعات من ٣ الى ١٠ وجد أن الاختلاف فى طريقتى (ت) ودنكان ، حيث وصل خطأ النوع الأول باستخدام اختبار (ت) الى ٠,٧٣١ (فى حالة ١٠ مجموعات) كما بلغ ٠,٣٥٣ باستخدام طريقة دنكان، فى حين أن الطرق الأخرى لم تتعدى المستوى المحدد (٠,٠٥) .

وعند حساب خطأ النوع الثانى (β) ، باستخدام مجموعات أحجامها فى حدود ٣٠ فردا ، وجد أن الفرق بين الطرق يعتمد على حجم الفرق بين المتوسطات وقد وجد أن طرق (ت) ، ونيومان كولز ، ودنكان تؤدى الى خطأ أقل من الطرق الأخرى إذا كان الفرق بين المتوسطات كبيرا.

ويوصى بتريدوفتش وهارديك بعدم استخدام طرق المقارنات المتعددة إذا كان حجم المجموعة فى حدود ١٠ أفراد إذا كان الباحث مهتما بمستوى خطأ النوع الثانى أو قوة الاختبار . كما يقل خطأ النوع الثانى إذا كان كانت المجموعات غير متساوية فى الحجم ، ولكنه يزادد فى حالة التجانس أو صغر حجم المجموعات، وكل هذا يؤدى الى ضعف قوة الاختبار.

وفى حالة عدم التجانس وعدم تساوى المجموعات فقد وجدا زيادة فى خطأ النوع الاول وخطأ النوع الثانى ، وكانت طريقة شفيه هى أفضل الطرق . أما طرق (ت) ، ودنكان ، ونيومان كولز فقد كان الخطأ فيها آعلى مما هو متوقع .

أختيار الطريقة المناسبة من طرق المقارنات المتعددة :

من الملاحظ أن مستخدمي طرق المقارنات المتعددة يقعون في حيرة كبيرة عند اختيارهم لطريقة دون الأخرى . ولكننا سوف نقدم مقترحات قد تفيد في هذا الشأن وهي :

١ - تعطي بعض الطرق مستوى عال من النتائج الخاطئة أو مستوى عال من خطأ النوع الأول اكثر من المطلوب مثل طريقتي (ت) ، ودنكان .

كما أن طريقة نيومان كولز تميل للاقتراب من طريقة دنكان . فاذا كان الباحث لا يهتم بمستوى خطأ النوع الاول فيستطيع استخدام أي من هذه الطرق الثلاث ، أو بمعنى آخر إذا كان الباحث يرغب في التوصل لأية فروق بين المجموعات فيمكنه استخدام أي من هذه الطرق (ولتكن دنكان مثلا) .

٢ - إذا كان حجم المجموعة اكبر من ١٥ فيمكن الاختيار بين طريقتي توكي وشفيه وذلك لأن مستوى خطأ الثاني فيهما متقارب (petrinovich & Har-dyck,1969) . وقد أوصى شفيه (Scheffe, 1959) باستخدام طريقة توكي في حالة عدم وجود فروق دالة من طريقة شفيه . وبصفة عامة في هذه الحالة يفضل استخدام طريقة توكي لأن طريقة شفيه متحفظة اكثر من اللازم.

٣ - لا تتأثر طريقتي توكي وشفيه كثيراً بالحيد عن الافتراضات الاساسية (الاعتدالية ، والتجانس) أو عدم تساوي المجموعات إلا إذا كانت المجموعات غير متساوية وكان تباين المجموعة الصغيرة اكبر من تباين المجموعة الكبيرة ، عندئذ فلا توجد طريقة تصلح للمقارنات المتعددة ، كما أن تحليل التباين لا يمكن استخدامه بسبب عدم التجانس الواضح . ويكون الحل في هذه الحالة هو تحويل الدرجات أولا باستخدام أحد التحويلات المختلفة قبل اجراء تحليل البيانات .

٤ - إذا كان حجم المجموعة أكبر من ٢٠ وكانت عدد المقارنات بين المتوسطات أقل من عدد المقارنات الممكنة $\left[\frac{ك (ك - ١)}{٢}\right]$ فيفضل استخدام طريقة بونفروني ، لأنها اكثر قوة في هذه الحالة عن طريقتي توكي وشيفه .

٥ - إذا كانت المقارنات بين مجموعات تجريبية ومجموعة ضابطة فيفضل استخدام طريقة ضنت Dunnett لأنها اكثر ملاءمة لهذه الحالة .

مثال (٣) : أجرى باحث دراسة لمقارنة خمس مجموعات من ذوى الاحتياجات الخاصة فى مفهوم الذات وكانت البيانات كما بالجدول (٩ – ٦)

جدول (٩ – ٦)

درجات خمس مجموعات من ذوى الاحتياجات الخاصة في مفهوم الذات

مجموعة (١)	مجموعة (٢)	مجموعة (٣)	مجموعة (٤)	مجموعة (٥)
٧	٥	٧	٦	٤
٥	٧	٤	٨	٣
٤	٨	٣	٩	٥
٣	٦	٢	٧	٣
٦	٩	٣	٦	٢
٣	٤	٥	٧	٥
٥	٧		٨	٤
٦	٦			

١ – نحسب مجموع درجات المجموعات وهى ٣٩ ، ٥٢ ، ٢٤ ، ٥١ ، ٢٦ وكذلك المجموع الكلى = ١٩٢ .

٢ – نحسب مجموع مربعات الدرجات مجـ $س^٢$ = $٧^٢$ + $٥^٢$ + $٤^٢$ + ... + $٤^٢$ + $٤^٢$
= ١١٥٦

٣ – نحسب مجموع المربعات الكلي= مجـ $س^٢$ – $\frac{(\text{مجـ س})^٢}{ن}$

$$= ١١٥٦ - \frac{(١٩٢)^٢}{٣٦} = ١٣٢$$

٤ – نحسب مجموع مربعات المجموعات =

$$\frac{(٣٩)^٢}{٨} + \frac{(٥٢)^٢}{٨} + \frac{(٢٤)^٢}{٦} + \frac{(٥١)^٢}{٧} + \frac{(٢٦)^٢}{٧} - \frac{(١٩٢)^٢}{٣٦}$$

= ٦٨,٢٧

٥ – مجموع مربعات الخطأ = ١٣٢ – ٦٨,٢٧ = ٦٣,٧٣

٦ – نضع البيانات فى جدول تحليل التباين ونحسب متوسط المربعات ، وقيمة ف جدول (٩ – ٧)

جدول تحليل التباين الأحادى بين مجموعات ذوى الاحتياجات الخاصة فى مفهوم الذات

مصدر التباين	مجموع المربعات	د.ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
المجموعات	٦٨,٢٧	٤	١٧,٠٦٨	٨,٣٠	دالة عند
الخطأ	٦٣,٧٣	٣١	٢,٠٥٦		مستوى ٠,٠٠١
الكلى	١٣٢	٣٥			

٧ – نوجد قيمة ف الجدولية وهى ف (٤ ، ٣١ ، ٠,٠٠١) = ٤,٧٣ وهى أقل من القيمة المحسوبة فتكون ف (٨,٣٠) دالة عند مستوى ٠,٠٠١ وهى تعنى وجود فروق دالة بين متوسطات المجموعات . وللتأكد من شرط التجانس نحسب

$$\text{نسبة هارتلي} = \frac{\text{التباين الاكبر}}{\text{التباين الاصغر}} = \frac{٣,٢٠}{١,٢٤} = ٢,٥٨$$

بدرجات حرية (٤ ، ٧) وهى غير دالة (لأن F-max= ٨,٤٤) ومن ثم يتحقق فرض التجانس . والآن نحن بصدد اجراء المقارنات المتعددة بين متوسطات المجموعات وهى : ٤,٨٧٥ ، ٦,٥ ، ٤ ، ٧,٢٨٦ ، ٣,٧١٤

وهنا يمكن استخدام طرق دنكان ، أو توكى ، أو شفيه ، أو بونفرونى . واستخدام طريقة دنكان فى حالة رغبة الباحث فى التوصل إلى أيه فروق أما الطرق الثلاث الأخرى فهى مناسبة للمثال المذكور .

وقبل إجراء المقارنات نحسب الخطأ المعياري = $\sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{ن}}}$

ولأن المجموعات مختلفة فنوجد الوسط التوافقى لاحجام المجموعات وهو

$$\tilde{\text{ن}} = \text{ك} \div \left(\frac{١}{\text{ن}_١} + \frac{١}{\text{ن}_٢} + \frac{١}{\text{ن}_٣} + \frac{١}{\text{ن}_٤} + \frac{١}{\text{ن}_٥} \right)$$

$$= ٥ \div \left(\frac{١}{٨} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{٧} + \frac{١}{٧} \right)$$

$$= ٥ \div ٠,٧٠٢ = ٧,١٢$$

$$\text{والخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{٢,٠٥٦}{٧,١٢}} = ٠,٥٣٧$$

$$\left(\text{لاحظ أن عدد المقارنات الممكنة} = \frac{٥ \times ٤}{٢} = ١٠ \text{ مقارنات} \right)$$

وإذا إستخدمنا طريقة دنكان فانها تتطلب أربع خطوات

مدى دنكان للخطوة الاولى = $\pm D$ (٥ ، ٣١ ، ٠,٠٥) × الخطأ المعيارى

= $\pm$ ٣,٢٠ × ٠,٥٣٧ = $\pm$ ١,٧٢

مدى دنكان للخطوة الثانية = $\pm D$(٤ ، ٣١ ، ٠,٠٥) × ٠,٥٣٧

= $\pm$ ٣,١٢ × ٠,٥٣٧ = $\pm$ ١٦٧٥

مدى دنكان للخطوة الثالثة = $\pm D$ (٣ ، ٣١ ، ٠,٠٥) × ٠,٥٣٧

= $\pm$ ٣,٠٤ × .،٥٣٧ = $\pm$ ١,٦٣٢

مدى دنكان للخطوة الرابعة = $D\pm$ (٢ ، ٣١ ٠,٠٥) × ٠,٥٣٧

= $\pm$ ٢,٨٩ × ٠,٥٣٧ = $\pm$ ١,٥٥٢

ثم نقارن هذه القيم مع فروق المتوسطات وسوف نوضح ذلك بعد اجراء طرق المقارنات الآخرى.

وإذا إستخدمنا طريقة توكى فان

مدى توكى = $\pm q_{(٥ ، ٣١ ، ٠,٠٥)}$ × الخطأ المعيارى

= $\pm$٤,٠٩٤ × ٠,٥٣٧ = $\pm$ ٢,١٩٨

وباستخدام طريقة شفيه فان المدي =

$$\pm \sqrt{(\text{ك} - ١)\ \text{ف الجدولية} \times \frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times ٢}{\text{ن}}}$$

$$= \pm \sqrt{(٥ - ١) \times ٢,٦٨ \times \frac{٢,٠٥٦ \times ٢}{٧,١٢}} = \pm ٢,٤٨٨$$

أما طريقة بونفروني فان المدي =

$$= \pm \text{ت} (٥ ، ٣١ ، ٠,٠٠٥) \times \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times ٢}{\text{ن}}}$$

$$= \pm ٣,٠٢٣ \times \sqrt{\frac{٢,٠٥٦ \times ٢}{٧,١٢}}$$

$$= \pm ٣,٠٢٣ \times ٠,٥٧٨$$

$$= \pm ١,٧٤٧$$

جدول (٩ – ٨) نتائج فروق المتوسطات وطرق المقارنات المتعددة

	المتوسطات					الطريقة			
	م٥	م٣	م١	م٢	م٤	دنكان	توكي	شفيه	بونفروني
م٥ ٣,٧١٤	—	٠,٢٨٦	١,١٦١	٢,٧٨٦	٣,٥٧٢	١,٧٢٠	٢,١٩٨	٢,٤٨٨	١,٧٤٧
م٣ ٤,٠٠		—	٠,٨٧٥	٢,٥٠	٣,٢٨٦	١,٦٧٥			
م١ ٤,٨٧٥			—	١,٦٢٥	٢,٤١١	١,٦٣٢			
م٢ ٦,٥				—	٠,٧٨٦	١,٥٥٢			
م٤ ٧,٢٨٦					—				

ويتضح من النتائج أن طريقة دنكان أسفرت عن وجود فروق دالة عند مستوى ٠,٠٥ بين أزواج المتوسطات التالية : (م٥ ، م٣) ، (م٥ ، م٤) ، (م٣ ، م٢) ، (م٣ ، م٤) ، (م٢ ، م١) واتفقت معها طريقة بونفروني ويرجع السبب في أننا استخدمنا بونفروني لجميع المقارنات الممكنة وليس هذا هو المتبع مع طريقة بونفروني فهي تستخدم في حالة ما إذا كان عدد المقارنات المطلوبة أقل من المقارنات الممكنة.

وقد توصلت طريقة توكي الى نفس نتائج دنكان بينما إختلفت عنها طريقة شفيه في مقارنة واحدة غير دالة وهي (م١ ، م٤)

وبالطبع من المفضل في هذا المثال استخدام توكي أو شفيه

أما حجم التأثير للمتغير المستقل على المتغير التابع فيمكن حسابه باستخدام مربع إيتا أو مربع أو ميجا (السابق ذكرهما) .

$$\text{مربع ايتا} = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (\text{ك} - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلي}}$$

$$= \frac{٦٨,٢٧ - (٥ - ١)(٢,٠٥٦)}{١٣٢} = ٠,٤٥٥$$

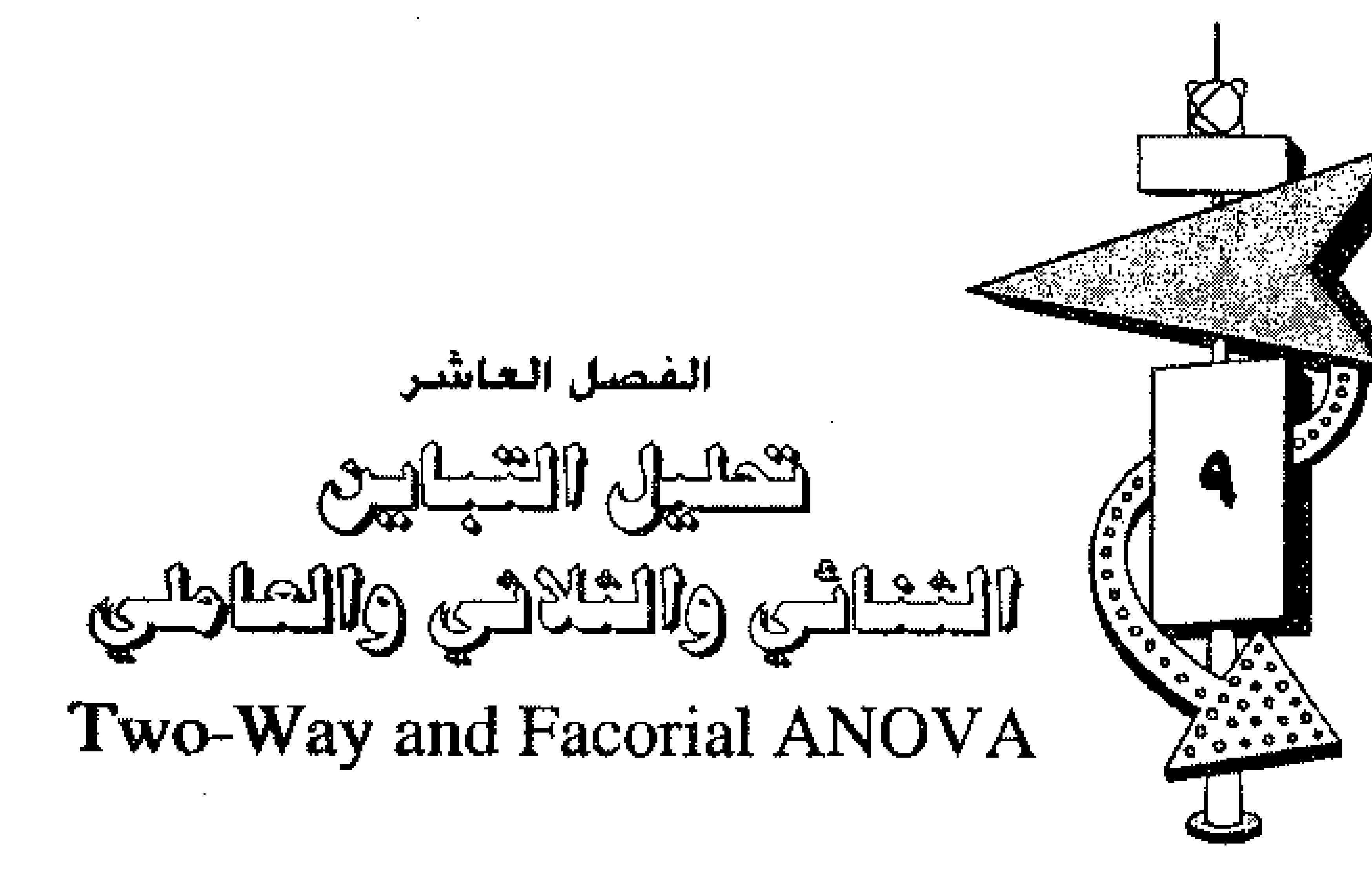
وهي تعني أن ٤٥,٥ ٪ من تباين المتغير التابع (مفهوم الذات) يرجع الى المتغير المستقل (الانتماء للمجموعات) ، وهي تدل على حجم تأثير مرتفع .

$$\text{أما مربع أوميجا} = \frac{(\text{ك} - ١)(\text{ف} - ١)}{\text{ن} + (\text{ك} - ١)(\text{ف} - ١)}$$

$$= \frac{(٥ - ١)(٨,٣٠ - ١)}{٣٦ + (٥ - ١)(٨,٣٠ - ١)} = ٠,٤٤٨$$

وتعني أن ٤٤,٨ ٪ من تباين المتغير التابع يرجع الى المتغير المستقل ، وتدل على حجم تأثير مرتفع.





الفصل العاشر

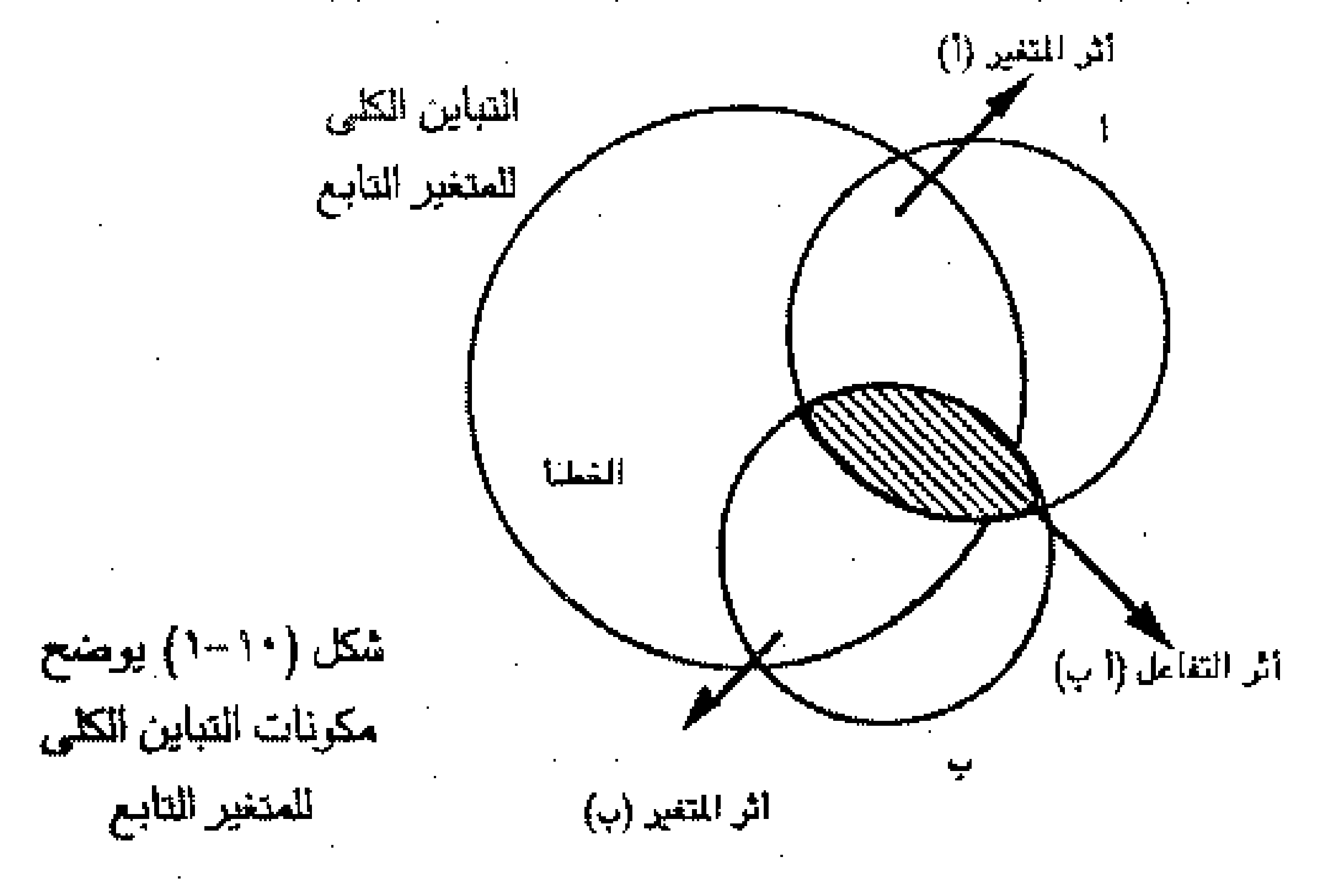
تحليل التباين الثنائي والثلاثي والعاملي

Two-Way and Facorial ANOVA

الفصل العاشر
تحليل التباين الثنائي والثلاثي والعاملي

يستخدم تحليل التباين الآحادى فى تحليل بيانات متغير مستقل واحد ومتغير تابع. ويكون المتغير المستقل متغيراً تصنيفياً يتضمن مستويين (مجموعتين) أو أكثر، ويتم اجراء التحليل لبحث الفروق بين متوسطات درجات المجموعات فى المتغير التابع. وبمعنى آخر يكون الاهتمام بدراسة العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع.

أما تحليل التباين الثنائى Two- Way Anova فيستخدم فى تحليل بيانات متغرين مستقلين (أ ، ب مثلا) بكل منهما مستويين (أو مجموعتين) على الاقل، ومتغير تابع . ويكون الاهتمام ببحث الفروق بين متوسطات درجات مجموعات كل متغير مستقل والذى يطلق عليه اسم الأثر الأساسى Main effet على المتغير التابع، بالاضافة الى بحث أثر التفاعل بين المتغيرين المستقلين (أ ب) على المتغير التابع. وهنا ينقسم تباين المتغير التابع الى أربعة أقسام : وتباين يرجع للمتغير المستقل أ ، وتباين يرجع للمتغير المستقل ب ، وتباين يرجع للتفاعل بين المتغيرين المستقلين (أ ب) ، وأخيرا تباين الخطأ (شكل ١٠ - ١) .



شكل (١٠-١) يوضح مكونات التباين الكلى للمتغير التابع

وافتراضات تحليل التباين الثنائي هي نفس افتراضات تحليل التباين الاحادى وهى : العشوائية ، والاستقلالية في اختيار المجموعات ، والتوزيع الاعتدالي لدرجات المتغير التابع ، وتجانس المجموعات .

ويوجد فى تحليل التباين الاحادى فرض صفرى واحد عن تساوى متوسطات المجموعات ،أما فى تحليل التباين الثنائي فتوجد ثلاثة فروض صفرية: فرض صفرى للمتغير المستقل (أ) ، وآخر للمتغير المستقل (ب) ، وثالث للتفاعل بين المتغيرين المستقلين .

والمفهوم الجديد فى تحليل التباين الثنائي (والثلاثي أيضا) هو مفهوم التفاعل بين المتغيرين المستقلين وهو تفاعل ثنائي.

التفـــاعل : Interaction

يحدث التفاعل بين متغيرين مستقلين عندما يكون أثر مستويات المتغير المستقل (أ) غير متسق مع مستويات المتغير المستقل (ب) . بمعنى أنه إذا كان لدينا برنامجين للعلاج النفسي ، وكان أحدهما فعالا مع الذكور والثاني فعالاً مع الاناث ، فهنا يوجد تفاعل بين البرامج وجنس المريض .

أي أن التفاعل يحدث عندما يكون تأثير أحد المتغيرين المستقلين معتمداً على مستويات المتغير المستقل الثاني .

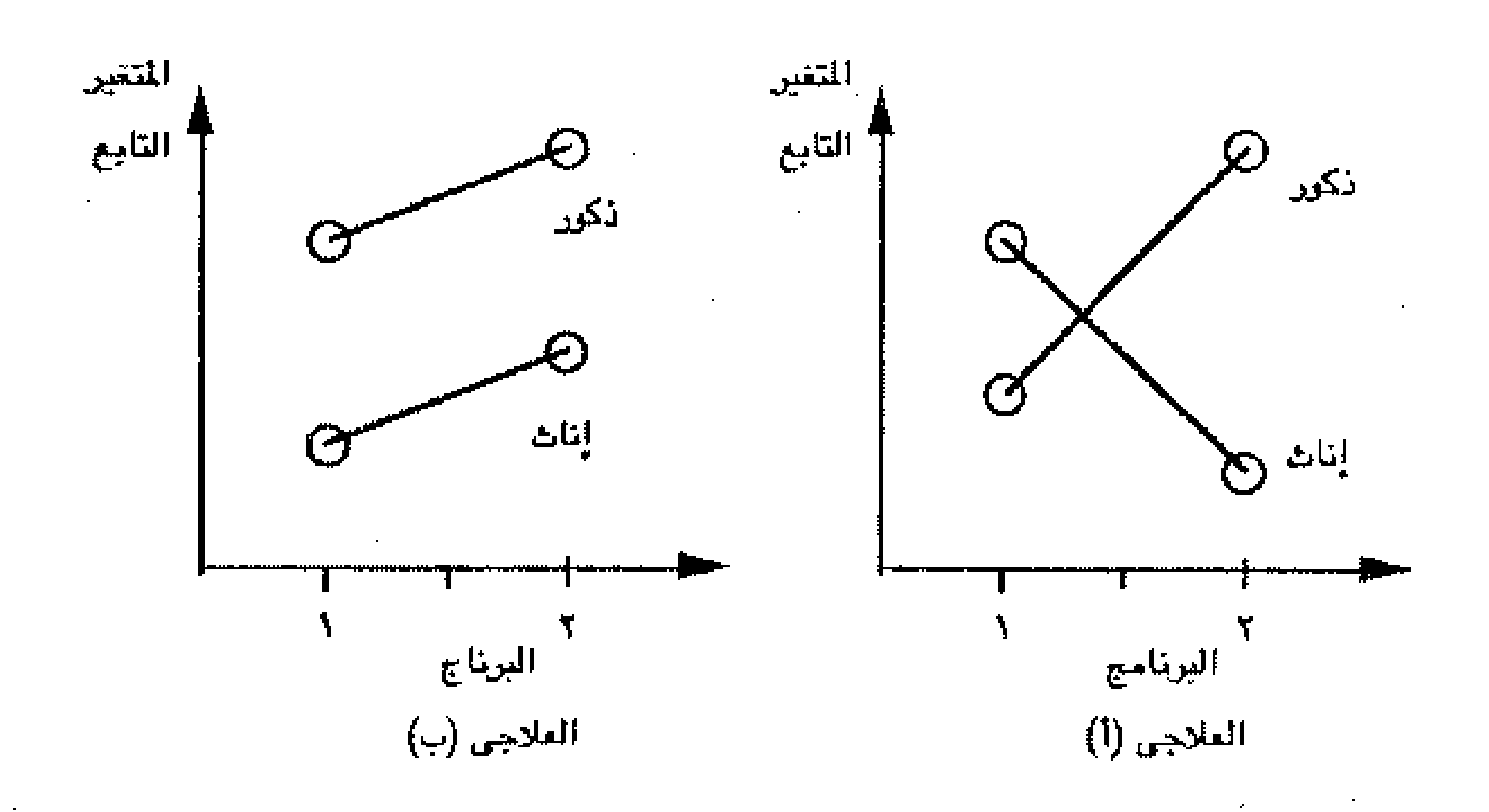
ويدل التفاعل على الأثر المشترك للمتغيرين المستقلين على المتغير التابع والذي لايمكن معرفته من الأثر الاساسي لكل متغير مستقل بفرده . ويتطلب تحليل التفاعل مقارنة الفروق بين متوسطات الخلايا وليس الاثر الاساسى (Kiess, 1989 : 358)

وعند وجود تفاعل ثنائي دال فان هذا يعني أن أثر كل متغير مستقل يختلف باختلاف مستويات المتغير المستقل الثاني ، وبالتالي يصعب تفسير الأثر الاساسي للمتغير المستقل بمعزل عن تفسير التفاعل.

ويستلزم التفسير هنا رسم بياني أو توضيحي لمتوسطات الخلايا المرتبطة بمستويات كل متغير مستقل .أما إذا كان التفاعل غير دال فيكون الأمر سهلا ويتم تفسير أثر كل متغير مستقل على وحده (Kiess, 1989:374) .

ويوضح التفاعل المدى الذي يعتمد فيه أثر متغير مستقل على مستويات

المتغير المستقل الثانى . وإذا مثلنا التفاعل بيانيا باستخدام متوسطات الخلايا للمثال المذكور عن البرامج العلاجية للمرضى (شكل ١٠ – ٢) فقد يكون هناك تفاعلا بين المتغيرين المستقلين إذا تقاطع خطى مستويى متغير الجنس للبرنامجين .



شكل (١٠ – ٢) التفاعل بين البرامج العلاجية والجنس

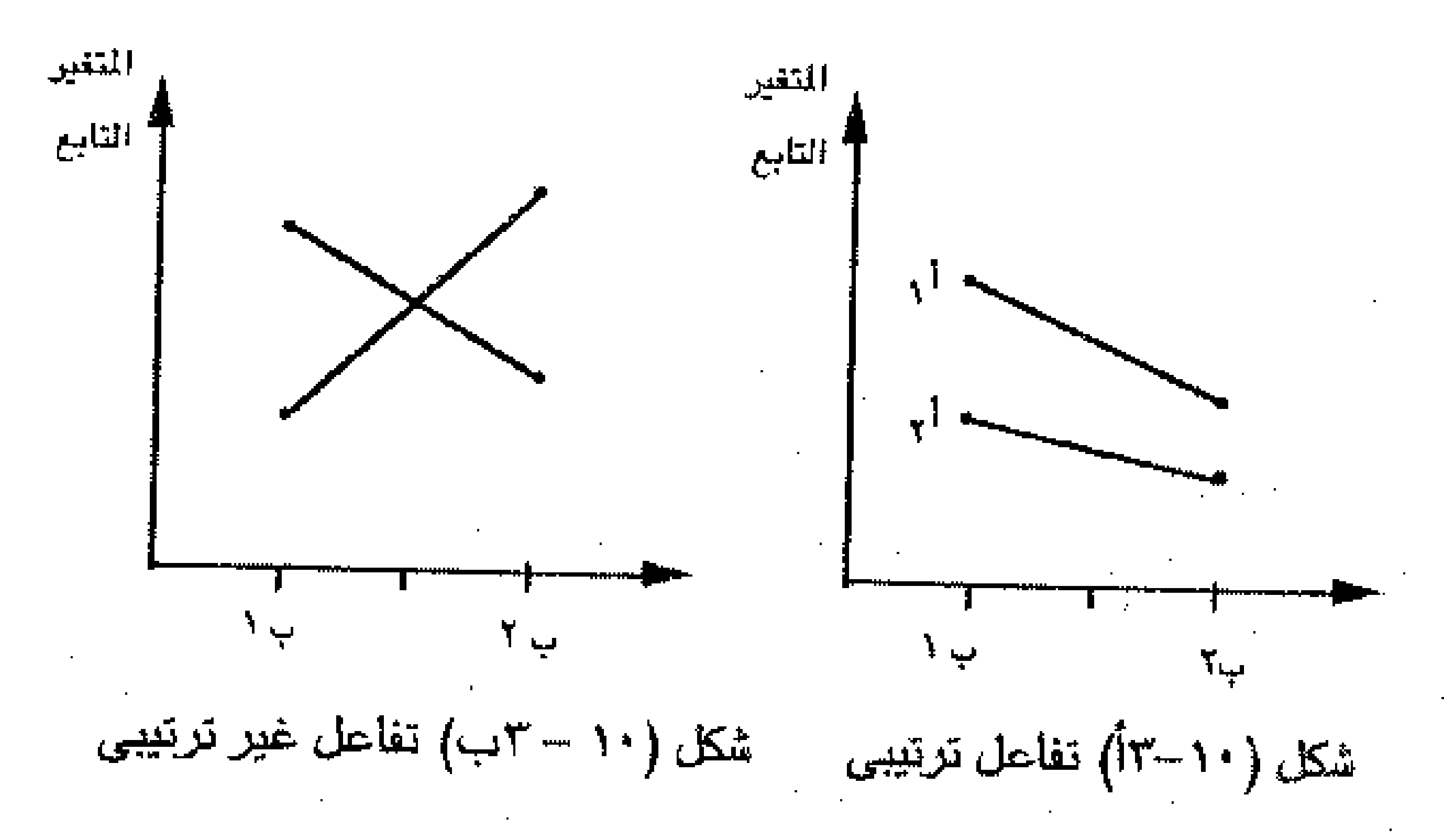
ويوضح الشكل (١٠ – ٢ أ) إختلاف نتيجة برنامجى العلاج باختلاف جنس المرضى ، ويدل ذلك على وجود تفاعل بين البرامج والجنس.

أما الشكل (١٠ – ٢ ب) فيتضح أن نتيجة البرنامجين متشابهة للجنسين حيث يبدو أن البرنامج الثانى أفضل من الأول للذكور والاناث ، ولذلك نجد أن مستويى الجنس (ذكور ، إناث) متوازيان . وعليه فان توازى الخطوط يدل على عدم وجود تفاعل (Ferguson & Takate, 1989: 278)

وقد لا يكون التوازى صحيحا فى الواقع ، فقد يبتعد الخطين قليلا عن التوازى ، وهذا الحيد عن التوازى يقدر جزئيا بنسبة من أخطاء المعاينة . ودرجة الحيد عن التوازى تقاس من مجموع مربعات التفاعل ، ويكون مجموع هذه المربعات مساويا للصفر فى حالة التوازى التام ، واكبر من الصفر فى حالة عدم التوازى . فاذا قسمنا مجموع مربعات التفاعل على درجات الحرية ينتج متوسط مربعات التفاعل . ويقل هذا المتوسط بالنسبة الى خطأ المعاينة (متوسط مربعات الخطأ) فى حالة غياب التفاعل . أما إذا كان مرتفعا عن خطأ المعاينة فيدل على وجود تفاعل .

كما أن مجموع مربعات التفاعل هو مجموع مربعات انحرافات متوسطات الخلايا عن المتوسط العام مقارنة مع مجموع مربعات كل متغير من المتغيرين المستقلين . فاذا تساوى مجموع مربعات الخلايا مع مجموع مربعات المتغرين المستقلين فلا يوجد تفاعل ، أما إذا كان اكبر منهما فيوجد تفاعل (Ferguson & Takane,1989 :279)

وهناك نوعان من التفاعل ترتيبي Ordinal وغير ترتيبي Disordinal (GLASS & STANLEY, 1970 : 410 - 411) و التفاعل الترتيبي هو التفاعل الذي يظل فيه ترتيب متوسط درجات مستويات أحد المتغيرين المستقلين كما هو لكل فئة من فئات المتغير الثاني ، فاذا كان لدينا متغيرين مستقلين أ ، ب ولكل منهما مستويين ، فان وضع أ١ ، أ٢ في حالة ب١ يظل كما هو في حالة ب٢ ، ونفس الشئ وضع ب١ ، ب٢ يظل كما هو في حالة أ١ أو أ٢ . فاذا كانت أ١ اكبر من أ٢ عند المستوى ب١ فان أ١ تكون اكبر من أ٢ عند المستوى ب٢ أيضا (شكل ١٠ – ٣ أ) .



شكل (١٠–٣أ) تفاعل ترتيبي   شكل (١٠ – ٣ب) تفاعل غير ترتيبي

أما التفاعل غير الترتيبي فهو الذي يتغير فيه ترتيب متوسط درجات مستويات أحد المتغيرين المستقلين لكل فئة من فئات المتغير المستقل الثاني . ويتضح من الشكل (١٠ – ٣ ب) أن متوسط درجات أ١ عند المستوى ب١ يختلف عنه عند ب٢ ، وكذلك متوسط درجات أ٢ عند ب١ ، ب٢ ، مما يؤدى الى تقاطع خطي المتوسطين .

ومعنى هذا أنه في التفاعل غير الترتيبي تتقاطع الخطوط البيانية للمتوسطات أما في التفاعل الترتيبي فلا يحدث تقاطع . وبالطبع في حالة عدم

وجـود تفاعـــل يكون الخطان متوازيين كما ذكرنا سابقا (Glass & Stanley,1970 : 408)

خطوات تحليل التباين الثنائي :

يتم اجراء تحليل التباين الثنائي باتباع خطوات مشابهة لتلك المستخدمة في تحليل التباين الاحادي باستثناء الخطوات المتعلقة بحساب التفاعل الثنائي . فاذا كان لدينا متغيرين مستقلين (أ ، ب) ومتغير تابع فاننا نتبع الخطوات التالية لتحليل التباين الثنائي :

١ – إيجاد مجموع درجات مجموعات المتغير المستقل الاول

٢ – حساب مجموع درجات المتغير المستقل الثاني

٣ – حساب مجموع درجات كل خلية ، والمجموع الكلي (مجـ س) .

٤ – حساب مجموع مربعات الدرجات (مجـ $س^2$)

٥ – استخدام ناتج الخطوتين ٣ ، ٤ في حساب مجموع المربعات الكلي

$$= مجـ س^2 - \frac{(مجـ س)^2}{ن}$$

٦ – حساب مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الاول.

٧ – حساب مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الثاني .

٨ – حساب مجموع مربعات الخلايا (المتغير المستقل الأول × المتغير المستقل الثاني)

٩ – نوجد مجموع مربعات التفاعل = مجموع مربعات الخلايا – مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الاول – مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الثاني

١٠ – نوجد مجموع مربعات الخطأ = مجموع مربعات الكلي –مجموع مربعات الخلايا .

١١ – نكون جدول تحليل التباين ونحسب متوسط مربعات التباين

١٢ – نحسب النسبة الفائية للمتغيرين المستقلين والتفاعل بقسمة متوسط مربعات كل منها على متوسط مربعات الخطأ.

١٣ – تقارن النسب الفائية المحسوبة بما يقابلها من جدول توزيع ف بدرجات الحرية المناسبة ومستوى الدلالة المطلوب . وإذا وجدت فروق دالة لأحد المتغيرين المستقلين أو كليهما نجري المقارنات المتعددة بين المتوسطات

مثال (١) : أجرى باحث دراسة لتوعية أربع مجموعات من العاملين والطلبة عن الحقوق السياسية للمرأة ويوضح الجدول التالى بيانات الدراسة

جدول (١٠ – ١)

النوع	مجـ ١(معلمون)		مجـ ٢(موظفون)		مجـ ٣(عمال)		مجـ ٤(طلبة)	
ذكور	٩	١٤	١٥	٩	١٢	١٠	١٥	١٦
	١٢	٧	١٠	١٢	١٣	١٤	١٤	١٥
	٨	٦	١٤	٨	١٥		١٧	
إناث	٨	١٤	١٢	٧	١٢	٨	١٨	١٦
	٧	١٠	١١	١٥	٩	٧	١٥	١٤
	١٢	٩	٩	٩	١٠		١٣	

ويتضح من البيانات وجود متغيرين مستقلين هما : النوع (الجنس) ، والمجموعة ، ولإجراء التحليل نقوم بحساب مجموع الدرجات والمربعات المذكورة فى الخطوات الاربع الاولى ونضعها فى جدول (١٠ – ٢) التالى

جدول (١٠ – ٢)

النوع	المجموعة	مجـ ١	مجـ ٢	مجـ ٣	مجـ ٤	المجموع الكلى
ذكور	ن	٦	٦	٥	٥	٢٢
	مجـ س	٥٦	٦٨	٦٤	٧٧	٢٦٥
إناث	ن	٦	٦	٥	٥	٢٢
	مجـ س	٦٠	٦٣	٤٦	٧٦	٢٤٥
المجموع الكلى	ن	١٢	١٢	١٠	١٠	٤٤
	مجـ س	١١٦	١٣١	١١٠	١٥٣	٥١٠
	مجـ $س^2$	١٢٠٤	١٥١١	١٢٧٢	٢٣٦١	٦٣٤٨

ولاختبار فرض تجانس الجنسين فإن :

$$ف = \frac{١٠,١٤}{٩,٨٥} = ١,٠٣$$ وهي غير دالة

أما تجانس المجموعات فإن :

$$ف = \frac{\text{اكبر تباين}}{\text{اصغر تباين}} = \frac{٧,٥٤}{٢,٢٣} = ٣,٣٨$$ بدرجات حرية (٤ ، ١٢)

حيث ف Max = ٤,٧٩

ومن ثم تم يتحقق فرض التجانس للمجموعات

٥ - مجموع المربعات الكلي = $مجـ س^{٢} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن}$

$$= ٦٣٤٨ - \frac{(٥١٠)^{٢}}{٤٤}$$

$$= ٤٣٦,٦٤$$

بدرجات حرية = ن - ١ = ٤٤ - ١ = ٤٣

٦ - مجموع مربعات النوع = $\frac{(مجـ س_{١})^{٢}}{ن_{١}} + \frac{(مجـ س_{٢})^{٢}}{ن_{٢}} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن}$

حيث ($ن_{١}$ ، مجـ $س_{١}$) للذكور ، ($ن_{٢}$ ، مجـ $س_{٢}$) للاناث بينما ن ، مجـ س هى للمجموع الكلى .

مجموع مربعات النوع = $\frac{(٢٦٥)^{٢}}{٢٢} + \frac{(٢٤٥)^{٢}}{٢٢} - \frac{(٥١٠)^{٢}}{٤٤}$

$$= ٣١٩٢,٠٤٥ + ٢٧٢٨,٤٠٩ - ٥٩١١,٣٦٤$$

= ٩,٠٩ بدرجة حرية = ٢ - ١ = ١

$$\text{٧ – مجموع مربعات المجموعات} = \frac{(\text{مجـ س}_1)^2}{ن_1} + \frac{(\text{مجـ س}_2)^2}{ن_2}$$

$$+ \frac{(\text{مجـ س}_3)^2}{ن_3} + \frac{(\text{مجـ س}_4)^2}{ن_4} - \frac{(\text{مجـ س})^2}{ن}$$

(لاحظ أن $ن_1$ ، $ن_2$ ، $ن_3$ ، $ن_4$ هي أحـجـام المجـمـوعـات الأربع ، بينمـا

مجـ $س_1$ ، مجـ $س_2$ ، مجـ $س_3$ ، مجـ $س_4$ هي مجموع درجات المجموعات)

$$\text{مجموع مربعات المجموعات} = \frac{(١١٦)^2}{١٢} + \frac{(١٣١)^2}{١٢} + \frac{(١١٠)^2}{١٠}$$

$$+ \frac{(١٥٣)^2}{١٠} - \frac{(٥١٠)^2}{٤٤}$$

= ١١٢١,٣٣ + ١٤٣٠,٠٨ + ١٢١٠ + ٢٣٤٠,٩ – ٥٩١١,٣٦

= ١٩٠,٩٥ بدرجات حرية = ٤ – ١ = ٣

$$\text{٨ – مجموع مربعات الخلايا} = \frac{(\text{مجـ س}_1)^2}{ن_1} + \frac{(\text{مجـ س}_2)^2}{ن_2}$$

$$+ \ldots\ldots + \frac{(\text{مجـ س}_8)^2}{ن_8} - \frac{(\text{مجـ س})^2}{ن}$$

لاحظ أن $ن_1$ ، $ن_2$ ، .... ، $ن_8$ هى أعداد الافراد فى كل خلية كما أن

مجـ $س_1$ ، مجـ $س_2$ ، ...... ، مجـ $س_8$ هى مجموع درجات الافراد فى كل خلية

$$\text{مجموع مربعات الخلايا} = \frac{(٥٦)^2}{٦} + \frac{(٦٨)^2}{٦} + \frac{(٦٤)^2}{٥} + \frac{(٧٧)^2}{٥}$$

$$+ \frac{(٦٠)^2}{٦} + \frac{(٦٣)^2}{٦} + \frac{(٤٦)^2}{٥} + \frac{(٧٦)^2}{٥} - \frac{(٥١٠)^2}{٤٤}$$

= ٥٢٢,٦٧ + ٧٧٠,٦٧ + ٨١٩,٢ + ١١٨٥,٨ + ٦٠٠ + ٦٦١,٥ + ٤٢٣,٢

+ ١١٥٥,٢ − ٥٩١١,٣٦

= ٦١٣٨,٢٤ − ٥٩١١,٣٦ = ٢٢٦,٨٨ بدرجات حرية = ٨ − ١ = ٧

٩ – مجموع مربعات التفاعل = مجموع مربعات الخلايا – مجموع مربعات النوع – مجموع مربعات المجموعات

= ٢٢٦,٨٨ − ٩,٠٩٠ − ١٩٠,٩٥

= ٢٦,٨٤

بدرجات حرية = د ح للنوع × دح للمجموعات = ١ × ٣ = ٣

١٠ – مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلى – مجموع مربعات الخلايا

= ٤٣٦,٦٤ − ٢٢٦,٨٨

= ٢٠٩,٧٦

بدرجات حرية = د ح الكلية – دح الخلايا = ٤٣ − ٧ = ٣٦

١١ – نضع مجموع المربعات لكل مصدر فى جدول تحليل التباين الثنائى ثم نحسب متوسط مربعات النوع والمجموعات والتفاعل.

١٢ – نحسب قيمة ف لكل من النوع والمجموعات والتفاعل بينهما بقسمة متوسط مربعات كل منها على متوسط مربعات الخطاء ، فتكون قيم ف هى ١,٥٦ ، ١٠,٩٢ ، ١,٥٤ على الترتيب .

جدول (١٠ – ٣)

تحليل التباين الثنائي (النوع × المجموعات) في درجات الاتجاه نحو الحقوق السياسية للمرأة .

مصـــدر التبـــاين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
النوع	٩,٠٩	١	٩,٠٩	١,٥٦	غير دال
المجموعات	١٩٠,٩٥	٣	٦٣,٦٥	١٠,٩٢	دال عند ٠,٠٠١
التفاعل (النوع × المجموعات)	٢٦,٨٤	٣	٨,٩٥	١,٥٤	غير دال
الخطأ	٢٠٩,٧٦	٣٦	٥,٨٣		
الكلي	٤٣٦,٦٤	٤٣			

١٣ – نقارن قيم ف المحسوبة بالقيم الجدولية ، حيث قيم ف الجدولية هي : للنوع ف $_{(١ ، ٣٦ ، ٠,٠٥)}$ = ٤,١٣ وهي اكبر من القيمة المحسوبة (١.٥٦) و للمجموعات ف $_{(٣ ، ٣٦ ، ٠,٠٥)}$ = ٢,٨٨ وهي أقل من القيمة المحسوبة (١٠.٥٢) . وعليه فاننا نستخرج ف الجدولية عند مستوى ٠,٠١ وهي :

ف $_{(٣ ، ٣٦ ، ٠,٠١)}$ = ٤,٤٠ وهي أقل من القيمة المحسوبة أيضا

فاذا توافرت جداول ف عند مستوى دلالة ٠,٠٠١ فاننا نستخرج قيمة

ف $_{(٣ ، ٣٦ ، ٠,٠٠١)}$ وهي تساوي ٦,٧٨٠ وبالطبع من النادر توافر جداول ف عند مستوى ٠,٠٠١ .

أما قيمة ف الجدولية للتفاعل فإننا نكتفي بقيمة ف $_{(٣ ، ٣٦ ، ٠,٠١)}$ لأنها اكبر من ف المحسوبة للتفاعل.

ونستنتج من جدول (١٠ – ٣) عدم وجود فرق دال بين الجنسين ، وجود فروق دالة بين المجموعات عند مستوى ٠,٠٠١ ، وعدم وجود تفاعل دال ، وهذا يسهل عملية التفسير . أما فى حالة وجود تفاعل دال فاننا نبحث عن متوسطات الخلايا ومتوسطات كل مجموعة من المجموعات ولكل من الجنسين حتى يمكن تفسير التفاعل ويتطلب هذا أيضا رسم شكل بيانى لمتوسطات الخلايا .

ولكن فى هذا المثال فلا يوجد تفاعل دال فيكون أمامنا فقط تفسير الفروق الموجودة بين مجموعات المتغير المستقل الثانى (المجموعات) حيث لا يوجد فرق دال بين الجنسين .

ولبحث الفروق بين المجموعات نجرى اختبار للمقارنات المتعددة بين متوسطات المجموعات باستخدام إحدى طرق المقارنات المتعددة ولتكن طريقة شفيه مثلا .

$$\text{مدى شفيه} = \sqrt{\frac{(\text{ك} - ١) \times \text{ف} \times \text{متوسط مربعات الخطأ} \times ٢}{\text{ن}}}$$

$$= \sqrt{\frac{(٤ - ١) \times ٢,٨٨ \times ٥,٨٣ \times ٢}{١٠,٩١}}$$

حيث ١٠,٩١ هي الوسط التوافقى لاحجام المجموعات (١٢ ، ١٢ ، ١٠ ، ١٠)

$\text{مدى شفيه} = \sqrt{٩,٢٣٤} = ٣,٠٤$.

ثم نكون جدول الفروق بين متوسطات المجموعات الاربع ونقارنها بمدى شفيه

جدول (١٠ – ٤)

الفروق بين المتوسطات ومدى شفيه

المتوسط	م١	م٢	م٣	م٤	مدى شفيه
م١ (٩,٦٧)	—	١,٢٥	١,٣٣	٥,٦٣	٣,٠٤
م٢ (١٠,٩٢)		—	٠,٠٨	٤,٣٨	
م٣ (١١)			—	٤,٣٠	
م٤ (١٥,٣)				—	

ويتضح من جدول فروق المتوسطات ومقارنتها بمدى شفيه أنه : توجد فروق دالة عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسط المجموعة الرابعة وبين كل من متوسطات المجموعات الأولى والثانية والثالثة . أى أن البرنامج اكثر فعالية مع مجموعة الطلبة عن مجموعات المعلمين والموظفين والعمال بسمتوى دلاله ٠,٠٥ .
وحجم التأثير (تأثير المجموعات على التوعية بالحقوق السياسية للمرأة) هو :

$$\text{مربع إيتا} = \frac{\text{مجـ مربعات المجموعات} - (\text{ك} - 1)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجـ المربعات الكلى}}$$

$$= \frac{190.95 - (4 - 1) \times 5.83}{436.64} = \frac{173.46}{436.64} = 0.397$$

وتعنى أن ٣٩,٧ ٪ من التباين فى المتغير التابع يرجع الى المتغير المستقل (المجموعات) وهى تدل على حجم تأثير مرتفع

وكذلك مربع أوميجا للمجموعات =

$$\frac{(\text{ك}_2 - 1)(\text{ف}_2 - 1)}{(\text{ك}_2 - 1)(\text{ف}_2 - 1) + (\text{ك}_1 - 1)(\text{ف}_1 - 1) + (\text{ك}_1 - 1)(\text{ك}_2 - 1)(\text{ف}_{21} - 1) + \text{ن}}$$

حيث ك_1 عدد مجموعات المتغير المستقل الاول ، ف_1 قيمة المقابلة له

ك_2 عدد مجموعات المتغير المستقل الثانى ، ف_2 قيمة المقابلة له.

$\text{ف}_{1\,2}$ هى قيمة ف للتفاعل.

أو مربع أوميجا للمجموعات =

$$\frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (\text{ك}_2 - 1)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلى} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$= \frac{190.95 - (4 - 1)\,5.83}{436.64 + 5.83} = \frac{173.46}{442.47} = 0.392$$

وتعني أن ٣٩,٢ من تباين المتغير التابع (الاتجاه نحو الحقوق السياسية للمرأة) يرجع الى المجموعات. وهي تدل على حجم تأثير مرتفع.

ويمكن حساب حجم التأثير لمتغير النوع وللتفاعل أيضا إلا أن عدم دلالة أي منهما تحول دون حساب حجم التأثيرلهما .

مثال (٢) : أجرى باحث دراسة عن الفروق بين المستويات الاقتصادية في التوافق الأسرى للمتزوجين ذوى التعليم العالي والثانوي.

جدول (١٠ – ٥)

درجات التوافق الاسرى حسب نوع التعليم والمستوى الاقتصادى

م. اقتصادى / التعليم	مرتفـــع	متوسط	منخفض
تعليم عالى	١٣ ١٠ ١٠ ١١ ٨ ٩ ١٢	١٤ ١٠ ١١ ١٣ ١٠	٥ ٨ ٧ ٩ ٨ ٧
تعليم ثانوى	١٢ ٨ ١٥ ١٠ ١٢ ١٠ ٩ ١٤	١٢ ٧ ٨ ٨ ٩ ٨	١٠ ٦ ٨ ٧ ٧

ولتحليل البيانات نقوم باجراء التجميع الاولي للدرجات في كل خلية ولمجموعات المستوى الاقتصادى ، ونوع التعليم ، وكذلك المجموع الكلي للدرجات (مجـ س) ومجموع المربعات (مجـ س^{2}) ونضعهم في جدول (١٠ – ٦).

جدول (١٠ – ٦)

المستوى / التعليم		مرتفع	متوسط	منخفض	المجموع الكلى
تعليم عالى	ن	٧	٥	٦	١٨
	مجـ س	٧٣	٥٨	٤٤	١٧٥
تعليم ثانوى	ن	٨	٦	٥	١٩
	مجـ س	٩٠	٥٢	٣٨	١٨٠
المجموع الكلى	ن	١٥	١١	١١	٣٧
	مجـ س	١٦٣	١١٠	٨٢	٣٥٥
	مجـ س^{2}	١٨٣٣	١١٥٢	٦٣٠	٣٦١٥

ولاختبار فرض تجانس مجموعتي التعليم فان :

$$ف = \frac{٦,٢٦}{٥,٦٢} = ١,١١$$

أما تجانس مجموعات المستوى الاقتصادي فان :

$$ف = \frac{٥,٢٠}{١,٨٧} = ٢,٧٨$$

بدرجات حرية (٣، ١٥)

$$ف - Max = ٣,٥٤$$

وبالتالي يتحقق فرض تجانس مجموعات المستوى الاقتصادي . ولحساب مجموع المربعات الكلي وأقسامه المختلفة نكمل خطوات تحليل التباين الثنائي

٥ - مجموع المربعات الكلي = $مجـ س^{٢} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن}$

$$= ٣٦١٥ - \frac{(٣٥٥)^{٢}}{٣٧} = ٢٠٨,٩٢$$

٦ - مجموع مربعات نوع التعليم = $\frac{(مجـ س_{١})^{٢}}{ن_{١}} + \frac{(مجـ س_{٢})^{٢}}{ن_{٢}} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن}$

$$= \frac{(١٧٥)^{٢}}{١٨} + \frac{(١٨٠)^{٢}}{١٩} - \frac{(٣٥٥)^{٢}}{٣٧}$$

$$= ١٧٠١,٣٩ + ١٧٠٥,٢٦ - ٣٤٠٦,٠٨ = ٠,٥٧$$

٧ - مجموع مربعات مجموعات المستوى الاقتصادي =

$$\frac{(مجـ س_{١})^{٢}}{ن_{١}} + \frac{(مجـ س_{٢})^{٢}}{ن_{٢}} + \frac{(مجـ س_{٣})^{٢}}{ن_{٣}} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن}$$

حيث ($ن_١$ ، $ن_٢$ ، $ن_٣$) هي أحجام مجموعات المستوى الاقتصادي ، (مجـ $س_١$ ، مجـ $س_٢$ ، مجـ $س_٣$) مجموع درجات كل مستوى من المستويات الاقتصادية الثلاثة .

مجموع مربعات مجموعات المستوى الاقتصادي =

$$\frac{(١٦٣)^٢}{١٥} + \frac{(١١٠)^٢}{١١} + \frac{(٨٢)^٢}{١١} - \frac{(٣٥٥)^٢}{٣٧}$$

$$= ١٧٧١,٢٧ + ١١٠٠ + ٦١١,٢٧ - ٣٤٠٦,٠٨$$

$$= ٧٦,٤٦$$

٨ - مجموع مربعات الخلايا = $\frac{(مجـ\ س_١)^٢}{ن_١} + \frac{(مجـ\ س_٢)^٢}{ن_٢} + \frac{(مجـ\ س_٣)^٢}{ن_٣}$

$$+ \frac{(مجـ\ س_٤)^٢}{ن_٤} + \frac{(مجـ\ س_٥)^٢}{ن_٥} + \frac{(مجـ\ س_٦)^٢}{ن_٦} - \frac{(مجـ\ س)^٢}{ن}$$

حيث ($ن_١$ ، $ن_٢$ ، .... ، $ن_٦$) هي أعداد درجات كل خلية ،

(مجـ $س_١$ ، مجـ $س_٢$ ، .... ، مجـ $س_٦$) هي مجموع درجات الخلايا الست

مجموع مربعات الخلايا = $\frac{(٧٣)^٢}{٧} + \frac{(٥٨)^٢}{٥} + \frac{(٤٤)^٢}{٦}$

$$+ \frac{(٩٠)^٢}{٨} + \frac{(٥٢)^٢}{٦} + \frac{(٣٨)^٢}{٥} - \frac{(٣٥٥)^٢}{٣٧}$$

$$= ٧٦١,٢٩ + ٦٧٢,٨ + ٣٢٢,٦٧ + ١٠١٢,٥$$

$$+ ٤٥٠,٦٧ + ٢٨٨,٨ - ٣٤٠٦,٠٨$$

$$= ٣٥٠٨,٧٣ - ٣٤٠٦,٠٨ = ١٠٢,٦٥$$

٩ - مجموع مربعات التفاعل = مجموع مربعات الخلايا - مجموع مربعات التعليم - مجموع مربعات المستوى الاقتصادى

= ١٠٢,٦٥ - ٠,٥٧ - ٧٦,٤٦

= ٢٥,٦٢

١٠ - مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلى-مجموع مربعات الخلايا

= ٢٠٨,٩٢ - ١٠٢,٦٥

= ١٠٦,٢٧

ثم نضع مجموع المربعات وأقسامه المختلفة فى جدول تحليل التباين (١٠-٧) ونكمل الجدول بوضع درجات الحرية لكل قسم من أقسام مجموع المربعات ، ونحسب متوسط المربعات وقيم ف لكل مصدر من مصادر التباين .

جدول (١٠ - ٧) تحليل التباين الثنائى (نوع التعليم × المستوى الاقتصادى) فى درجات التوافق الاسرى

مصادر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
نوع التعليم	٠,٥٧	١	٠,٥٧	٠,١٧	غير دال
المستوى الاقتصادى	٧٦,٤٦	٢	٣٨,٢٣	١١,١٥	دال عند ٠,٠٠١
التفاعل	٢٥,٦٢	٢	١٢,٨١	٣,٧٣	دال عند ٠,٠٥
الخطأ	١٠٦,٢٧	٣١	٣,٤٣		
الكلى	٢٠٨,٩٢	٣٦			

ثم نقارن قيم ف المحسوبة مع قيم ف الجدولية حيث نجد أن قيمة ف لنوع التعليم غير دالة (حيث لا توجد ف أقل من الواحد فى الجداول) . أما قيمة ف للمستوى الاقتصادى (١١,١٥) فهى دالة عند مستوى ٠,٠٠١ لأن ف (٢ ، ٣١ ، ٠,٠٠١) = ٥,٣٧

بينما قيمة ف للتفاعل دالة عند مستوى ٠,٠٥ لأن ف (٢ ، ٣١ ، ٠,٠٥)= ٣,٣١

ونستنتج من جدول (١٠ – ٧) عدم وجود فرق دال بين نوعى التعليم فى التوافق الأسرى ، بينما توجد فروق دالة بين المستويات الاقتصادية فى التوافق الاسرى عند مستوى دلالة ٠,٠٠١ . ويتطلب هذا إجراء المقارنات المتعددة بين المتوسطات . أما التفاعل فيتطلب حساب . متوسطات الخلايا والمجموعات ورسم شكل بيانى قبل تفسير النتائج . ولا نستطيع تفسير الفروق بين المستويات الاقتصادية بدون التفاعل .وسوف نجرى المقارنات المتعددة فى هذا المثال باستخدام طريقة توكى

حيث مدى توكى = $q_{(٣ ، ٣١ ، ٠,٠٥)}$ × الخطأ المعيارى

$$= ٣,٤٨٥ \times \sqrt{\frac{٣,٤٣}{ن}}$$

حيث نَ هى الوسط التوافقي لأحجام المجموعات = $٣ \div \left(\frac{١}{١٥} + \frac{١}{١١} + \frac{١}{١١}\right)$

$$= ٣ \div ٠,٢٤٨٥ = ١٢,٠٧$$

ويكون مدى توكى = $٣,٤٨٥ \times \sqrt{\frac{٣,٤٣}{١٢,٠٧}}$

$$= ٣,٤٨٥ \times ٠,٥٣٣ = ١,٨٦$$

ثم نقارن هذا المدى (١,٨٦) مع الفروق بين متوسطات المستويات الاقتصادية المرتبة تصاعدياً كما بالجدول .

جدول (١٠ – ٨) فروق المتوسطات ومدى توكى

متوسط المستوى	المنخفض	المرتفع	المتوسط	مدى توكى
المنخفض (٧,٤٥)	—	٣,٤٢	٣,٥٥	١,٨٦
المرتفع (١٠,٨٧)		—	٠,١٣	
المتوسط (١١)			—	

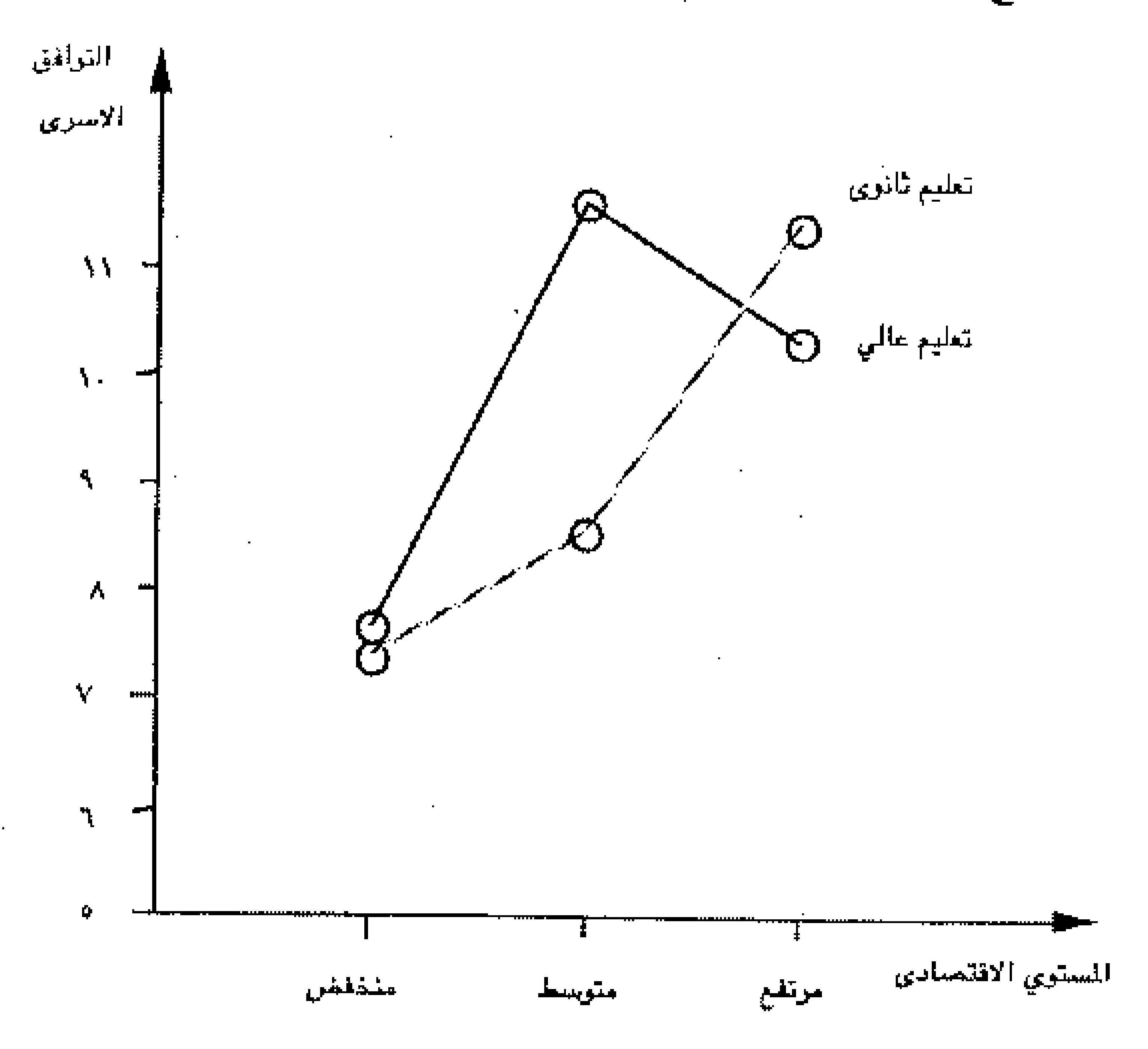
ويتضح من الجدول (١٠ – ٨) وجود فروق دالة بين المستوى الاقتصادى المنخفض وكلا من المستويين المتوسط والمرتفع في التوافق الاسرى عند مستوى ٠,٠٥ بينما لا يوجد فرق دال بين المستويين المتوسط والمرتفع .

ثم نحسب متوسطات الخلايا وهى :

جدول (١٠ – ٩) متوسطات الخلايا

المستوى / التعليم	مرتفع	متوسط	منخفض
عالى	١٠,٤٣	١١,٦٠	٧,٣٣
ثانوى	١١,٢٥	٨,٦٧	٧,٦

وتوضيح التفاعل يتطلب رسم بيانى لمتوسطات الخلايا (شكل ١٠– ٤)



شكل (١٠ – ٤) تفاعل نوع التعليم مع المستوى الاقتصادى

ويتضح من الشكل (١٠ – ٤) أن التفاعل نتج من زيادة متوسط مجموعة المستوى الاقتصادى المتوسط من ذوى التعليم العالى عن ذوى التعليم المتوسط .

بينما لا توجد فروق دالة بين نوعى التعليم فى حالة المستوى الاقتصادى المرتفع أو المنخفض .

ولوضع الفروق الناتجة عن المقارنات المتعددة للمتوسطات مع التفاعل.

الموضح بالشكل (١٠ – ٤) فاننا نستنتج أن :

ذوى المستوى الاقتصادى المرتفع والمتوسط أعلى من ذوى المستوى المنخفض فى التوافق الاسرى كما أن ذوى التعليم العالى والمستوى الاقتصادى المتوسط أفضل من ذوى التعليم الثانوى والمستوى الاقتصادى المتوسط . كما نستطيع استنتاج أن : مجموعتى المستوى الاقتصادى المرتفع (ذوى التعليم العالى والثانى) ومجموعة المستوى الاقتصادى المتوسط والتعليم العالى أعلى من مجموعتى المستوى الاقتصادى المنخفض (تعليم عالى وثانوى) والمستوى الاقتصادى المتوسط (تعليم ثانوى).

أما حجم التأثير لكل من المستوى الاقتصادى والتفاعل فيتم حسابه كما يلى:

مربع أوميجا للمستوى الاقتصادى =

$$\frac{\text{مجـ مربعات المستوى الاقتصادى} - (ك_٢ - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجـ المربعات الكلى} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

حيث $ك_٢$ هى عدد المستويات الاقتصادية

$$= \frac{٧٦,٤٦ - (٣ - ١) \times ٣,٤٣}{٢٠٨,٩٢ + ٣,٤٣} = \frac{٦٩,٦}{٢١٢,٣٥} = ٠,٣٢٨$$

وتعنى أن ٣٢,٨ ٪ من تباين التوافق الاسرى يرجع الى المستوى الاقتصادى ، وهى تدل على حجم تأثير مرتفع.

مربع أوميجا للتفاعل =

$$\frac{\text{مجـ مربعات التفاعل} - (ك_١ - ١)(ك_٢ - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجـ المربعات الكلى} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

حيث $ك_١$ عدد مستويات نوع التعليم ، $ك_٢$ عدد المستويات الاقتصادية

$$\text{مربع أوميجا للتفاعل} = \frac{٢٥,٦٢ - (٢ - ١)(٣ - ١) \times ٣,٤٣}{٢٠٨,٩٢ + ٣,٤٣}$$

$$= \frac{١٨,٧٦}{٢١٢,٣٥} = ٠,٠٨٨$$

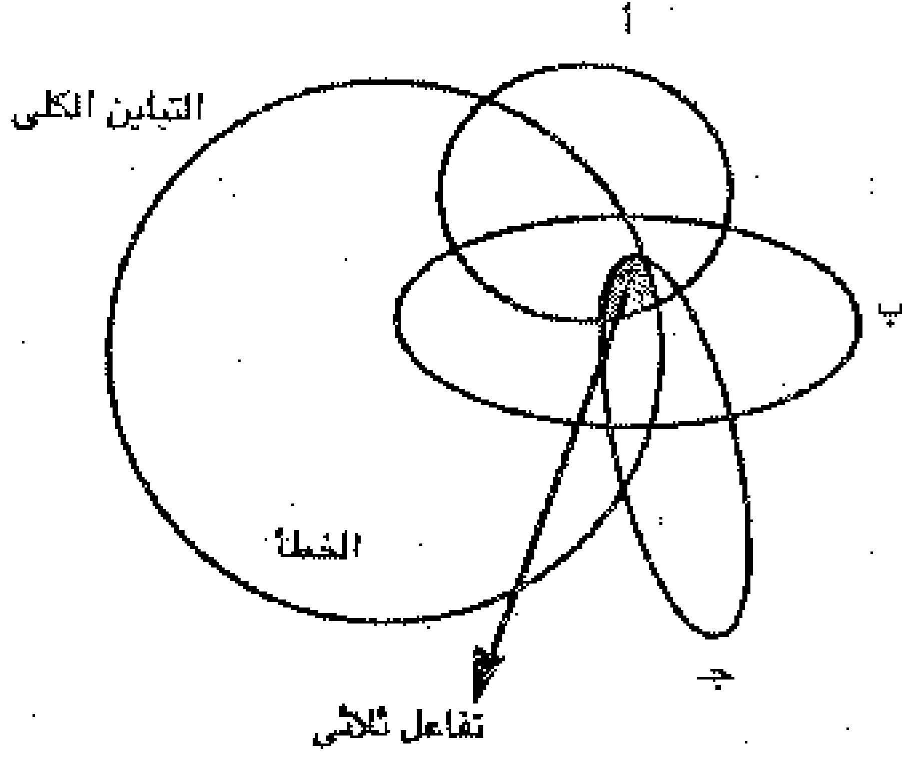
وتعني أن ٨,٨ ٪ من تباين التوافق الاسري يرجع لتفاعل المستوى الاقتصادى مع نوع التعليم ، وهى تدل على حجم تأثير متوسط .

ويمكن جمع حجم التأثير لكل متغير مستقل والتفاعل معا لحساب حجم التأثير الكلي في الدراسة .

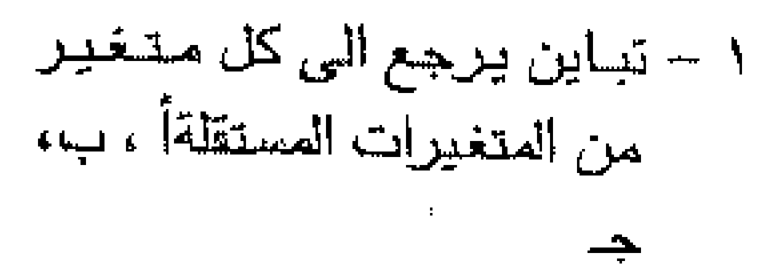
تحليل التباين الثلاثى والعاملى

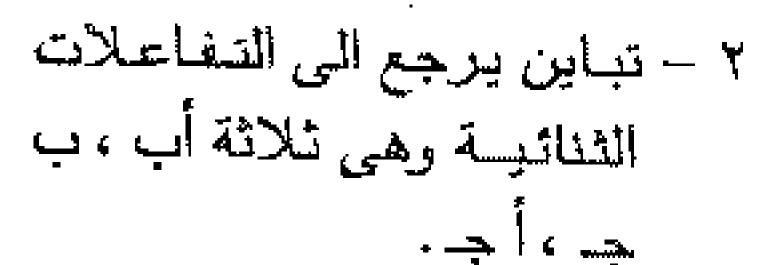
ويستخدم تحليل التباين الثلاثى Three - Way Anova فى حالة وجود ثلاثة متغيرات مستقلة بكل منها مستويين (أو مجموعتين) على الاقل ، ومتغير تابع . ويكون الاهتمام بدراسة أثر كل متغير مستقل على المتغير التابع . وكذلك دراسة التفاعلات بين المتغيرات المستقلة وأثرها على المتغير التابع .

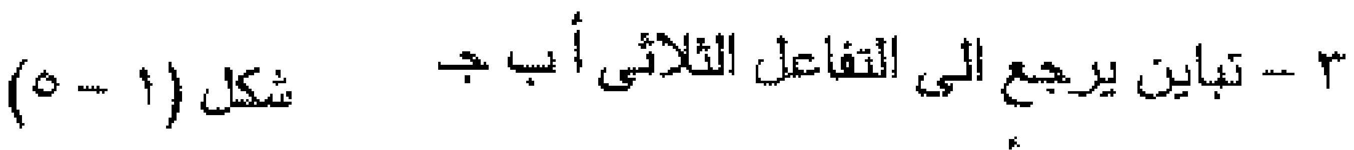
ويوجد فى تحليل التباين الثلاثى نوعان من التفاعل : تفاعل ثنائى بين كل زوج من المتغيرات المستقلة وعددها ثلاثة تفاعلات ، وتفاعل ثلاثى بين المتغيرات المستقلة الثلاثة .



وينقسم التباين الكلى للمتغير التابع الى ثمانية أقسام هى:


١ – تباين يرجع الى كل متغير من المتغيرات المستقلةأ ، ب، جـ


٢ – تباين يرجع الى التفاعلات الثنائيـة وهى ثلاثة أب ، ب جـ ، أ جـ.


٣ – تباين يرجع الى التفاعل الثلاثى أ ب جـ

شكل (١ – ٥)

٤ – تباين الخطأ

ويتم اجراء تحليل التباين الثلاثى للتوصل الى أثر كل قسم من الاقسام السبعة الأولى على المتغير التابع .

والافتراضات الاساسية فى تحليل التباين الثلاثى هى نفس افتراضات تحليل التباين الاحادى والثنائي .

ومعنى التفاعل الثنائى هو نفس المعنى الموضح فى تحليل التباين الثنائى ، أما التفاعل الثلاثى فيقصد به أختلاف العلاقات بين مستويات المتغيرين المستقلين باختلاف مستويات المتغير المستقل الثالث . ويوضح التفاعل الثلاثى مدى تغير التفاعل الثنائى (بين متغيرين) عند مستويات المتغير المستقل الثالث.

ومن الصعب تفسير التفاعل الثلاثي اذا كان دالا ، ولذلك في حالة دلالة التفاعل الثلاثي فان تفسيره يتم من خلال التفاعلات الثنائية ، أو تفاعل متغيرين مستقلين عند كل مستوى من مستويات المتغير المستقل الثالث.

أما تحليل التباين العاملي Factorial Anova فيقصد به تحليل التباين في حالة وجود اكثر من ثلاثة متغيرات مستقلة ومتغير تابع .

وقد يصنف البعض تحليل التباين الثلاثي بأنه تحليل تباين عاملي . ولكننا نود التفرقة بينهما لسبب آخر هو أنه يمكننا اجراء تحليل تباين ثلاثي وتفسير نتائجه، أما تحليل التباين العاملي لأكثر من ثلاثة متغيرات مستقلة فمن المستحيل تفسير التفاعل الرباعي إن وجد. وعليه فاننا نوصي بعدم إجراء التحليل العاملي ، ونتوقف في أي دراسة عند تحليل التباين الثلاثي . وإذا كانت الدراسة تتضمن العديد من المتغيرات المستقلة فيمكن استخدام أسلوب إحصائي آخر مثل الانحدار المتعدد أو تحليل التمايز ، حيث أن تحليل التباين العاملي سوف يستبعد تفسير التفاعلات الاعلى من التفاعل الثلاثي ، وهذا يعد خطأ كبيرا . وتوجد دراسات تستخدم أربعة متغيرات مستقلة (أو اكثر) في تحليل تباين رباعي (أو اكثر) ولاتسجل التفاعلات الثلاثية والرباعية (أو الاعلى منها)ويعد هذا إغفالا لنتائج هامة في الدراسة . وعليه فاننا نرى بالاكتفاء باستخدام ثلاثة متغيرا ت مستقلة كحد أقصى في البحوث التي تستخدم أسلوب تحليل التباين .

خطوات تحليل التباين الثلاثي :

إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات مستقلة (أ ، ب ، جـ) ومتغير تابع فاننا نستخدم تحليل التباين الثلاثي . وخطوات إجراء هذا التحليل متشابهة مع خطوات تحليل التباين الثنائي إلا أنها اكثر تعقيدا ولذلك سوف نوجز خطوات التحليل ونجمعها بطريقة أخرى حتى يسهل فهمها . والخطوات هي :

١ - تجميع درجات مجموعات كل متغير مستقل ، ودرجات الخلايا الثنائية (أ ب ، ب جـ ، أ جـ) والخلايا الثلاثية أ ب جـ .

٢ - حساب مجموع الدرجات الكلية (مجـ س) ومجموع مربعاتها (مجـ $س^٢$)

٣ - حساب مجموع المربعات الكلي ومجموع مربعات كل متغير مستقل على حده.

٤ - حساب مجموع مربعات الخلايا الثنائية أ ب ، ب جـ ، أ جـ لاستخدامها في التوصل إلى مجموع مربعات التفاعلات الثنائية أ ب ، ب جـ ، أ جـ .

٥ - حساب مجموع مربعات الخلايا الثلاثية أ ب جـ واستخدامها في حساب مجموع مربعات التفاعل الثلاثي ومجموع مربعات الخطأ

٦ - تسجيل مجموع المربعات الكلي ومكوناته الثمانية في جدول تحليل التباين .

٧ - تحديد درجات الحرية لكل قسم من مجموع المربعات ، ثم حساب متوسط المربعات للمتغيرات المستقلة والتفاعلات ، وإيجاد قيم ف لكل منها .

٨ - مقارنة قيم ف المحسوبة بالقيم الجدولية .

٩ - إذا وجد أثر أساسي Main effect دال لأحد المتغيرات المستقلة أو جميعها فاننا نستخدم إحدى طرق المقارنات المتعددة للمتوسطات في حالة وجود اكثر من مجموعتين . أما إذا كان للمتغير المستقل مستويين (أو مجموعتين) فيكون الفرق الدال لصالح المتوسط الأعلى.

١٠ - إذا وجد تفاعل ثلاثي دال ، فاننا نستخدم التفاعلات الثنائية في تفسير التفاعل الثلاثي ، أو تفاعل متغيرين عند كل مستوى من مستويات المتغير المتغير الثالث.

مثال (٣) : أجريت دراسة لبحث الرضا الوظيفي لثلاث مجموعات من الاخصائيين الاجتماعيين من ذوى مستويات الخبرة المختلفة (أقل من ٥ سنوات، ٥ – أقل من ١٠ ، ١٠ سنوات فأكثر) من الجنسين بعد تعرضهم لبرنامج تدريبى ومقارنتهم مع ثلاث مجموعات مشابهة لهم ولم يتم تدريبهم .

جدول (١٠ – ٩)

درجات الرضا الوظيفي لعدة مجموعات من الاخصائيين الاجتماعيين

	خبرة قليلة		خبرة متوسطة		خبرة طويلة	
	ذكور	اناث	ذكور	اناث	ذكور	اناث
مجموعة التدريب	٥	٤	٦	٥	٧	٧
	٧	٦	٧	٧	٥	٥
	٦	٧	٧	٦	٨	٥
	٧	٥	٦	٩	٥	٧
	٦	٦	٥	٧	٧	٨
مجموعة لم تتدرب	٤	٤	٤	٥	٤	٤
	٥	٤	٦	٧	٦	٦
	٥	٣	٥	٦	٧	٤
	٣	٥	٧	٥	٦	٧
	٣	٣	٧	٦	٥	٥

ويوجد في هذه الدراسة ثلاثة متغيرات مستقلة هي : التدريب أو عدم التدريب، والنوع (ذكور ، إناث) ، والخبرة (قليلة ، متوسطة ، مرتفعة) ، والمتغير التابع هو الرضا الوظيفي ، وبذلك يكون أسلوب تحليل البيانات هو تحليل التباين الثلاثي (٢ × ٢ × ٣) حيث تدل الاعداد داخل القوس على مستويات كل متغير من المتغيرات المستقلة . ومن الواضح أن المجموعات داخل الخلايا متساوية(وهذا ليس شرطاً فقد تكون الأعداد مختلفة) ولاجراء تحليل التباين الثلاثي باتباع الخطوات السابق ذكرها ، فاننا نقوم بأجراء الخطوتين الاولى والثانية

بتجميع درجات الخلايا ، ودرجات كل مستوى من مستويات المتغيرات المستقلة ، والمجموع الكلي للدرجات ومجموع مربعاتها ونضع كل ذلك في الجدول (١٠ – ١٠) التالي :

جدول (١٠ – ١٠) بيانات أولية لتحليل التباين الثلاثي

		خبرة قليلة		خبرة متوسطة		خبرة طويلة		المجموع		المجموع الكلى الجنسين معا
		ذ	ت	ذ	ت	ذ	ت	ذ	ت	
تدريب	ن	٥	٥	٥	٥	٥	٥	١٥	١٥	٣٠
	مجـ س	٣١	٢٨	٣١	٣٤	٣٢	٣٢	٩٤	٩٤	١٨٨
لاتدريب	ن	٥	٥	٥	٥	٥	٥	١٥	١٥	٣٠
	مجـ س	٢٠	١٩	٢٩	٢٩	٢٨	٢٦	٧٧	٧٤	١٥١
المجموع	ن	١٠	١٠	١٠	١٠	١٠	١٠	٣٠	٣٠	٦٠
	مجـ س	٥١	٤٧	٦٠	٦٣	٦٠	٥٨	١٧١	١٦٨	٣٣٩
المجموع الكلى للجنسين	ن	٢٠		٢٠		٢٠				
	مجـ س	٩٨		١٢٣		١١٨				

مجـ $س^٢$ = ٢٠٢٥

لاحظ أن حسابات تحليل التباين الثلاثي معقدة ومطولة ويفضل استخدام الحاسوب في اجراء هذا النوع من التحليل ، ومن يرغب في ا لاجراء باستخدام الألة الحاسبة فاننا نوضح فيما يلي الخطوات من ٣ وحتى ٩ :

$$٣ - (أ)\ \text{مجموع المربعات الكلي} = \text{مجـ } س^٢ - \frac{(\text{مجـ } س)^٢}{ن}$$

$$= ٢٠٢٥ - \frac{(٣٣٩)^٢}{٦٠} = ١٠٩,٦٥$$

(ب) مجموع مربعات النوع = $\frac{(مجـ س_1)^2}{ن_1} + \frac{(مجـ س_2)^2}{ن_2} - \frac{(مجـ س)^2}{ن}$

حيث ($ن_1$ ، مجـ $س_1$) لمجموع الذكور ، ($ن_2$ ، مجـ $س_2$) لمجموع الاناث

مجـ مربعات النوع = $\frac{(١٧١)^2}{٣٠} + \frac{(١٦٨)^2}{٣٠} - \frac{(٣٣٩)^2}{٦٠}$

= ٩٧٤,٧ + ٩٤٠,٨ − ١٩١٥,٣٥ = ٠,١٥

(جـ) مجموع مربعات التدريب = $\frac{(مجـ س_1)^2}{ن_1} + \frac{(مجـ س_2)^2}{ن_2} - \frac{(مجـ س)^2}{ن}$

حيث ($ن_1$ ، مجـ $س_1$) لمجموعات التدريب ، ($ن_2$ ، مجـ $س_2$)

للمجموعات التي لم تتدرب

مجموع مربعات التدريب = $\frac{(١٨٨)^2}{٣٠} + \frac{(١٥١)^2}{٣٠} - \frac{(٣٣٩)^2}{٦٠}$

= ١١٧٨,١٣ + ٧٦٠,٠٣ − ١٩١٥,٣٥ = ٢٢,٨١

(د) مجموع مربعات الخبرة =

$\frac{(مجـ س_1)^2}{ن_1} + \frac{(مجـ س_2)^2}{ن_2} + \frac{(مجـ س_3)^2}{ن_3} - \frac{(مجـ س)^2}{ن}$

حيث ($ن_1$ ، مجـ $س_1$) لمجموعة الخبرة القليلة ، ($ن_2$ ، مجـ $س_2$) للخبرة

المتوسطة ، ($ن_3$ ، مجـ $س_3$) للخبرة الطويلة

مجموع مربعات الخبرة = $\frac{(٩٨)^2}{٢٠} + \frac{(١٢٣)^2}{٢٠} + \frac{(١١٨)^2}{٢٠} - \frac{(٣٣٩)^2}{٦٠}$

= ٤٨٠,٢ + ٧٥٦,٤٥ + ٦٩٦,٢ − ١٩١٥,٣٥

= ١٧,٥

٤- (أ) مجموع مربعات الخلايا (النوع × التدريب)

$$= \frac{(\text{مجـ س}_{١})^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{(\text{مجـ س}_{٢})^{٢}}{\text{ن}_{٢}} + \frac{(\text{مجـ س}_{٣})^{٢}}{\text{ن}_{٣}}$$

$$+ \frac{(\text{مجـ س}_{٤})^{٢}}{\text{ن}_{٤}} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(٩٤)^{٢}}{١٥} + \frac{(٩٤)^{٢}}{١٥} + \frac{(٧٧)^{٢}}{١٥} + \frac{(٧٤)^{٢}}{١٥} - \frac{(٣٣٩)^{٢}}{٦٠}$$

= ٥٨٩,٠٧ + ٥٨٩,٠٧ + ٣٩٥,٢٧ + ٣٦٥,٠٧ – ١٩١٥,٣٥ = ٢٣,١٣

مجموع مربعات التفاعل (النوع × التدريب)

= مجموع مربعات خلايا (النوع × التدريب)

– مجـ مربعات النوع – مجـ مربعات التدريب

= ٢٣,١٣ – ٠,١٥ – ٢٢,٨١ = ٠,١٧ .

(ب) مجموع مربعات الخلايا (النوع ×الخبرة) =

$$\frac{(\text{مجـ س}_{١})^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{(\text{مجـ س}_{٢})^{٢}}{\text{ن}_{٢}} + \frac{(\text{مجـ س}_{٣})^{٢}}{\text{ن}_{٣}} + \frac{(\text{مجـ س}_{٤})^{٢}}{\text{ن}_{٤}}$$

$$+ \frac{(\text{مجـ س}_{٥})^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{(\text{مجـ س}_{٦})^{٢}}{\text{ن}_{٢}} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(٥١)^{٢}}{١٠} + \frac{(٤٧)^{٢}}{١٠} + \frac{(٦٠)^{٢}}{١٠}$$

$$+ \frac{(٦٣)^{٢}}{١٠} + \frac{(٦٠)^{٢}}{١٠} + \frac{(٥٨)^{٢}}{١٠} - \frac{(٣٣٩)^{٢}}{٦٠}$$

= ٢٦٠,١ + ٢٢٠,٩ + ٣٦٠ + ٣٩٦,٩ + ٣٦٠ + ٣٣٦,٤ – ١٩١٥,٣٥

= ١٨,٩٥

مجموع مربعات التفاعل (النوع × الخبرة) = ١٨,٩٥ – ٠,١٥ – ١٧,٥

= ١,٣

(جـ) مجموع مربعات الخلايا (التدريب ×الخبرة) =

$$\frac{(مجـ س_1)^2}{ن_1} + \frac{(مجـ س_2)^2}{ن_2} + \frac{(مجـ س_3)^2}{ن_3} + \frac{(مجـ س_4)^2}{ن_4}$$

$$+ \frac{(مجـ س_5)^2}{ن_5} + \frac{(مجـ س_6)^2}{ن_6} - \frac{(مجـ س)^2}{ن}$$

$$= \frac{(٥٩)^2}{١٠} + \frac{(٦٥)^2}{١٠} + \frac{(٦٤)^2}{١٠} + \frac{(٣٩)^2}{١٠}$$

$$+ \frac{(٥٨)^2}{١٠} + \frac{(٥٤)^2}{١٠} - \frac{(٣٣٩)^2}{٦٠}$$

= ٣٤٨,١ + ٤٢٢,٥ + ٤٠٩,٦ + ١٥٢,١

+ ٣٣٦,٤ + ٢٩١,٦ – ١٩١٥,٣٥ = ٤٤,٩٥

مجموع مربعات تفاعل (التدريب × الخبرة)

= ٤٤,٩٥ – ٢٢,٨١ – ١٧,٥

= ٤,٦٤

(د) مجموع مربعات الخلايا الثلاثية (النوع × التدريب × الخبرة

= ٢ × ٢ × ٣ = ١٢ خلية)

$$= \frac{(مجـ س_1)^2}{ن_1} + \frac{(مجـ س_2)^2}{ن_2} + ...$$

$$+ \ldots\ldots + \frac{(\text{مجـ س}_{١٢})^٢}{ن_{١٢}} - \frac{(\text{مجـ س})^٢}{ن}$$

$$= \frac{(٣١)^٢}{٥} + \frac{(٢٨)^٢}{٥} + \frac{(٣١)^٢}{٥}$$

$$+ \ldots\ldots + \frac{(٢٦)^٢}{٥} - \frac{(٣٣٩)^٢}{٦٠}$$

= ١٩٦٢,٦ – ١٩١٥,٣٥ = ٤٧,٢٥

مجموع مربعات التفاعل الثلاثى = مجموع مربعات الخلايا الثلاثية – مجموع مربعات النوع– مجموع مربعات التدريب – مجموع مربعات الخبرة – مجـ مربعات التفاعلات الثنائية

= ٤٧,٢٥ – ٠,١٥ – ٢٢,٨١ – ١٧,٥ – ٠,٧١ – ١,٣ – ٤,٦٤

= ٠,٦٨

٤ – (هـ) مجموع مربعات الخطأ = مجـ المربعات الكلى – مجـ مربعات الخلايا الثلاثية

= ١٠٩,٦٥ – ٤٧,٢٥

= ٦٢,٤٠

وبعد ذلك نضع مجموع المربعات الكلى وأقسامه الثمانية فى جدول تحليل التباين الثلاثى:

جدول (١٠ – ١١)

تحليل التباين الثلاثي (النوع × التدريب × الخبرة) لدرجات الرضا الوظيفي

مصـــدر التبـــاين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
النوع	٠,١٥	١	٠,١٥	٠,١٢	غير دال
التدريب	٢٢,٨١	١	٢٢,٨١	١٧,٥٥	دال عند ٠,٠٠١
الخبرة	١٧,٥	٢	٨,٧٥	٦,٧٣	دال عند ٠,٠٠١
التفاعلات					
النوع × التدريب	٠,١٧	١	٠,١٧	٠,١٣	غير دال
النوع × الخبرة	١,٣٠	٢	٠,٦٥	٠,٥٠	غير دال
التدريب × الخبرة	٤,٦٤	٢	٢,٣٢	١,٧٨	غير دال
التفاعل الثلاثي	٠,٦٨	٢	٠,٣٤	٠,٢٦	غير دال
الخطأ	٦٢,٤٠	٤٨	١,٣٠		
الكلي	١٠٩,٦٥	٥٩			

وبمقارنة قيم ف المحسوبة بالقيم الجدولية يتضح أنه يوجد فرق دال عند مستوى ٠,٠٠١ بين مجموعتي التدريب وعدم التدريب ، كما توجد فروق دالة عند مستوى ٠,٠٠١ بين مجموعات الخبرة . ولايوجد تفاعل دال وهذا يسهل مهمة تفسير الفروق التي توصل اليهاالتحليل .

ولمعرفة أي مجموعات الخبرة أفضل في الرضا الوظيفي نجري مقارنات متعددة بين المتوسطات باستخدام إحدى الطرق السابق الاشارة اليها.

أما حجم التأثير لنتائج الدراسة فيتم حساب مربع أوميجا .

مربع أوميجا للتدريب =

$$= \frac{\text{مجـ مربعات التدريب} - (\text{ك}_1 - 1)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجـ المربعات الكلى} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$= \frac{22{,}81 - (2 - 1) \times 1{,}30}{109{,}65 + 1{,}30} = 0{,}194$$

وتعنى أن ١٩,٤ ٪ من تباين الرضا الوظيفى يرجع إلى البرنامج التدريبى

وكذلك مربع أوميجا للخبرة =

$$= \frac{\text{مجـ مربعات الخبرة} - (\text{ك}_2 - 1)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجـ المربعات الكلى} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$= \frac{17{,}5 - (3 - 1) \times 1{,}30}{109{,}65 + 1{,}30} = 0{,}146$$

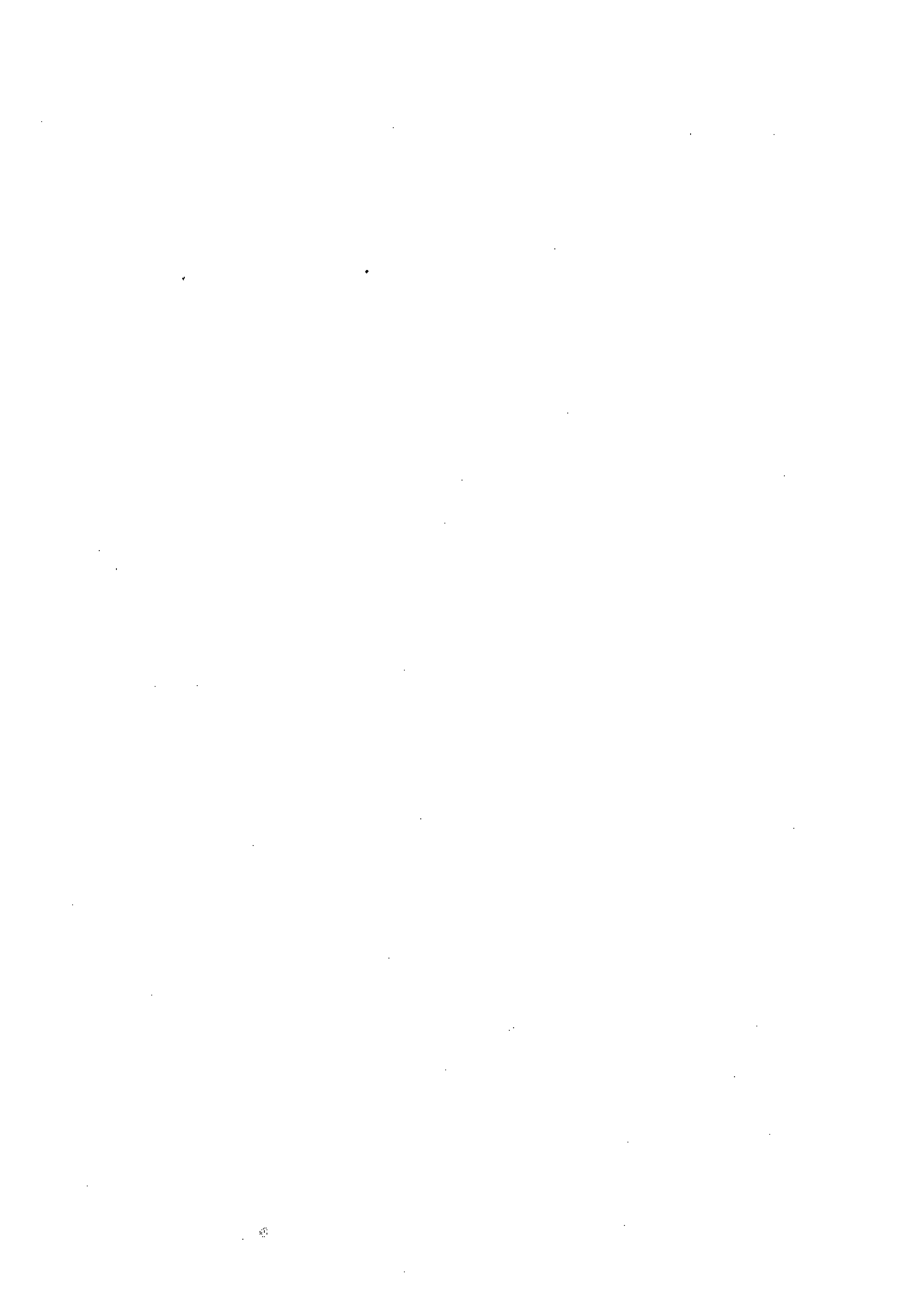
وتعنى أن ١٤,٦ ٪ من تباين الرضا الوظيفى يرجع إلى مستوى الخبرة الوظيفية.

11

الفصل الحادي عشر

تحليل تباين القياس المتكرر

Repeated Measurment Anova



الفصل الحادي عشر
تحليل تباين القياس المتكرر

عند اجراء دراسات تجريبية كثيراً ما نرغب في قياس سلوك الافراد عدة مرات متتالية تحت شروط تجريبية مختلفة . فقياس درجات مجموعة من الأفراد قبل الالتحاق ببرنامج تدريبي وبعد الانتهاء من البرنامج ثم متابعة القياس بعد فترة معينة من نهاية البرنامج يعد قياسا متكرراً (لمتغير تابع واحد) لمجموعة واحدة . أما القياس القبلي والبعدي فقط فلا يعد قياساً متكرراً ونستخدم في تحليل بياناته إختبار (ت) للمجموعة الواحدة السابق الاشارة إليها.

وتوجد تصميمات تجريبية للقياس المتكرر أكثر تعقيداً ، إلا أن استخدام الحاسوب يسهل تحليل بيانات هذه التصميمات المعقدة .

وتصميمات القياس المتكرر هامة جدا في الدراسات التجريبية في العلوم الإنسانية عامة وفي العلوم النفسية والتربوية بصفة خاصة . فكثيرا ما يرغب الباحث في معرفة مدى التحسن باستخدام طريقة علاجية معينة خلال فترة تطبيقها وبعد الانتهاء منها ، أو معرفة فعالية برنامج في تعديل الاتجاهات ومدى ثبات هذه الاتجاهات بعد فترة معينة من انتهاء البرنامج ، أو معرفة فعالية طريقة للتدريس ومدى ثبات المعلومات بعد انتهاء التدريس. وفي مثل هذه التصميمات تكون الفروق الكبيرة بين خبرات الافراد سببا في اختلاف استجاباتهم لنفس المعالجة التجريبية مما يؤدي إلى التشتت الكبير في الدرجات . وفي كثير من الحالات ، يرجع معظم هذا التشتت الى فروق بين الافراد قبل اجراء التجربة فاذا إستطعنا عزل هذا الجزء من التباين من آثار المعالجات ومن الخطأ التجريبي فان حساسية الدراسة وفعاليتها تزداد (Winer et al , 1991 : 221) .

وأحد أهداف هذه التجارب التي نلاحظ فيها الفرد تحت شروط تجريبية مختلفة هو ضبط الفروق بين الافراد ، وفي مثل هذه التجربة نقيس تأثير المعالجة على الفرد بنسبة متوسط إستجابته في كل المعالجات (قبل ، وبعد ، ومتابعة مثلا) . ويكون كل فرد مقارنا بنفسه (عن طريق المتوسط) وبذلك نعزل الفروق

بين الأفراد عن الخطأ التجريبي .

ويقصد بالقياس المتكرر إعادة قياس نفس المتغيرعلى نفس الافراد عدة مرات متتالية . وهنا تظل خصائص كل فرد ثابتة أثناء تكرار القياس ، وتكون العلاقة بين القياسات المتكررة علاقة موجبة . وعليه فان القياسات المتكررة ليست مستقلة عن بعضها البعض، وهذا يختلف عن المجموعات المستقلة فى تحليل التباين . وقد تستخدم بعض تصميمات القياس المتكرر عدة مجموعات مستقلة ، ولكن تكرار قياس المتغير التابع لجميع أفراد المجموعات يظل مستخدما في هذه التصميمات البحثية .

وتوجد عدة تصميمات تجريبية للقياس المتكرر ،أحدها يسمى تصميم المجموعة الواحدة واجراء القياس عدة مرات متتالية. والتصميم الثانى يستخدم عدة مجموعات (مجموعتين أو أكثر) مع القياس المتكرر، والذى يعرف عادة باسم تصميم المجموعة الضابطة ، وهو يتضمن متغير مستقل واحد (المجموعات) مع القياس المتكرر . أما التصميم الثالث فهو الذى يتضمن متغيرين مستقلين مع القيا س المتكرر . كما توجد تصميمات أخرى اكثر تعقيدا والتى تستخدم اكثر من متغيرين مستقلين فى التصميم .

ومن مميزات تصميمات القياس المتكرر، أن الارتباط بين القياسات المتتالية يقلل تباين الخطأ كما أن استخدام نفس الافراد فى التجربة لفترات متتالية يعد توفيرا للوقت والجهد عن استخدام أفراد آخرين فى كل فترة (أومعالجة) . إضافة الى أن كثير من المشكلات البحثية تتطلب استخدام تصميمات القياس المتكرر.

أما عيوب تصميمات القياس المتكرر فتبدو فى أن الشروط التجريبية السابقة قد تؤثر على القياس التالى لها ، إضافة الى عوامل التعب والخبرة والملل أو أى ظروف آخرى قد تؤثرعلى النتائج ، ويستطيع الباحث أن يقرر إذا كانت مثل هذه العوامل أو الظروف قد تؤثر على النتائج . و المشكلة الآخرى المتصلة بهذه التصميمات هى الافتراضات المرتبطة بتحليل البيانات (Ferguson & Takane, 1989: 348- 349).

ولا تختلف افتراضات تحليل تباين القياس المتكرر عن افتراضات تحليل التباين السابق ذكرها سوى فى تكرار قياس المتغير التابع . والافتراضات هنا هى: الاعتدالية، والتجانس، والاستقلالية فى جمع بيانات الافراد المختلفين، كما تفترض تجانس تغاير درجات القياس المتكرر(Ferguson &Takane,1989:363)

وإذا إفتراضنا تساوى تباينات المجموعات وتغاير Covariance درجات القياس المتكرر فان مصفوفة التباين / التغاير تكون متساوية ، وبالتالى تتساوى معاملات الارتباط فى المصفوفة ويدل هذا على تماثل المصفوفة . فاذا كان ذلك صحيحا فيمكن استخدام اختبار (ت) فى تحليل تباين القياس المتكرر ، كما أن الحيد القليل (غير الدال) عن التجانس لا يعوق استخدام إختبار (ف) (Ferguson & Takane,1989 : 364)

ويمكن اجراء اختبار بسيط وسريع لشرط التجانس باستخدام طريقة هارتلى

$$(\text{ف } max) = \frac{\text{التباين الاكبر}}{\text{التباين الاصغر}} \text{ بدرجات حرية (ك ، ن – ١)}$$

حيث يكون التباين الاكبر والتباين الاصغر من تباينات درجات كل مجموعة من مجموعات الأفراد ولكل فترة من فترات القياس . ونقارن قيمة ف max بالقيمة الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ من جداول F- max (Winer et al., 1991 : 512).

أما إختبار شرط التغاير فيتم بحساب قيمة ف بطريقة هارتلى أيضا ، ولكن باستخدام تباينات درجات الافراد فى الفترات ولكل مجموعة من المجموعات . ثم نقسم التباين الاكبر على التباين الاصغر ، ثم نقارن الناتج بقيمة ف max الجدولية بدرجات حرية ($ك_1$ ، ($ك_2$ – ١) (ن – ١)) ومستوى دلالة ٠,٠٥ (Winer etal., 1991 : 513) حيث $ك_1$ عدد مستويات المتغير المستقل الاول ، $ك_2$ عدد فترات القياس، ن عدد الافراد فى كل مستوى من مستويات المتغير المستقل .وقد اقترح بوكس (Box , 1954) أنه فى حالة الحيد عن التجانس فان قيمة (ف) تتوزع حسب توزيع ف بدرجات حرية مختلفة عن درجات الحرية الفعلية ، وتقدر درجات الحرية باستخدام مفهوم إيسيلون (ε) Epsilon وهو يصف مدى عدم تماثل مصفوفة التغاير ، وتتراوح قيمة ε بين ١ ، $\frac{١}{(ك_2 - ١)}$. وتكون درجات الحرية المعدلة هى [($ك_2$ – ١) ε ، ($ك_2$ –١) (ن – ١)(ε)] ، فاذا كانت ε فى قيمتها الصغرى $\frac{١}{(ك_2 - ١)}$ فان درجات الحرية تصبح (١ ، (ن – ١)) . واذا كانت ε = ١ فان درجات الحرية تصبح [(ك٢ – ١) ، (ك٢ –١) (ن – ١)] (Winer, 1971; Ferguson & Takane, 1989 : 364)

ولذلك إقتراح جيسر وجرينهوس (Ferguson & Takane , 1989 ; 364) Gisser & Greenhouse أنه يمكن مقارنة قيمة (ف) بالقيمة الجدولية باستخدام درجات حرية (١ ، ن – ١) فاذا كانت قيمة (ف) دالة ، فاننا نصل الى قرار محدد لأن ف الجدولية المستخدمة هنا اكثر تحفظا ، أما إذا كانت غير دالة فاننا نقارن القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية عند درجات حرية [(ك٢ –١) ، (ك٢ – ١) ، (ن – ١)] فاذا كانت غير دالة ، فاننا نصل الى قرار محدد لأن ف الجدولية فى الحالة الثانية اكثر تحرراً. أماإذا لم تكن دالة فاننا فى حاجة الى حساب قيمة (إبسيلون) ε حتى نحدد درجات الحرية المناسبة لتوزيع ف وهى [(ك٢ – ١) ε ، (ك٢ –١) (ن – ١) ε].

أولا : تحليل بيانات القياس المتكرر لمجموعة واحدة :

عند اجراء دراسة على مجموعة واحدة وقياس المتغير التابع عدة مرات ، مثل اجراء دراسة تجريبية مع القياس القبلى والبعدى وقياس متابعة بعد فترة زمنية من انتهاء التجربة ، فان تحليل البيانات هو نوع من تحليل التباين الاحادى حيث تعد فترات القياس متغيرا مستقلا .

ولكن النموذج المستخدم هنا مختلط حيث يتم اختيار الافراد عشوائيا بينما فترات القياس محددة .

وينقسم تباين المتغير التابع هنا الى عدة أقسام هى : تباين بين الافراد ، وتباين بين فترات القياس ، وتباين الخطأ .

مثال(١) : أجرى باحث تجربة بتطبيق طريقة جديدة للعلاج النفسى على مجموعة من المرضى ، وقام بقياس السلوك التوافقى قبل العلاج وبعد فترة العلاج ثم بعد ستة أشهر من العلاج ، ويرغب فى معرفة مدى فعالية الطريقة فى العلاج وكانت البيانات كما بالجدول (١١ – ١) :

جدول (١١-١)

بيانات السلوك التوافقى لمجموعة من المرضى فى فترات مختلفة

الافراد	قبل العلاج	بعد العلاج	متابعة	المجموع
١	٤	٧	٦	١٧
٢	٣	٨	٧	١٨
٣	٣	٧	٦	١٦
٤	١	٦	٥	١٢
٥	٢	٥	٥	١٢
٦	صفر	٥	٤	٩
٧	٢	٦	٦	١٤
٨	١	٦	٥	١٢
المجموع	١٦	٥٠	٤٤	١١٠

ولاجراء تحليل هذه البيانات نتبع الخطوات التالية :

١ - نحسب مجموع درجات كل فرد وكل فترة كما بالجدول والمجموع الكلى (مجـ س) ، ثم نحسب مجموع مربعات الدرجات (مجـ $س^{٢}$)

٢ - نحسب مجموع المربعات الكلى = مجـ $س^{٢}$ - $\frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{ن}$

٣ - نحسب مجموع مربعات الافراد .

٤ - نحسب مجموع مربعات الفترات

٥ - مجموع مربعات الخطأ

= مجموع المربعات الكلى - مجموع الافراد - مجموع مربعات الفترات

٦ - نضع البيانات فى جدول تحليل تباين القياس المتكرر الاحادى . ثم ندون درجات الحرية ونحسب متوسط مربعات الفترات ومتوسط مربعات الخطأ (متوسط مربعات الافراد ليست موضع اختبار لأننا نسلم باختلاف الافراد) .

٧ – نسحب قيمة ف للفترات ثم نقارنها بقيمة ف الجدولية ، وفى حالة كونها دالة ، نجرى المقارنات المتعددة بين متوسطات الفترات باحدى طرق المقارنات المتعددة للمتوسطات السابق توضيحها .

وتعد فترات قياس السلوك التكيفى (قبل ، وبعد ، ومتابعة) بمثابة المتغير المستقل ومن ثم فان التحليل هنا يشبه تحليل التباين الاحادى .

١ – من المثال مجـ س الكلى = ١١٠ ،

ن الكلية (عدد الدرجات) = عدد الافراد × عدد الفترات

ن × ك = ٨ × ٣ = ٢٤ ، مجـ $س^٢$ لجميع الدرجات = ٦١٢

$$٢ – \text{مجموع المربعات الكلى} = \text{مجـ } س^٢ - \frac{(\text{مجـ } س)^٢}{ن}$$

$$= ٦١٢ - \frac{(١١٠)^٢}{٢٤}$$

$$= ١٠٧,٨٣$$

بدرجات حرية (ن–١) = ٢٤ – ١ = ٢٣

٣ – مجموع مربعات الافراد =

$$\frac{(\text{مجـ } س_١)^٢ + (\text{مجـ } س_٢)^٢ + (\text{مجـ } س_٣)^٢ .... + (\text{مجـ } س_٨)^٢}{ك} - \frac{(\text{مجـ } س)^٢}{ن}$$

وحيث أن جميع الافراد الثمانية لهم درجات فى القياسات الثلاثة ، فيكون المقام متساوى (ك = ٣) .

$$\text{مجموع مربعات الافراد} = \frac{(١٧)^٢ + (١٨)^٢ .... + (١٢)^٢}{٣} - \frac{(١١٠)^٢}{٢٤}$$

$$= ٥٢٦ - ٥٠٤,١٧$$

$$= ٢١,٨٣$$

بدرجات حرية = عدد الأفراد –١ = ٨–١ = ٧

٤ – مجموع مربعات الفترات =

$$\frac{(\text{مجـ س}_{1})^{2} + (\text{مجـ س}_{2})^{2} + (\text{مجـ س}_{3})^{2}}{\sim} - \frac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}}$$

حيث $\sim$ هي عدد الأفراد ، ن = $\sim$ ك

$$\text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{(١٦)^{2} + (٥٠)^{2} + (٤٤)^{2}}{٨} - \frac{(١١٠)^{2}}{٢٤}$$

= ٥٨٦,٥ – ٥٠٤,١٧

= ٨٢,٣٣ بدرجات حرية (ك – ١) = ٣–١=٢

٥ – مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلى – مجموع مربعات الافراد – مجموع مربعات الفترات

= ١٠٧,٨٣ – ٢١,٨٣ – ٨٢,٣٣

= ٣,٦٧

ثم نضع مجموع المربعات الكلى وأقسامه الثلاثة ودرجات الحرية فى جدول (١١– ٢) .

جدول (١١ – ٢)

تحليل تباين القياس المتكرر الاحادى لدرجات السلوك التكيفى

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
الأفراد	٢١,٨٣	٧	٣,١٢		
الفترات	٨٢,٣٣	٢	٤١,١٦٥	١٥٧,١٢	دالة عند ٠,٠٠١
الخطأ	٣,٦٧	١٤	٠,٢٦٢		
الكلى	١٠٧,٨٣	٢٣			

وبمقارنة قيمة ف للفترات (١٥٧,١٢) بقيمة ف الجدولية نجد أنها دالة عند مستوى ٠,٠٠١ أو أقل ويعني هذا وجو فروق دالة عند مستوى ٠,٠٠١ بين متوسطات درجات العينة في السلوك التكيفي في الفترات الثلاث ، ولمعرفة أي المتوسطات أعلى فاننا نجري اختبار للمقارنات المتعددة للمتوسطات الثلاثة (٢ ، ٦,٢٥ ، ٥,٥) بطريقة توكي أو شفيه .

$$\text{مدى شفيه (عند ٠,٠٥)} = \sqrt{\frac{٢ \times ٠,٢٦٢ \times ٣,٧٤ \times (٣ - ١)}{٨}} = ٠,٧٠$$

وبمقارنة مدى شفيه (٠,٧٠) بفروق المتوسطات نجد فروقًا دالة بين المتوسطات الثلاثة بمعنى أن القياس القبلي أقل من البعدي والمتابعة والقياس البعدي أعلى من المتابعة .

وعليه نستنتج أن متوسطي القياس البعدي والمتابعة أعلى من متوسط القياس القبلي مما يدل على فاعلية طريقة العلاج في تحسن السلوك التكيفي . كما أن متوسط القياس البعدي أعلى من متوسط قياس المتابعة مما يعني وجود نقص فعلي (دال) في السلوك التكيفي لكنه لا يزال أعلى من القياس القبلي.

وحجم التأثير للفترات (مربع أوميجا) =

$$\frac{\text{مجـ مربعات الفترات} - (\text{ك} - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجـ المربعات الكلي} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$= \frac{٨٢,٣٣ - (٣ - ١) \times ٠,٢٦٢}{١٠٧,٨٣ + ٠,٢٦٢} = \frac{٨١,٨٠٦}{١٠٨,٠٩٢} = ٠,٧٥٧$$

وهي تعني أن ٧٥,٧ ٪ من تباين السلوك التكيفي يرجع الى فترات القياس وبمعنى آخر فان طريقة العلاج تؤدي الى ٧٥٪ من التباين في السلوك التكيفي .

مثال (٢) : قد تكون بيانات القياس المتكرر هي درجات ثلاثة أو اكثر من المحكمين على عدد من اللاعبين (أو عدد من البحوث) ويكون الهدف من التحليل هو معرفة مدى إتفاق أو اختلاف المحكمين . ويعد المحكمون بمثابة فترات القياس ، فاذا وجدت فروق فانها تعني عدم إتفاق المحكمين وإذا كانت درجات أربعة محكمين على عشرة بنود لمقياس معين (أو عشرة بحوث) هي :

جدول (١١ - ٣)

درجات أربعة من المحكمين على عشرة بنود (أو بحوث)

البنود	المحكم (أ)	المحكم (ب)	المحكم (جـ)	المحكم (د)	المجموع
١	٤	٥	٢	٣	١٤
٢	٤	٥	٣	٤	١٦
٣	٢	٤	١	٢	٩
٤	٣	٤	٢	٤	١٣
٥	٢	٣	١	٢	٨
٦	٥	٥	٣	٤	١٧
٧	٤	٥	٢	٤	١٥
٨	٣	٤	١	٣	١١
٩	٤	٤	٢	٤	١٤
١٠	٢	٣	١	٢	٨
المجموع	٣٣	٤٢	١٨	٣٢	١٢٥

مجـ س الكلى = ١٢٥ ، مجـ $س^٢$ الكلى = ٤٤٩

ن الكلية = ٤٠ ، ك = ٤ ، ٧ = ١٠

مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلى - مجموع مربعات البنود

$$\text{مجموع المربعات الكلى} = \text{مجـ } س^٢ - \frac{(\text{مجـ } س)^٢}{ن}$$

$$= ٤٤٩ - \frac{(١٢٥)^٢}{٤٠} = ٥٨,٣٧٥$$

$$\text{مجموع مربعات البنود} = \frac{(\text{مجـ } س_١)^٢ + (\text{مجـ } س_٢)^٢ + \dots\dots}{ك} - \frac{(\text{مجـ } س)^٢}{ن}$$

$$= \frac{(١٤)^{٢} + (١٦)^{٢} + \cdots\cdots + (٨)^{٢}}{٤} - \frac{(١٢٥)^{٢}}{٤٠}$$

= ٤١٥,٢٥ − ٣٩٠,٦٢٥ = ٢٤,٦٢٥

مجـ مربعات المحكمين =

$$\frac{(\text{مجـ س}_{أ})^{٢} + (\text{مجـ س}_{ب})^{٢} + (\text{مجـ س}_{جـ})^{٢} + (\text{مجـ س}_{د})^{٢}}{م} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{ن}$$

$$= \frac{(٣٣)^{٢} + (٤٢)^{٢} + (١٨)^{٢} + (٣٢)^{٢}}{١٠} - \frac{(١٢٥)^{٢}}{٤٠}$$

مجـ مربعات المحكمين = ٤٢٠,١ − ٣٩٠,٦٢٥ = ٢٩,٤٧٥

− مجموع مربعات المحكمين

= ٥٨,٣٧٥ − ٢٤,٦٢٥ − ٢٩,٤٧٥

= ٤,٢٧٥

ثم نضع مجموع المربعات الكلي ومكوناته الثلاثة في جدول تحليل تباين القياس المتكرر لحساب متوسط المربعات وقيمة ف لكل من البنود والمحكمين .

جدول (١١ − ٤) تحليل تباين القياس المتكرر لدرجات المحكمين على بنود المقياس

مصدر التباين	مجموع المربعات	د . ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
البنود	٢٤,٦٢٥	٩	٢,٧٤	١٧,١٣	دالة عند ٠,٠٠١
المحكمون	٢٩,٤٧٥	٣	٩,٨٣	٦١,٤٤	دالة عند ٠,٠٠١
الخطأ	٤,٢٧٥	٢٧	٠,١٦		
الكلي	٥٨,٣٧٥	٣٩			

وتدل نتائج التحليل على وجود فروق دالة عند مستوى ٠,٠٠١ بين البنود ، وقد يكون هذا أمر طبيعي ، إلا أنه في القياس النفسي يدل على عدم إتساق البنود. كما توجد فروق دالة بين المحكمين عند مستوى ٠,٠٠١ بمعنى عدم إتفاق المحكمين ، ويتطلب هذا إجراء مقارنات متعددة بين متوسطات درجات المحكمين (بطريقة توكى مثلا) للتعرف على الفروق بينهم . فاذا كان الآمر مرتبط بتحكيم بنود اختبار ما فعلى الباحث القيام بحل هذه المشكلة والتوصل الى ما يؤدى للاتفاق، وذلك بتعديل البنود ثم إعادة التحكيم مرة أخرى حتى يحدث إتفاق بين المحكمين .

أما إذا كان الأمر متعلقا بتحكيم عدة بحوث في مجال معين ، فيمكن التعرف على المحكم المتشدد من المحكم المتساهل في أحكامه .

وكذلك الحال في حالة تحكيم أداء عدد من اللاعببين مثلا ، حيث يمكن التعرف على الفروق بين المحكمين للتوصل إلى ما إذا كان هناك تشدداً أو تساهلا في التحكيم

كما يمكن استخدام نفس الاسلوب في تحليل بيانات بنود إختبار . فاذا طبق اختبار على عينة من الافراد فيمكن إعتبار إجابات الافراد على البنود هي قياس متكرر . وبالتالى فان تحليل مثل هذه البيانات نستطيع منه حساب معامل ثبات الاختبار ، وفيما يلي مثال توضيحي لذلك.

مثال (٣) : أجرى إختبار من خمسة بنود على عشرة أفراد ولكل بند درجة واحدة وكانت الاجابات كما بالجدول (١١ – ٥) والمطلوب تحليل البيانات وحساب معامل ثبات الاختبار .

جدول (١١ – ٥) الاجابات من خمسة بنود

الأفراد	البنـــــود					المجموع
	١	٢	٣	٤	٥	
١	١	١	١	١	١	٥
٢	١	١	٠	١	١	٤
٣	١	١	١	١	٠	٤
٤	٠	١	١	٠	١	٣
٥	١	١	١	٠	٠	٣
٦	١	٠	١	١	٠	٣
٧	١	١	٠	٠	٠	٢
٨	٠	١	٠	١	٠	٢
٩	١	٠	١	٠	٠	٢
١٠	١	٠	٠	٠	٠	١
	٨	٧	٦	٥	٣	٢٩

مجموع الدرجات الكلى (مجـ س) = ٢٩

مجموع مربعات الدرجات (مجـ س^2) = ٢٩

$$\text{مجموع المربعات الكلى} = \text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}$$

$$= ٢٩ - \frac{(٢٩)^2}{٥٠} = ٢٩ - ١٦,٨٢ = ١٢,١٨$$

$$\text{مجموع المربعات بين الافراد} = \frac{(٥)^2 + (٤)^2 + \ldots\ldots + (١)^2}{٥} - \frac{(٢٩)^2}{٥٠}$$

$$= ١٩,٤ - ١٦,٨٢ = ٢,٥٨$$

$$\text{مجموع مربعات البنود} = \frac{(٨)^٢ + (٧)^٢ + (٦)^٢ + (٥)^٢ + (٣)^٢}{١٠} - \frac{(٢٩)^٢}{٥٠}$$

$$= ١٨,٣ - ١٦,٨٢ = ١,٤٨$$

$$\text{مجموع مربعات الخطأ} = ١٢,١٨ - ٢,٥٨ - ١,٤٨ = ٨,١٢$$

جدول (١١ - ٦)

تحليل بيانات اجابات الافراد على خمسة بنود

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح	متوسط المربعات	ف
بين الأفراد	٢,٥٨	٩	٠,٢٨٧	١,٢٧
بين البنود	١,٤٨	٤	٠,٣٧	١,٦٤
الخطأ	٨,١٢	٣٦	٠,٢٢٦	
الكلى	١٢,١٨	٤٩		

$$\text{معامل ثبات البند} = \frac{\text{متوسط مربعات الافراد} - \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{ك} \times \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

حيث ك هي عدد البنود (Winer et al., 1991 : 1022)

$$ر_١ \text{ للبند} = \frac{٠,٢٨٧ - ٠,٢٢٦}{٥ \times ٠,٢٢٦} = ٠,٠٥٤$$

$$\text{معامل ثبات البنود الخمسة} = \frac{٥ \times ر_١}{١ + ٤ ر_١} = \frac{٥ \times ٠,٠٥٤}{١ + ٤ \times ٠,٠٥٤} = ٠,٢٢٢$$

ولكن هذه الطريقة محدودة الاستخدام أولا لصعوبة تطبيقها ، وثانيا أن استخدامها مرتبط بوجود تباين بين الافراد فاذا كانت اجابات ودرجات الافراد متساوية فلا نستطيع التوصل الى معامل الثبات ، وقد يكون معامل الثبات من هذه الطريقة سالبا .

ثانيا :تحليل تباين القياس المتكرر لمجموعتين أو أكثر :

إذا كانت البيانات التي تم جمعها عن مجموعتين أو أكثر وفي عدة قياسات متتالية ،مثل اجراء دراسة تجريبية على مجموعة واستخدام مجموعة أخرى ضابطة ، فان تحليل البيانات هنا يشبه تحليل التباين الثنائي باستثناء تقسيم الخطأ الى جزئين . ويكون أحد المتغيرين المستقلين هو المجموعات (تجريبية أو ضابطة) والمتغير الثاني هو فترات القياس (أكثر من فترتين) .

وإذا كانت فترات القياس فترتين فقط (قبلي وبعدى) لمجموعتين (تجريبية وضابطة) فاننا لا نستخدم تحليل تباين القياس المتكرر ، وإنما نجرى مقارنة بين متوسطى المجموعتين (التجريبية والضابطة) في درجات القياس القبلي ، فاذا كانت المجموعتان غير مختلفتين بمعنى لم نتوصل الى فرق دال ، فان الخطوة التالية تكون باجراء مقارنة بين متوسطى المجموعتين في درجات القياس البعدى .أما إذا كانت المجموعتان مختلفتين في درجات القياس القبلي ، فاننا نجرى تحليل تغاير ANCOVA لعزل أثر القياس القبلي من القياس البعدى .

وإذا كانت فترات القياس فترتين (قبلي وبعدى) لعدة مجموعات فاننا نجرى مقارنة بين المجموعات في القياس القبلي باستخدام تحليل التباين الاحادى، فاذا كانت الفروق بين المجموعات غير دالة ، فاننا نجرى تحليل تباين أحادى بين المجموعات لدرجات القياس البعدى. أما إذا نتج من تحليل التباين الاحادى لدرجات القياس القبلي وجود فروق دالة بين المجموعات ، فيجب أن نجرى تحليل تغاير لعزل أثر القياس القبلي من القياس البعدى .

ولكن في حالة تعدد فترات القياس (أكثر من فترتين) فاننا نستخدم تحليل تباين القياس المتكرر الموضح هنا.

وينقسم التباين الكلي في تحليل القياس المتكرر لعدة مجموعات الى عدة أقسام هي : تباين المجموعات ، وتباين الفترات ، وتباين التفاعل ، وتباين الخطأ . وحيث أن النموذج المستخدم هو عشوائي للافراد ، ومحدد للمجموعات ، فان هذا يؤدى الى تقسيم تباين الخطأ الى قسمين : أحدهما خطأ للمجموعات والثاني خطأ للفترات وتفاعل الفترات والمجموعات .

ويتم إتباع الخطوات التالية لاجراء تحليل تباين القياس المتكرر الثنائى :

١ – إيجاد مجموع درجات الافراد (عبر فترات القياس) ، ومجموع درجات المجموعات ، ومجموع درجات الفترات ، والمجموع الكلى للدرجات (مجـ س) ، ومجموع مربعاتها (مجـ $س^2$).

٢ – حساب مجموع المربعات للدرجات ، ودرجات الحرية (ن – ١) .

٣ – حساب مجموع المربعات بين الافراد ، ودرجات الحرية (ﻣ – ١)

٤ – حساب مجموع مربعات المجموعات ، ودرجات الحرية ($ك_1$ – ١)

٥ – مجموع مربعات خطأ المجموعات = مجموع مربعات بين الافراد – مجموع مربعات المجموعات .

٦ – حساب مجموع مربعات الفترات ، درجات الحرية ($ك_2$ – ١)

٧ – حساب مجموع مربعات الخلايا (المجموعات × الفترات) واستخدامه فى حساب مجموع مربعات التفاعل (المجموعات × الفترات)

٨ – حساب مجموع مربعات الخطأ الثانى = مجموع المربعات الكلى – مجموع مربعات بين الافراد– مجموع مربعات الفترات – مجموع مربعات التفاعل

٩ – نضع البيانات السابقة فى جدول تحليل تباين القياس المتكرر ثم نوجد متوسط المربعات لكل قسم منها.

١٠ – نحسب قيمة (ف) للمجموعات بقسمة متوسط مربعاتها على متوسط مربعات الخطأ الاول ، بينما قيمة (ف) للفترات والتفاعل فنستخدم معهما متوسط مربعات الخطأ الثانى.

١١ – نقارن قيم (ف) المحسوبة بقيم (ف) الجدولية بدرجات الحرية المحددة ومستوى الدلالة المطلوب.

١٢ – إذا وجدت فروق دالة بين المجموعات ، وبين الفترات ، فاننا نجرى إختبار للمقارنات المتعدة بين المتوسطات، باحدى طرق المقارنات المتعددة السابق توضيحها.

مثال (٣) :

طبق برنامج لتعديل سلوك مجموعتين من التلاميذ (ذكور وإناث) ذوى النشاط الزائد ، وتم قياس السلوك العدوانى قبل وأثناء تطبيق البرنامج وبعد إنتهائه . وكانت البيانات كما يلى:

جدول (١١ – ٧)

تكرار قياس درجات السلوك العدواني لمجموعتين من التلاميذ

	قبل البرنامج	أثناء البرنامج	بعد البرنامج	المجموع
ذكور	١٢	١٠	٩	٣١
	١٤	١٢	١٠	٣٦
	١٧	١٤	١٢	٤٣
	١٦	١٢	١١	٣٩
	١٥ (٧٤)	١١ (٥٩)	١٢ (٥٤)	٣٨ ١٨٧
اناث	١٤	١٠	٨	٣٢
	١٤	١٠	٩	٣٣
	١٢	٩	٨	٢٩
	١٣	١٠	٩	٣٢
	١٥ (٦٨)	١٢ (٥١)	١٠ (٤٤)	٣٧ ١٦٣
	١٤٢	١١٠	٩٨	٣٥٠

ولتحليل بيانات هذه الدراسة نقوم بجمع درجات كل فرد في المجموعتين ، وجمع الدرجات لكل خلية ، ودرجات كل فترة من فترات القياس . ثم نوجد المجموع الكلي (مجـ س = ٣٥٠)

ومجموع مربعات الدرجات (مجـ $س^٢$ = ٤٢٥٠)

مجموع المربعات الكلي = $٤٢٥٠ - \frac{(٣٥٠)^٢}{٣٠} = ١٦٦,٦٧$

مجموع مربعات الافراد =

$$= \frac{(٣١)^٢ + (٣٦)^٢ + ... + (٣٧)^٢}{٣} - \frac{(٣٥٠)^٢}{٣٠} = ٥٦$$

مجموع مربعات النوع = $\frac{(١٨٧)^٢}{١٥} + \frac{(١٦٣)^٢}{١٥} - \frac{(٣٥٠)^٢}{٣٠} = ١٩,٢$

مجموع مربعات الخطأ الأول = مجموع مربعات الأفراد– مجموع مربعات النوع

= ٥٦ – ١٩,٢ = ٣٦,٨

مجموع مربعات الفترات = $\frac{(١٤٢)^٢ + (١١٠)^٢ + (٩٨)^٢}{١٠} - \frac{(٣٥٠)^٢}{٣٠}$

= ١٠٣,٤٧

مجموع مربعات الخلايا (النوع × الفترات) =

$\frac{(٧٤)^٢}{٥} + \frac{(٥٩)^٢}{٥} + ... + \frac{(٤٤)^٢}{٥} - \frac{(٣٥٠)^٢}{٣٠} = ١٢٣,٤٧$

مجموع مربعات التفاعل (النوع × الفترات) = مجموع مربعات الخلايا – مجموع مربعات النوع – مجموع مربعات الفترات

= ١٢٣,٤٧ – ١٩,٢ – ١٠٣,٤٧

= ٠,٨

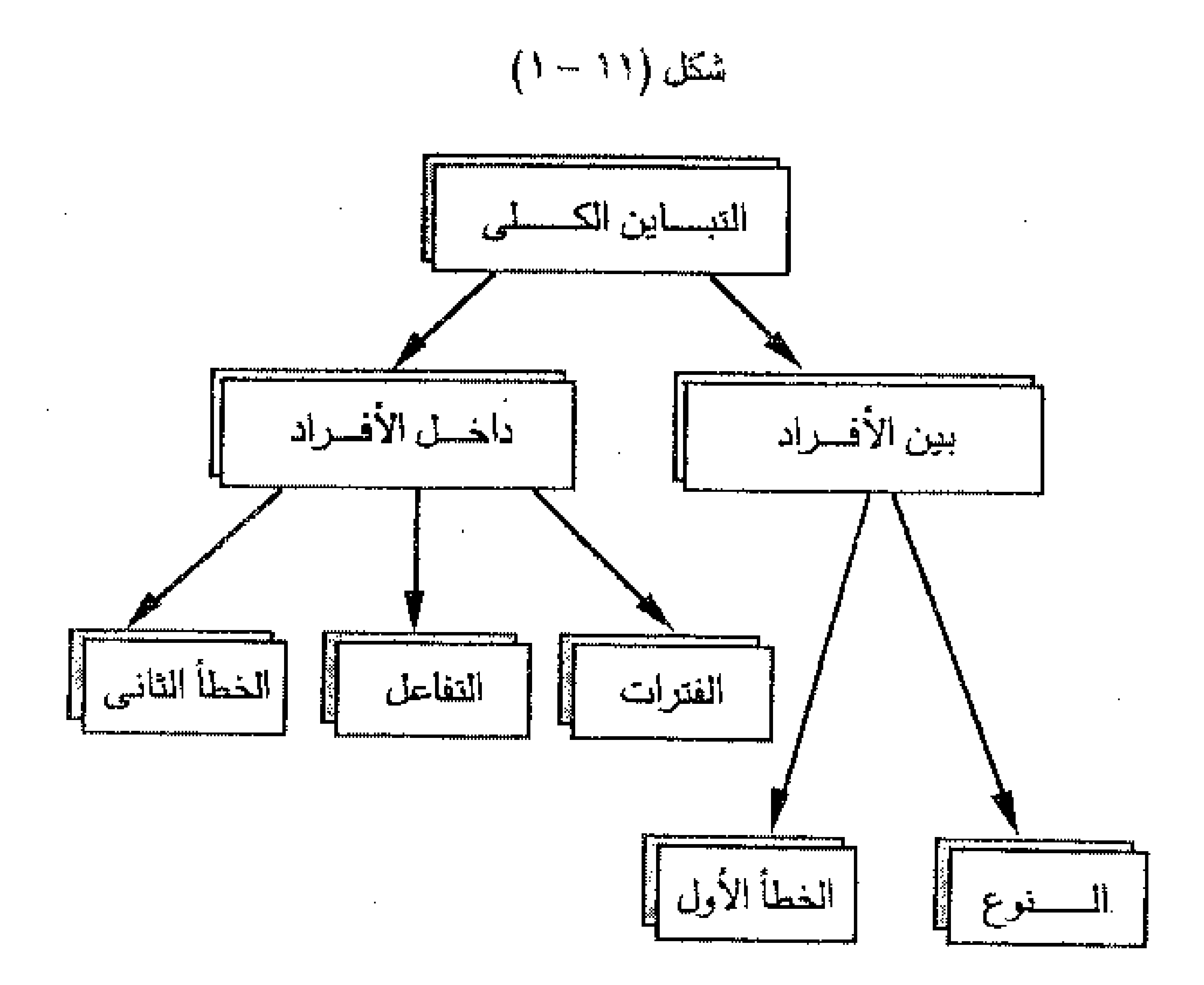
مجموع مربعات الخطأ الثاني = مجموع المربعات الكلي – مجموع مربعات الأفراد – مجموع مربعات الفترات – مجموع مربعات التفاعل

= ١٦٦,٦٧ – ٥٦ – ١٠٣,٤٧ – ٠,٨

= ٦,٤

ويفضل استخدام التخطيط التالي لتوزيع التباين الكلي الى مكوناته، وذلك للاهتداء به في اجراء التحليل.

شكل (١١ – ١)



ثم نضع مجموع المربعات الكلي وأقسامه المختلفة في جدول تحليل تباين القياس المتكرر الثنائى (جدول ١١ – ٨) وكذلك درجات الحرية لكل قسم . ثم نحسب متوسط مربعات الخطأ لكل منها.

جدول (١١ – ٨) تحليل تباين القياس المتكرر الثنائى (النوع × الفترات) لدرجات السلوك العدوانى

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
النوع	١٩,٢	١	١٩,٢	٤,١٧	غير دالة
الخطأ الأول	٣٦,٨	٨	٤,٦		
الفترات	١٠٣,٤٧	٢	٥١,٧٤	١٢٩,٣٥	دالة عند
التفاعل	٠,٨	٢	٠,٤	١	غير دالة
الخطأ الثانى	٦,٤	١٦	٠,٤		
الكلى	١٦٦,٦٧	٢٩			

ونحسب أيضا قيمة (ف) للنوع باستخدام الخطأ الاول ، وقيمتى (ف) للفترات والتفاعل باستخدام الخطأ الثانى . ونقارن قيم (ف) المحسوبة بالقيم الجدولية فينتج أن ف للنوع (٤,١٧) غير دالة وكذلك التفاعل غير دال ، بينما قيمة (ف) للفترات (١٢٩,٣٥) فهى دالة عند ٠,٠٠١ أو أقل .

ثم نجرى المقارنات المتعددة بين متوسطات الفترات باستخدام احدى الطرق السابق ذكرها لمعرفة الفروق بين متوسطات الفترات حتى يمكن تفسير النتائج . وحيث أنه لا يوجد تفاعل دال فان تفسيرنتائج الفروق بين الفترات يتم على أساس نتائج الفروق بين المتوسطات .

حجم التأثير للفترات (ω^{2}) =

$$\frac{\text{مجموع مربعات الفترات} - (\text{ك} - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ للفترات}}{\text{مجموع المربعات الكلى} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$= \frac{١٠٣,٤٧ - (٣ - ١) \times ٠,٤}{١٦٦,٦٧ + ٠,٤}$$

$= ٠,٦١٥$

ويعنى أن ٦١,٥ ٪ من تباين السلوك العدوانى يرجع الى الفروق بين الفترات، أو يرجع الى فعالية البرنامج المستخدم (وهى نسبة عالية جدا) .

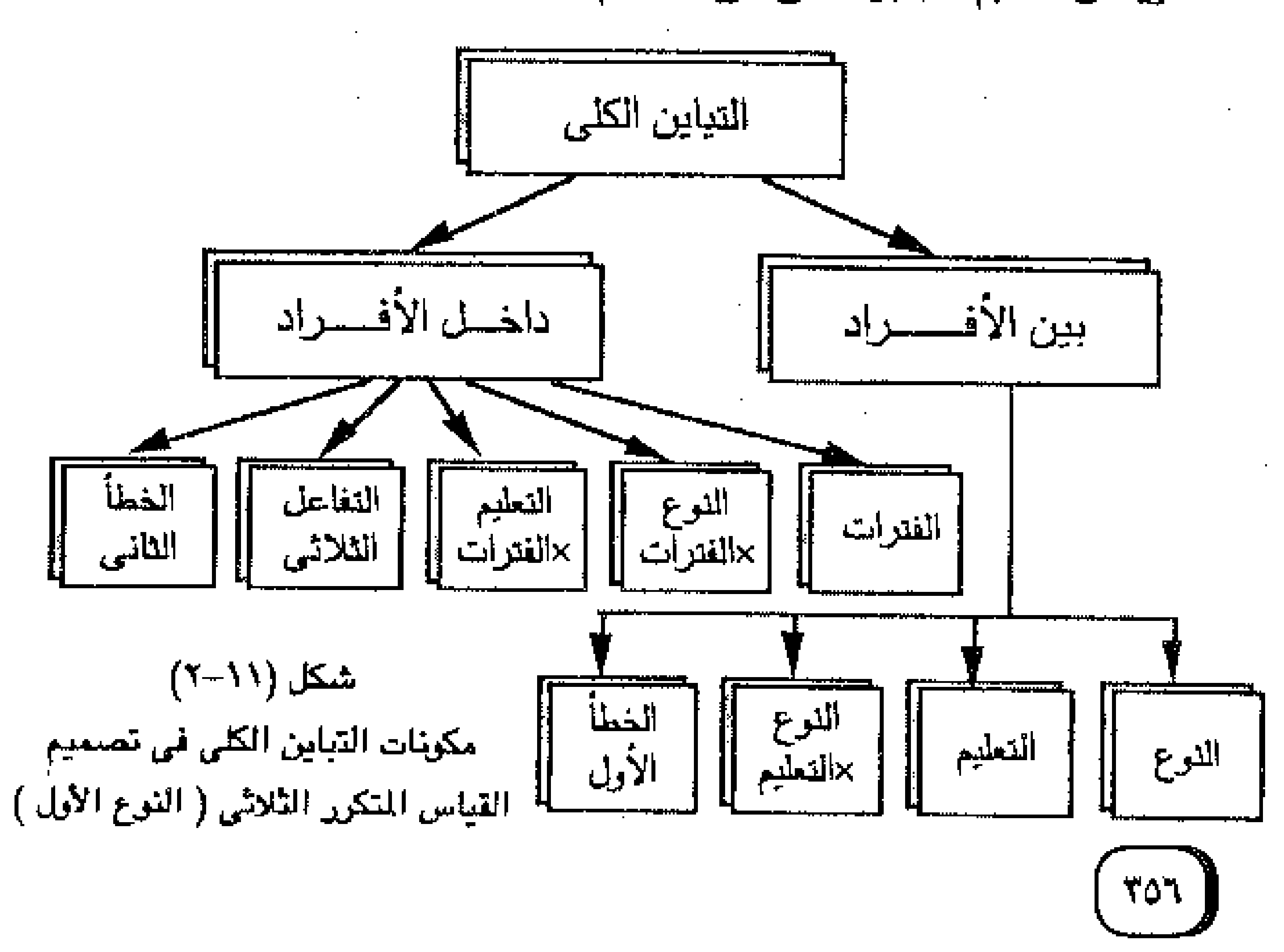
ثالثا: تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي (الحالة الاولى)

إذا أجريت دراسة باستخدام متغيرين مستقلين بالاضافة إلى تكرار القياس فان تحليل تباين القياس المتكرر يشبه تحليل التباين الثلاثى باستثناء تقسيم تباين الخطأ الى جزئين كما سبق التوضيح فى حالة تحليل تباين القياس المتكرر الثنائى . ومن أمثلة دراسات هذا النوع إجراء دراسة على عدة مجموعات مختلفة فى مستوى التعليم وتتضمن الجنسين (ذكور وإناث) بالاضافة الى فترات القياس وكذلك المتغير التابع . ويكون تكرار القياس هنا على المتغيرين المستقلين النوع والتعليم (Winer et al ., 1991) – ويكون تصميم مثل هذه الدراسة كما يلى:

جدول (١١ – ٩) تصميم القياس المتكرر الثلاثى (النوع الاول)

التعليم	النوع	الأفراد	فترات القياس			
			١	٢	٣	٤
تعليم ثانوى	ذكور	١ ٢ ٣ ٤				
	إناث	٥ ٦ ٧ ٨ ٩				
تعليم عالى	ذكور	١٠ ١١ ١٢ ١٣				
	إناث	١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨				

ويمكن تقسيم التباين الكلى الى الاقسام التالية :



شكل (١١-٢)
مكونات التباين الكلى فى تصميم القياس المتكرر الثلاثى (النوع الأول)

ويتم اجراء تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي لبيانات التصميم السابق بحساب مكونات التباين الكلي . ويتم ذلك بحساب مجموع المربعات الكلي ويليه حساب مجموع مربعات كل مصدر من مصادر التباين وهي :

١ – بين الافراد ، النوع ، ومستوى التعليم ، وتفاعل النوع × التعليم (ويحسب باستخدام مجموع مربعات خلايا النوع × التعليم) ، ثم الخطأ الاول وتحسب مربعاته باستخدام مجموع المربعات بين الافراد .

٢ – الفترات ، وتفاعل النوع × الفترات (ويحسب باستخدام مجموع مربعات خلايا النوع × الفترات) ، وتفاعل التعليم × الفترات (ويحسب باستخدام مجموع مربعات خلايا التعليم × الفترات) ، والتفاعل الثلاثي (ويحسب باستخدام مجموع مربعات الخلايا الثلاثية النوع × التعليم × الفترات)وأخيراً الخطأ الثاني ويحسب باستخدام مجموع المربعات السابقة ومجموع مربعات داخل الافراد .

وتوضع هذه المربعات ودرجات حريتها في جدول تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي ، حيث يتم حساب متوسط المربعات بقسمة مجموع مربعات كل قسم على درجات حريته . ويستخدم متوسط مربعات الخطأ الأول في حساب قيم (ف) لكل من النوع ، ومستوى التعليم ، والتفاعل بينهما .

بينما يستخدم الخطأ الثاني لحساب قيم (ف)للفترات وتفاعلاتها الثنائية مع النوع والتعليم ، وكذلك التفاعل الثلاثي (النوع × التعليم × الفترات) .

ومن الواضح أن تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي اكثر تعقيد ا عن الثنائي، ولذلك فان مثل هذه التحليلات يمكن اجراؤها باستخدام الحاسوب على أن نوضح للحاسوب كيفية حساب مجموع مربعات الخطأ ، خاصة في الحالة الثانية التي نوضحها فيما بعد .

أما في حالة تعدد المتغيرات المستقلة (اكثر من متغيرين مستقلين) مع تكرار القياس فان أسلوب التحليل يعتمد على نفس الطريقة الموضحة مع اضافة متغيرات جديدة وتفاعلاتها ، أما تباين الخطأ فيظل قسمين فقط : الأول لاختبار الفروق بين مستويات كل متغير مستقل وتفاعلات المتغيرات المستقلة مع بعضها البعض ، والثاني لاختبار الفروق بين فترات القياس وتفاعلاتها مع المتغيرات المستقلة .

رابعا : تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي (الحالة الثانية):

يعد هذا التصميم أكثر التصميمات تعقيداً ويحتاج إلى متخصص لتوضيح كيفية تحليل بياناته . فعند إجراء دراسة تتضمن متغيرين مستقلين مع فترات القياس ، ولكن تكرار القياس يكون على متغير مستقل واحد منهما بينما يكون المتغير المستقل الثاني ضمن الشروط التجريبية . ومثال ذلك اجراء دراسة على ثلاث مجموعات من العاملين باحدى الهيئات ، حيث يتم تعرضها لمواقف وظيفية معينة (في الاسبوع الأول لشهر ما وفي الاسبوع الاخير مثلا) ويكون تكرار القياس مصاحب لكل موقف من الموقفين ، ويكون شكل التصميم كما يلي :

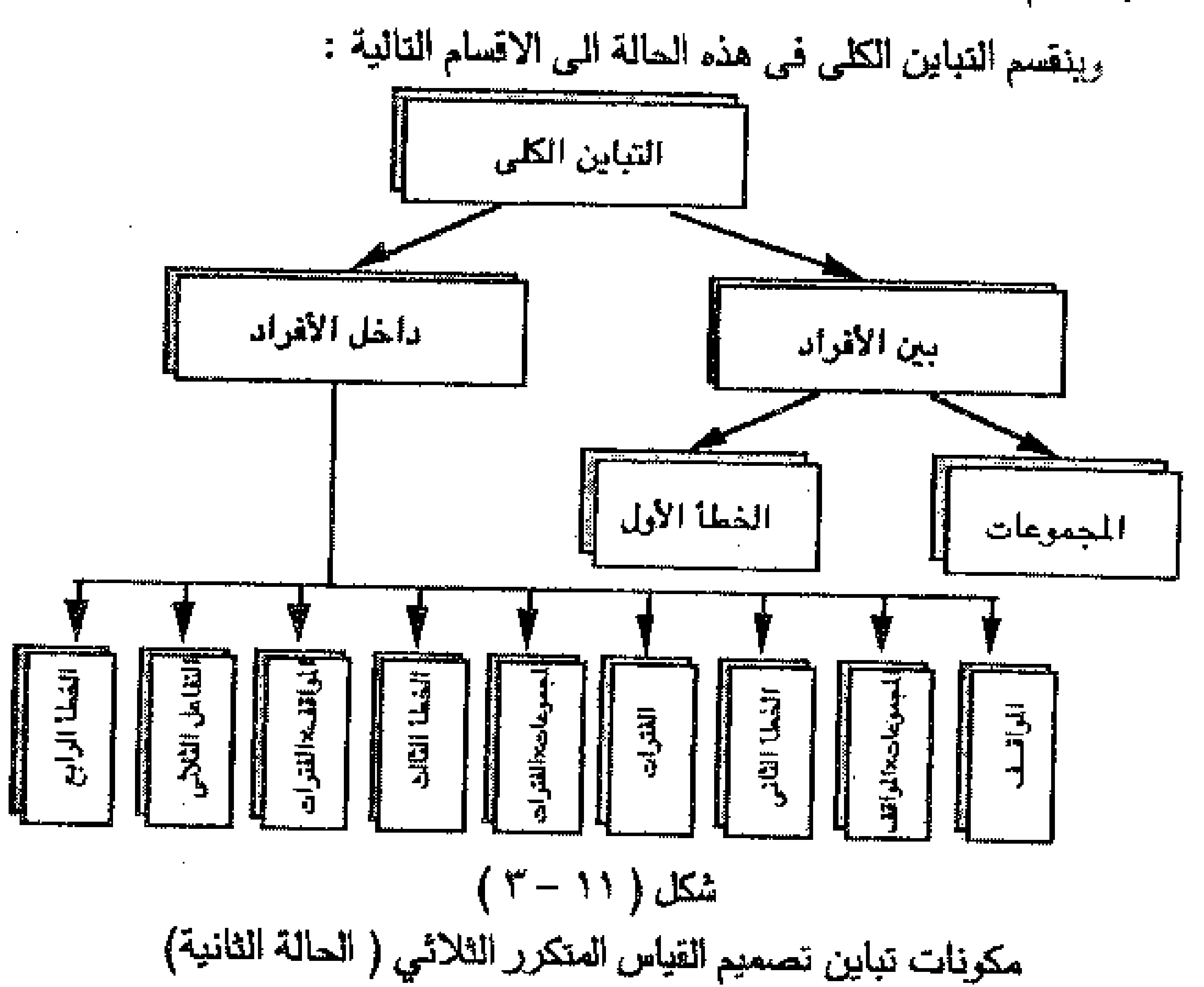
جدول (١١ — ١٠) تصميم القياس لمتكرر الثلاثي (الحالة الثانية)

التعليم	الأفراد	الموقف الوظيفي الأول				الموقف الوظيفي الثاني			
		فترات القياس				فترات القياس			
		١	٢	٣	٤	١	٢	٣	٤
تعليم ثانوى	١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧								
تعليم ثانوى	٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤								
تعليم عالى	١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠								

وينقسم التباين الكلي في هذه الحالة إلى عدة أقسام مختلفة عن الحالة الاولى ، حيث يوجد أربعة أقسام لتباين الخطأ : الاول لاختبار الفروق بين مجموعات العاملين ، والثاني لاختبار الفروق الوظيفية وتفاعلها مع المجموعات ،

والثالث لاختبار الفروق بين فترات القياس وتفاعلها مع المجموعات ، أما الرابع فيستخدم لاختبار تفاعل الفترات مع المواقف ، والتفاعل الثلاثي (المجموعات × المواقف × الفترات) (Winer et al ., 1991) . وهذه الاقسام المختلفة لتباين الخطأ تؤدى الى زيادة تعقيد التحليل فى هذه الحالة ، مما يستدعى اجراء التحليل باستخدام برامج Spss وإستشارةأحد خبراء الأحصاء بشرط أن يحدد المبرمج كيفية حساب أقسام الخطأ.

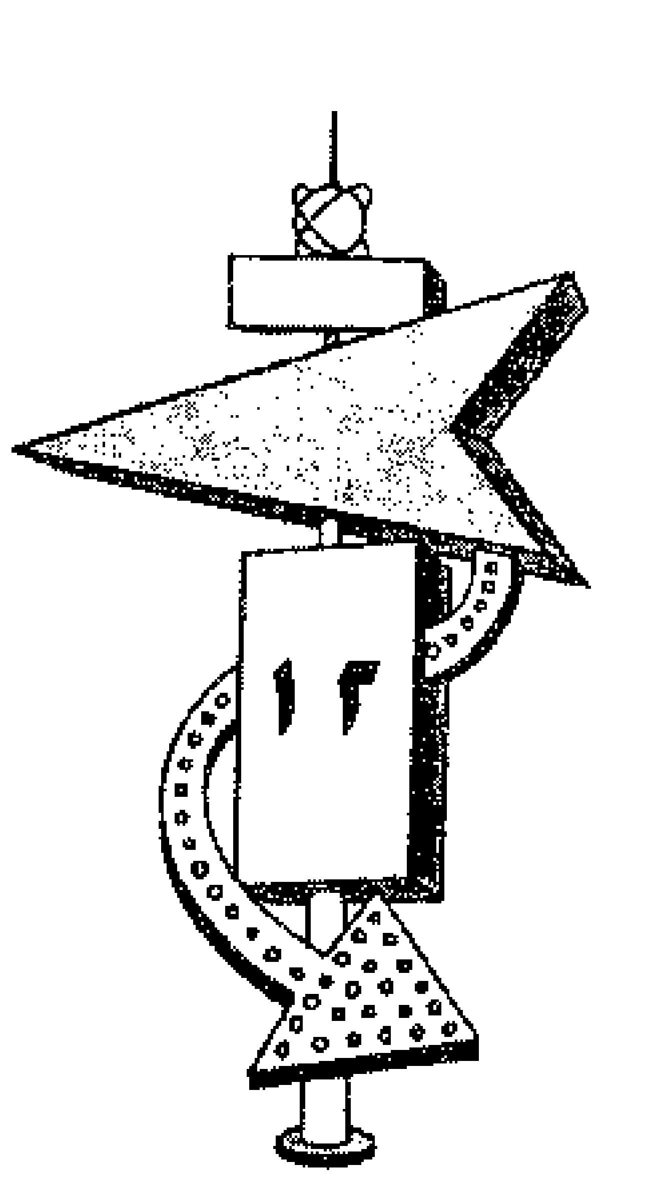
وينقسم التباين الكلى فى هذه الحالة الى الاقسام التالية :



شكل (١١ – ٣)
مكونات تباين تصميم القياس المتكرر الثلاثي (الحالة الثانية)

وفى حالة استخدام اكثر من متغيرين مستقلين بالاضافة الى المتغير المتضمن مع الفترات (مثل المواقف الوظيفية) فان أسلوب تحليل البيانات يظل كما هو مع إضافة المتغيرات المستقلة الى المصادر التى يستخدم معها الخطأ الاول بينما المتغير المتضمن (المواقف الوظيفية) وتفاعلاته مع المتغيرات المستقلة يضاف الى مجموعة المصادر التى تستخدم الخطأ الثانى ، ومتغير فترات القياس وتفاعلاته مع المتغيرات المستقلة مع مجموعة الخطأ الثالث ، وآخيرا تفاعلات المتغير المتضمن مع الفترات وتفاعلات الدرجات الاعلى يستخدم معها الخطأ الرابع .

ومن الواضح أن تعقيد التحليلات الاحصائية هنا يزداد بزيادة المتغيرات المستقلة في تصميمات القياس المتكرر . ولذلك فان هذه التحليلات يتم اجراؤها باستخدام برامج spss . ولكن ننصح بأن تكون التصميمات البحثية اكثر بساطة مما سبق ذكره ، وإلا فان الاسلوب المناسب للتحليل يتم تحديده باستشارة أحد المتخصصين ، ويفضل استخدام أساليب التحليل متعددة المتغيرات Multivariate .



الفصل الثاني عشر

تحليل التغاير

Analysis of Covariance



الفصل الثانى عشر
تحليل التغاير

عند إجراء دراسة وجمع بيانات عن متغير تابع باستخدام تصميم معين ، فاننا نجد العديد من المتغيرات الخارجية التى قد تؤثر على المتغير التابع موضع الدراسة . وبعض هذه المتغيرات الخارجية من المستحيل ضبطها ، كما أن البعض قد لا نلاحظه ، فاذا كان توزيع الافراد على مجموعات الدراسة عشوائيا ، فاننا نستطيع ضبط تباين المتغير التابع الذى يرجع الى تأثير المتغيرات الخارجية . وتحليل التغاير (ANCOVA) يقوم بدور مشابه لهذا حيث أنه يعزل آثار المتغيرات الخارجية من المتغير التابع (Ferguson & Takane, 1989:391) .

وتوجد طرق أخرى مباشرة لضبط أثر المتغيرات الخارجية مثل : إعادة إجراء الدراسة Repilcation، وتصميمات الوحدات العشوائي Randomized Block ، وتصميمات القياس المتكرر ، وغيرها . وهذه التصميمات يمكن استخدامها لضبط أثر مصادر التباين الخارجية .

أما تحليل التغاير فهو نوع من الضبط الاحصائى حيث يتم قياس متغير(أو اكثر) خارجى له أثر على المتغير التابع ، وذلك بهدف عزل أثر هذا المتغير الخارجى من المتغير التابع (Winer etal, 1991 :739) .

فاذا كان الهدف من الدراسة تقويم فعالية عدة طرق للتدريس ، والمتغير التابع هو التحصيل الدراسي ، أما المتغير الخارجي (المصاحب) والذى له أثر على التحصيل هو الذكاء . فاذا أجبر المجرب على استخدام فصل كامل كوحدة تجريبية ، وهو أمر مقبول لأن الفصول تختلف فى الذكاء . فانه يستخدم تحليل التغاير لعزل أثر الذكاء من التحصيل . وقد تكون الدراسة للتعرف على فعالية المواقف الضاغطة على الثبات الانفعالى ، وفى هذه الحالة يكون المتغير الدخيل هو مستوى الثبات الانفعالى فى المواقف غير الضاغطة أو قبل اجراء التجربة والذى يجب عزل أثره من القياس البعدى للثبات الانفعالى .

ويجب الحذر عند إستخدام تحليل التغاير لعزل أثر القياس القبلى، حيث

يجب قياسه قبل تطبيق المعالجات التجريبية . أما إذا تم القياس أثناء الدراسة فانه يكون قد تأثر بالمعالجات ، وبالتالى فان عزل أثره يؤدى الى تقليل أثر المعالجات . كما أن محاولة عزل أكثر من متغير خارجي قد يؤدى الى عزل الكثير من تباين المتغير التابع ولا نصل الى نتائج تستحق الدراسة.

ويوجد نوعان من المتغيرات الخارجية التى تؤثر على المتغير التابع فى العلوم الانسانية . الأول هو متغيرات تعد خصائص داخل الفرد المشترك فى الدراسة . فمثلا قياس الذكاء والاتجاهات والتحصيل هى متغيرات تخص الفرد ذاته وبالتالى تتأثر بالمعالجات أثناء الدراسة ، والنوع الثانى هو متغيرات خارج الفرد مثل المستوى الاقتصادى والاجتماعى للاسرة ، أو عدد الأخوة ومثل هذه المتغيرات لا تتأثر بالمعالجات(Ferguson & Takane , 1989 : 403 - 404) .

أما تعلم اللغة مثلا فيتأثر باتجاهات الطالب نحو مجموعته ، ولذلك يجب قياس مثل هذا المتغير قبل التدريس . وإذا تم قياسه أثناء التجربة فان درجاته تتأثر بالمعالجة أو أن الاتجاه قد يتغير أثناء تعلم اللغة .

ويمكن استخدام المتغير الخارجي (الدخيل) كمتغير تصنيفى ، بمعنى تقسيم المتغير الى مستويات (الذكاء مثلا) وإدخاله فى تحليل التباين كمتغير مستقل . وبالتالى يصبح تحليل التغاير الاحادى هو تحليل تباين ثنائى ، وبالطبع افتراضات تحليل التباين ليست متحفظة مثل افتراضات تحليل التغاير ولكن من عيوب هذا الأسلوب أمكانية التوصل إلى مجموعات فرعية (خلايا)غير متساوية العدد ، مما يؤثر على تجانس هذه المجموعات .

وتحليل التغاير يتضمن استخدام أسلوبين فى التحليل هما الانحدار الخطى البسيط بين المتغير الخارجى والمتغير التابع لعزل أثر المتغير الخارجي ، ثم تحليل تباين للجزء المتبقى من المتغير التابع (المتوسطات المعدلة للمجموعات) والذى يرجع الى تأثير المعالجات التجريبية . وهذه المتوسطات المعدلة للمجموعات توضح جزء من التباين فى المتغير التابع بعد عزل أثر المتغير الخارجي . وعليه فان تحليل التغاير يستخدم كل من تحليل الانحدار وتحليل التباين (Ferguson & Takane , 1989: 392)

وقد تم التوصل الى تحليل التغاير ونشر أول مثال عليه عام ١٩٣٢ . ويستخدم هذا الاسلوب بكثرة فى البحوث التجريبية فى مجالات العلوم المختلفة ومنها العلوم الانسانية ويطلق عليه أحيانا اسم تحليل التباين التلازمى نسبة إلى إسم

المتغير المصاحب (الدخيل) Variate . وعند استخدام تحليل التغاير فاننا نهتم بتباين المتغير التابع وتباين المتغير الدخيل ، وتغاير المتغيرين معا ، لكل مصادر التباين فى تصميم تحليل التباين المستخدم (أحادى أو ثنائى أو متعدد) وعند استخدام تحليل التغاير الاحادى فان مصادر التباين هى : بين المجموعات ، والخطأ ، والكلى ، أما تحليل التغاير الثنائى فيشمل مصادر تباين مختلفة وهى : بين مجموعات المتغير المستقل (أ) ، وبين مجموعات المتغير المستقل (ب) ، وتفاعل المتغيرين المستقلين معا (أ ب) ، والخطأ ، والكلى . وبالطبع يتم حساب مجموع مربعات كل مصدر من هذه المصادر لكل من المتغيرين التابع والدخيل وحاصل ضربهما .

إفتراضات تحليل التغاير :

ذكرنا أن أسلوب تحليل التغاير هو دمج لأسلوبى تحليل الانحدار مع تحليل التباين ، ولذلك فإن إفتراضات تحليل التغاير تتضمن افتراضات كلامنهما بالاضافة الى افتراضات خاصة بتحليل التغاير وهى :

تجانس معاملات انحدار المجموعات ، وعدم تأثر المتغير الخارجى (الدخيل) بالتجربة .

والافتراض الاخير سهل التأكد من اجراءات الدراسة ، أما الافتراض الأول (تجانس معاملات الانحدار) فيجب اختباره قبل أن نقرر صلاحية أسلوب تحليل التغاير فى تحليل البيانات . ويتطلب اختبار هذا الافتراض حساب مجموع مربعات المتغيرين التابع والدخيل ، وحواصل الضرب لكل مجموعة من المجموعات الفرعية . ثم حساب مجموع المربعات المعدلة لكل مجموعة بعد عزل أثر المتغير الدخيل ، وجمع هذه المربعات المعدلة ولنرمز لها بالرمز (أ) . ثم نحسب مجموع المربعات داخل المجموعات بعد تعديلها ولنرمز لها بالرمز (ب) . وتكون قيمة (ف) لاختبار شرط تجانس معاملات الانحدار من المعادلة :

$$ف = \frac{(ب - أ) \div (ك - ١)}{أ \div (ن - ٢ ك)} \quad \text{بدرجات حرية } (ك-١) ، (ن - ٢ك)$$

حيث ن عدد الأفراد الكلى ، ك عدد مستويات المتغير المستقل (المعالجات)

ويمكن اعادة صياغة المعادلة لغويا كما يلى :

$$ف = \frac{\left[\text{مجموع المربعات داخل المجموعات بعد تعديلها} - \text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات}\right] \div (ك - ١)}{\text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات} \div (ن - ٢ ك)}$$

و نقارن قيمة ف الناتجة بالقيمة الجدولية بدرجات حرية (ك-١) ، (ن-٢ك) . فاذا كانت ف غير دالة فان افتراض تجانس معاملات الانحدار يتحقق، وإذا كانت دالة فلا يجوز استخدام تحليل التباين لتلك البيانات

(Ferguson & Takane, 1989: 401 ; winer et al , 1991 : 765)

وإذا قام الباحث باجراء التحليل مع عدم توفر شرط تجانس معاملات الانحدار فان نتائجة لا معنى لها وليس لها تفسير صحيح

ويمكن الابتعاد عن هذه المشكلة بطريقة بسيطة (ولكنها صعبة التنفيذ) وهى توزيع الافراد عشوائيا على المعالجات التجريبية ، مع عدم تأثر المتغير الدخيل بالمعالجات (قياسه قبل اجراء التجربة) ، وعندئذ لا داعى لاختبار افتراض تجانس معاملات الانحدار(winer et al ., 1991 : 768)

أولاً: تحليل التغاير الاحادي : One - way ANCOVA

يتضمن تحليل التغاير الاحادى متغيرا مستقلا (المعالجات) ومتغير تابع ومتغير خارجى (دخيل) . ويتم حساب مجموع مربعات مصادر التباين (بين المجموعات ، والخطأ ، والكلى) لكل من المتغير التابع والخارجى بالاضافة الى حواصل ضربهما . وفيما يلى خطوات تحليل التغاير الاحادى :

١ – ايجاد مجموع درجات كل مجموعة والمجموع الكلى للمتغيرين التابع (مجـ س) والخارجى (مجـ ص).

٢ – إيجاد مجموع مربعات المتغيرين التابع (مجـ س^{2}) والخارجى (مجـ ص^{2})، وحواصل الضرب (مجـ س ص) .

٣ – حساب مجموع المربعات الكلى ، ومجموع مربعات المجموعات ، ومجموع مربعات الخطأ للمتغير التابع (س) .

٤ – حساب مجموع المربعات الكلى، ومجموع مربعات المجموعات ، ومجموع مربعات الخطأ للمتغير الخارجى (ص).

٥ – حساب مجموع حواصل الضرب (س ص) الكلى ، وبين المجموعات ، والخطأ .

٦ – وضع النواتج فى جدول تحليل التغاير ودرجات حرية كل منها .

٧ – حسا ب مجموع المربعات الكلى المعدل للمتغير التابع بطرح مربع حواصل

الضرب الكلي مقسومة على مجموع المربعات الكلي للمتغير الخارجي .

٨ – حساب مجموع مربعات الخطأ المعدل للمتغير التابع بطرح مربع حواصل الضرب للخطأ مقسومة على مجموع مربعات الخطأ للمتغير الخارجي .

٩ – حساب مجموع مربعات بين المجموعات المعدل للمتغير التابع بطرح ناتج الخطوة (٧) من ناتج الخطوة (٨) .

١٠ – وضع درجات حرية المجموعات كما هي ، بينما درجات حرية الخطأ تقل درجة بسبب عزل أثر المتغير الخارجي.

١١ – حساب متوسط مربعات المجموعات ، ومتوسط مربعات الخطأ ، وقيمة (ف) ثم مقارنتها بالقيمة الجدولية .

١٢ – اذا كانت قيمة (ف) المحسوبة دالة فيتم حساب متوسطات المجموعات المعدل لاجراء المقارنات المتعددة بين هذه المتوسطات .

وحساب المتوسطات المعدلة يتطلب حساب معامل انحدار (س على ص) من المعادلة

$$\text{معامل الإنحدار (ب)} = \frac{\text{مجموع حواصل ضرب س ص للخطأ}}{\text{مجموع مربعات س للخطأ}}$$

ويكون المتوسط المعدل للمجموعة

= متوسط المجموعة في المتغير التابع – معامل الانحدار [متوسط المجموعة في المتغير الخارجي – المتوسط العام للمتغير الخارجي]

$$م_{س\,ك}\ \text{المعدل} = م_{س\,ك} - ب\,[\,م_{ص\,ك} - م_{ص}\,]$$

حيث س، ص ترمز للمتغيرين التابع والخارجي ، ك ترمز للمجموعة (أو المعالجة) .

مثال (١) :أجريت دراسة لبحث الفروق بين أربع طرق لتنمية المهارت الاجتماعية وتم قياس الانطواء لعزل أثره من المتغير التابع(الدور الاجتماعي) .

وبعد تطبيق المعالجات ، كانت البيانات كما يلي :

جدول (١٢ - ١)

درجات الإنطواء والدور الإجتماعى بإستخدام طرق تنمية المهارات الإجتماعية

طريقة (١)		طريقة (٢)		طريقة (٣)		طريقة (٤)	
الانطواء	الدور	الانطواء	الدور	الانطواء	الدور	الانطواء	الدور
٧	٤	٦	٤	٩	٥	٥	٦
٥	٣	١٠	٧	١٠	٤	٨	٧
٩	٣	٧	٥	٩	٣	٧	٨
٨	٤	٨	٦	٨	٣	٩	٧
١٠	٦	٩	٦	٧	٢	١٠	٩
٦	٣					٦	٥
٤٥	٢٣	٤٠	٢٨	٤٣	١٧	٤٥	٤٢

١ - مجموع درجات الإنطواء (مجـ ص) = ١٧٣ ، مجـ درجات الدور (مجـ س) = ١١٠ ، مجـ س ص = ٨٨٦ .

٢ - مجموع مربعات درجات الإنطواء (مجـ $ص^{٢}$) = ١٤١٥ ،
مجموع مربعات درجات الدور (مجـ $س^{٢}$) = ٦٢٤ .

٣ - (أ)مجموع المربعات الكلى (للانطواء) = مجـ $ص^{٢}$ - $\frac{(\text{مجـ ص})^{٢}}{\text{ن}}$

$$= ١٤١٥ - \frac{(١٧٣)^{٢}}{٢٢} = ٥٤,٥٩$$

(ب) مجموع مربعات بين المجموعات (للانطواء) =

$$= \frac{(٤٥)^{٢}}{٦} + \frac{(٤٠)^{٢}}{٥} + \frac{(٤٣)^{٢}}{٥} + \frac{(٤٥)^{٢}}{٦} - \frac{(١٧٣)^{٢}}{٢٢}$$

$$= ٤,٣٩$$

(جـ) مجموع مربعات الخطأ (للأنطواء) = ٥٤,٥٩ - ٤,٣٩ = ٥٠,٢٠

٤ - (أ) مجموع المربعات الكلى (للدور الاجتماعى) = مجـ $س^{٢}$ - $\frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}$

$$= ٦٢٤ - \frac{(١١٠)^{٢}}{٢٢} = ٧٤$$

(ب) مجموع مربعات بين المجموعات (للدور الاجتماعى) =

$$\frac{(٢٣)^{٢}}{٦} + \frac{(٢٨)^{٢}}{٥} + \frac{(١٧)^{٢}}{٥} + \frac{(٤٢)^{٢}}{٥} - \frac{(١١٠)^{٢}}{٢٢} = ٤٦,٧٧$$

(جـ) مجموع مربعات الخطأ (للدور الاجتماعى)= ٧٤ − ٤٦,٧٧ = ٢٧,٢٣

٥ – (أ) مجموع حواصل الضرب الكلى = مجـ س ص − $\frac{\text{مجـ س × مجـ ص}}{\text{ن}}$

$$= ٨٨٦ - \frac{١٧٣ \times ١١٠}{٢٢} = ٢١$$

(ب) مجموع حواصل الضرب بين المجموعات

$$= \frac{٢٣ \times ٤٥}{٦} + \frac{٢٨ \times ٤٠}{٥} + \frac{١٧ \times ٤٣}{٥} + \frac{٤٢ \times ٤٥}{٦} - \frac{١٧٣ \times ١١٠}{٢٢}$$

= – ٧,٣ (بالطبع من الممكن أن تكون حواصل الضرب سالبة)

(جـ) مجموع حواصل الضرب للخطأ = ٢١ − (−٧,٣) = ٢٨,٣

٦ – نضع البيانات السابقة فى جدول تحليل التغاير الأحادى

٧ – مجموع المربعات الكلى المعدل (الدور)

= مجـ مربعات الكلى (للدور) − $\frac{\text{مربع مجموع حواصل الضرب الكلى}}{\text{مجـ مربعات الكلى (للانطواء)}}$

$$= ٧٤ - \frac{(٢١)^{٢}}{٥٤,٥٩} = ٦٥,٩٢$$

٨ – مجموع مربعات الخطأ المعدى (للدورالاجتماعى)

= مجـ مربعات الخطأ (للدور) − $\frac{\text{مربع مجـ حواصل الضرب للخطأ}}{\text{مجـ مربعات للخطأ (للانطواء)}}$

$$= ٢٧,٢٣ - \frac{(٢٨,٣)^{٢}}{٥٠,٢٠} = ١١,٢٨$$

جدول (١٢ – ٢) تحليل التغاير الاحادى بين المجموعات
فى الدرجات السلوك العدوانى

مصدر التباين	مجموع المربعات وحواصل الضرب			د ح	مج المربعات المعدل	د.ح المعدلة	متوسط المربعات	ف
	مربعات الدور	مج حواصل الضرب	مربعات الانطواء					
بين المجموعات	٤٦,٧٧	-٧,٣	٤,٣٩	٣	٦٥,٩٢ - ١١,٢ = ٥٤,٦٤	٣	١٨,٢١	٢٧,٥٩ دالة عند
الخطأ	٢٧,٢٣	٢٨,٣	٥٠,٢	١٨	$٢٧,٢٣ - \frac{(٢٨,٣)^٢}{٥٠,٢}$ = ١١,٢٨	١٧	٠,٦٦	٠,٠٠١
الكلى	٧٤	٢١	٥٤,٥٩	٢١	$٧٤ - \frac{(٢١)^٢}{٥٤,٥٩}$ = ٦٥,٩٢			

٩ – مجموع مربعات بين المجموعات المعدل (للدور الاجتماعى)

= مجموع المربعات الكلى المعدل – مجموع مربعات الخطأ المعدل

= ٦٥,٩٢ – ١١,٢٨ = ٥٤,٦٤

١٠ – درجات حرية الخطأ المعدلة = درجات حرية الخطأ –١ = ١٨ – ١ = ١٧

١١ – تحسب متوسط المربعات بين المجموعات بالقسمة على درجات حريتها(٣)

= ٥٤,٦٤ ÷ ٣ = ١٨,٢١

متوسط مربعات الخطأ = $\frac{١١,٢٨}{١٧}$ = ٠,٦٦

قيمة ف = $\frac{١٨,٢١}{٠,٦٦}$ = ٢٧,٥٩ بدرجات حرية (٣،١٧)وهى دالة عند ٠,٠٠١

١٢ – نحسب المتوسطات المعدلة للمجموعات حتى يمكن اجراء المقارنات المتعددة بين هذه المتوسطات.

$$\text{معامل انحدار(الدور على الانطواء)} = \frac{\text{مجموع حواصل الضرب للخطأ}}{\text{مجموع مربعات الخطأ (للانطواء)}}$$

$$= \frac{٢٨,٢}{٥٠,٢} = ٠,٥٦٤$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الاولى} = \frac{٢٣}{٦} - ٠,٥٦٤\left(\frac{٤٥}{٦} - \frac{١٧٣}{٢٢}\right)$$

$$= ٣,٨٣ - ٠,٥٦٤\left(٧,٥٠ - ٧,٨٦\right)$$

$$= ٣,٨٣ + ٠,٢٠ = ٤,٠٣٠$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الثانية} = \frac{٢٨}{٥} - ٠,٥٦٤\left(\frac{٤٠}{٥} - ٧,٨٦\right)$$

$$= ٥,٦ - ٠,٥٦٤ \times ٠,١٤ = ٥,٥٢١$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الثالثة} = \frac{١٧}{٥} - ٠,٥٦٤\left(\frac{٤٣}{٥} - ٧,٨٦\right)$$

$$= ٣,٤ - ٠,٥٦٤ \times ٠,٧٤ = ٢,٩٨$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الرابعة} = \frac{٤٢}{٦} - ٠,٥٦٤\left(\frac{٤٥}{٦} - ٧,٨٦\right)$$

$$= ٧ - ٠,٥٦٤ \times ٠,٣٦$$

$$= ٧ - ٠,٢٧ = ٦,٨٠$$

وإذا إستخدمنا طريقة توكي لمقارنات بين المتوسطات عند مستوى دلاله ٠,٠٥ فإن:

$$\text{مدى توكى} = q\sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ}}{ن}} = ٣,٦٣ \times \sqrt{\left(\frac{٠,٦٦}{٥,٤٥}\right)} = ١,٢٦$$

حيث ٥,٤٥ هى الوسط التوافقى لأحجام المجموعات

ثم نقارن الفروق بين المتوسطات المعدلة مع مدى توكى (جدول ١٢ – ٣)

جدول (١٢ – ٣) فروق المتوسطات

المتوسطات	مجـ٣ (٢,٩٨)	مجـ١ (٤,٠٣)	مجـ٢ (٥,٥٢)	مجـ٤ (٦,٨٠)	مدى توكى
مجـ ٣	—	١,٠٥	٢,٥٤	٣,٨٢	١,٢٦
مجـ ١		—	١,٤٩	٢,٧٧	
مجـ ٢			—	١,٢٨	
الضابطة				—	

ويتضح من جدول (١٢ – ٣) وجود فروق دالة بين متوسط المجموعة الرابعة ومتوسطات المجموعات الثلاث ، كما توجد فروقًا دالة بين متوسط المجموعة لثانية ومتوسطى المجموعتين الاولى والثالثة ، أما إذا إستخدمنا طريقة شفيه فان المدى = √(٣ × ٣,٢ × ٠,٦٦ × ٢) ÷ ٥,٤٥ = ١,٥٢ وبالتالى يختلف القرار .

حجم التأثير (مربع أوميجا) =

= [مجـ مربعات بين المجموعات المعدل – (ك – ١) متوسط مربعات الخطأ المعدل] ÷ [مجـ المربعات الكلي المعدل + متوسط مربعات الخطأ المعدل]

= [٥٤,٦٤ – (٤ – ١) × ٠,٦٦] ÷ [٦٥,٩٢ + ٠,٦٦] = ٥٢,٦٦ ÷ ٦٦,٥٨ = ٠,٧٩

ويعنى هذا أن ٧٩ ٪ من تباين المتغير التابع (الدور الاجتماعى المعدل) يرجع الى الطرق المستخدمة .

إختبار شرط تجانس معاملات الانحدار :

يتطلب إجراء اختبار شرط تجانس معاملات الانحدار حساب مجموع مربعات كل مجموعة على حدة فى الانطواء والدور الاجتماعى وحواصل الضرب، ثم تعديل مجموع مربعات المجموعات فى الدور الاجتماعى بعزل أثر الانطواء من كل مجموعة على حده أيضا . وكذلك حساب مجموع المربعات

داخل المجموعات وتعديلها بعزل أثر الانطواء والتى رمزنا إليها بالرمز (ب).

ونطبق القانون :

$$ف = \frac{\left[\text{مجموع المربعات داخل المجموعات بعد تعديلها} - \text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات}\right] \div (ك - ١)}{\text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات} \div (ن - ٢ ك)}$$

$$= \frac{(ب - أ) \div (ك - ١)}{أ \div (ن - ٢ ك)}$$

حيث أ = حاصل جمع مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات ويوضح الجدول (١٢-٤) مجموع مربعات كل مجموعة فى الانطواء والدور الاجتماعى وحاصل الضرب بإستخدام بيانات جدول(١٢-١)، وكذلك مجموع المربعات المعدلة لكل مجموعة

جدول (١٢ - ٤)

المجموعة	مج مربعات الدور	مج حواصل الضرب	مج مربعات الانطواء	مج المربعات (الدور) المعدل
١	٦,٨٣	٧,٥	١٧,٥	$٦,٨٣ - \frac{(٧,٥)^٢}{١٧,٥} = ٣,٦٢$
٢	٥,٢	٧	١٠	$٥,٢ - \frac{(٧)^٢}{١٠} = ٠,٣$
٣	٥,٢	٣,٨	٥,٢	$٢,٥ - \frac{(٣,٨)^٢}{٥,٢} = ٢,٤٢$
الظابطة	١٠	١٠	١٧,٥	$١٠ - \frac{(١٠)^٢}{١٧,٥} = ٤,٢٩$
المجموع	٢٧,٢٣	٢٨,٣	٥٠,٢	١٠,٦٣

تم حساب بيانات جدول (١٢ - ٤) على النحو التالي :

مجموع مربعات الدور للمجموعة الأولى $= ٩٥ - \frac{(٢٣)^٢}{٦} = ٦,٨٣$

ومجموع حواصل الضرب للمجموعة الأولى $= ١٨٠ - \frac{٢٣ \times ٤٥}{٦} = ٧,٥$

ومجموع مربعات الإنطواء للمجموعة الأولى $= ٣٥٥ - \frac{(٤٥)^٢}{٦} = ١٧,٥$

وهكذا لبقية المجموعات فى جدول (١٢ - ٤)

مجموع مربعات داخل المجموعات المعدل = ٢٧,٢٣ – (٢٨,٣)^٢ / ٥٠,٢ = ١١,٢٨

ف = (١١,٢٨ – ١٠,٦٣) ÷ (٤ – ١) / ١٠,٦٣ ÷ (٢٢ – ٢ × ٤) = ٠,٢٢ / ٠,٧٦ = ٠,٢٩

بدرجات حرية (٣ ، ١٤) وهى غير دالة لأن قيمة ف (٣ ، ١٤ ، ٠,٠٥) = ٣,٦٣ وبالتالى يتحقق شرط تجانس معاملات انحدار المجموعات .

ثانيا : تحليل التغاير الثنائى : Two - way ANCOVA

إذا كانت الدراسة تتضمن متغيرين مستقلين مع المتغير التابع والمتغير الخارجى (الدخيل) ، فاننا نستخدم أسلوب تحليل التغاير الثنائى .

واجراء تحليل التغاير الثنائى أكثر تعقيدا من الأحادى وذلك لأنه يتضمن متغير مستقل ثانى بالاضافة الى تفاعل المتغير ين المستقلين .

وسوف نجمل الخطوات فيما يلى :

١ – حساب مجموع درجات الخلايا للمجموعات الفرعية وللمتغيرين التابع والخارجى .

٢ – حساب مجموع الدرجات الكلى للمتغيرين التابع والخارجى (مجـ س ، مجـ ص) ومجموع المربعات وحواصل الضرب (مجـ س^٢ ، مجـ ص^٢ ، مجـ س ص)

٣ – حساب مجموع مربعات مصادر التباين : الكلى للمتغير المستقل الاول ، والمتغير المستقل الثانى ، والتفاعل بينهما ، والخطأ لدرجات المتغير التابع .

٤ – حساب مجموع مربعات مصادر التباين السابقة لدرجات المتغير الخارجى.

٥ – حساب مجموع حواصل الضرب لمصادر التباين السابقة

٦ – وضع نتائج الخطوات ٣ ، ٤ ، ٥ فى جدول تحليل التغاير الثنائى.

٧ – حساب مجموع المربعات المعدل (بعد عزل أثر المتغير الخارجى من المتغير التابع) لكل مصدر من مصادر التباين المبينة سابقا.

٨ – حساب درجات الحرية المعدلة .

٩ – إيجاد متوسط مربعات الخطأ لكل مصدر من مصادر التباين ثم حساب قيم (ف) ومقارنتها بالقيم الجدولية .

١٠ – إذا وجدت فروقًا دالة بين مستويات أحد المتغيرين المستقلين أو كليهما ،

نحسب متوسطات الدرجات المعدلة للمستويات ، ثم نجرى المقارنات بين المتوسطات باستخدام إحدى طرق المقارنات المتعددة .

١١ – إذا وجد تفاعل دال ، نقوم برسم المتوسطات المعدلة للخلايا ونستخدمه فى تفسير الفروق بين المجموعات.

مثال(٢) : أجرى باحث دراسة لمقارنة ثلاثة أساليب للارشاد الأسرى ودورها فى حل المشكلات الأسرية ، وطبق الاساليب على ثلاث مجموعات من الذكور والاناث المتزوجين ، ولأن الاتجاه نحو العلاقات الأسرية له دور فى المشكلات الاسرية . فقام الباحث بقياسه قبل استخدام أساليب الارشاد حتى لايتأثر بها.

جدول (١٢ – ٥) أساليب الارشاد ودرجات المشكلات الاسرية والاتجاه نحو العلاقات الاسرية

الأسلوب / النوع	الأول		الثانى		الثالث		المجموع	
	م. اسرية س	اتجاه ص	م. اسرية س	اتجاه ص	م. اسرية س	اتجاه ص	م. اسرية س	اتجاه ص
ذكور	٣	٨	٢	١٤	٣	١٦		
	٥	١٦	١	١١	٢	١٠		
	١	١٠	٨	٢٠	١	١٤		
	٩	٢٤	٧	١٥	٢	١٤		
			٤	١٢	٦	٢٢		
					٢	١٦		
	(١٨)	(٥٨)	(٢٢)	(٧٢)	(١٦)	(٩٢)	٥٦	٢٢٢
إناث	٧	١٨	صفر	٨	صفر	١٠		
	صفر	٧	٤	١٦	١	١٥		
	٤	١٠	٨	٢٠	٩	٢٦		
	٦	١٥	٥	١٨	٤	١٨		
	٩	٢٣			٤	١٨		
					٧	٢٦		
					٨	٢٤		
	(٢٦)	(٧٣)	(١٧)	(٦٢)	(٣٣)	(١٣٧)	٧٦	٢٧٢
المجموع	٤٤	١٣١	٣٩	١٣٤	٤٩	٢٢٩	١٣٢	٤٩٤

مجـ $س^2$ = ٨٢٢ ، مجـ $ص^2$ = ٨٧٤٢ ، مجـ س ص = ٢٥٠٠

ولاجراء التحليل نقوم بحساب مجموع درجات الخلايا لكل من المشكلات الاسرية والاتجاه نحو العلاقات الاسرية ، وكذلك المجموع الكلى للذكور والأناث ومجموعهما معا ، ومجموع مربعات الدرجات للمتغيرين وحواصل الضرب وقد تم تدوين تلك البيانات بالجدول (١٢ – ٥) ، لاحظ أن عدد أفراد كل مجموعة صغير لتبسيط العلميات الحسابية فقط .

ثم نقوم بحساب مجموع مربعات كل مصدر من مصادر التباين لكل من المتغيرين : المشكلات الاسرية (س) ، الاتجاه نحو العلاقات الاسرية (ص) ، وحواصل الضرب .

(أ) متغير المشكلات الاسرية :

١ – مجموع المربعات الكلى = $٨٢٢ - \frac{(١٣٢)^٢}{٣١} = ٢٥٩,٩٤$

٢ – مجموع مربعات النوع = $\frac{(٥٦)^٢}{١٥} + \frac{(٧٦)^٢}{١٦} - \frac{(١٣٢)^٢}{٣١} = ٨,٠١$

٣ – مجموع مربعات الاساليب = $\frac{(٤٤)^٢}{٩} + \frac{(٣٩)^٢}{٩} + \frac{(٤٩)^٢}{١٣} - \frac{(١٣٢)^٢}{٣١}$

$= ٦,٧٤$

٤ – مجموع مربعات خلايا النوع × الاساليب =

$= \frac{(١٨)^٢}{٤} + \frac{(٢٦)^٢}{٥} + ... + \frac{(٣٣)^٢}{٧} - \frac{(١٣٢)^٢}{٣١}$

$= ٢١,٤٣$

٥ – مجموع مربعات تفاعل النوع × الأساليب = ٢١,٤٣ – ٨,٠١ – ٦,٧٤

$= ٦,٦٨$

٦ – مجموع مربعات الخطأ = ٢٥٩,٩٤ – ٢١,٤٣ = ٢٣٨,٥١

(ب) متغير الاتجاه نحو العلاقات الاسرية :

١ – مجموع المربعات الكلى = ٨٧٤٢ – $\frac{(٤٩٤)^٢}{٣١}$ = ٨٦٩,٨٧

٢ – مجموع مربعات النوع = $\frac{(٢٢٢)^٢}{١٥} + \frac{(٢٧٢)^٢}{١٦} - \frac{(٤٩٤)^٢}{٣١}$ = ٣٧,٤٧

٣ – مجموع مربعات الاساليب =

= $\frac{(١٣١)^٢}{٩} + \frac{(١٣٤)^٢}{٩} + \frac{(٢٢٩)^٢}{١٣} - \frac{(٤٩٤)^٢}{٣١}$ = ٦٣,٦٨

٤ – مجموع مربعات خلايا النوع × الاساليب =

= $\frac{(٥٨)^٢}{٤} + \frac{(٧٣)^٢}{٥} + ... + \frac{(١٣٧)^٢}{٧} - \frac{(٤٩٤)^٢}{٣١}$

= ١٢٤,٤٢

٥ – مجموع مربعات تفاعل النوع × الأساليب = ١٢٤,٤٢ – ٣٧,٤٧ – ٦٣,٦٨

= ٢٣,٢٧

٦ – مجموع مربعات الخطأ = ٨٦٩,٨٧ – ١٢٤,٤٢ = ٧٤٥,٤٤

(جـ) حواصل الضرب :

١ – مجموع حواصل الضرب الكلى = ٢٥٠٠ – $\frac{٤٩٤ \times ١٣٢}{٣١}$ = ٣٩٦,٥٢

٢ – مجموع حواصل الضرب للنوع = $\frac{٢٢٢ \times ٥٦}{١٥} + \frac{٢٧٢ \times ٧٦}{١٦} - \frac{٤٩٤ \times ١٣٢}{٣١}$

= ١٧,٣٢

٣ – مجموع حواصل الضرب للاساليب

= $\frac{١٣١ \times ٤٤}{٩} + \frac{١٣٤ \times ٣٩}{٩} + \frac{٢٢٩ \times ٤٩}{١٣} - \frac{٤٩٤ \times ١٣٢}{٣١}$

= – ١٩,٢٢

٤ – مجموع حواصل الضرب للخلايا النوع × الاساليب

$$= \frac{١٨ \times ٥٨}{٤} + \frac{٢٦ \times ٧٣}{٥} + ... + \frac{٣٣ \times ١٣٧}{٧} - \frac{١٣٢ \times ٤٩٤}{٣١}$$

= ٨,٦١

٥ – مجموع حواصل الضرب للتفاعل النوع × الاساليب

= ٨,٦١ – ١٧,٣٢ – (– ١٩,٢٢)

= ١٠,٥١

٦ – مجموع حواصل الضرب للخطـأ = ٣٩٦,٥٢ – ٨,٦١

= ٣٨٧,٩١

ثم نضع البيانات فى جدول تحليل التغاير الثنائى

جدول (١٢ – ٦) تحليل التغاير الثنائى (النوع × الاساليب) لدرجات المشكلات الاسرية والاتجاه نحو العلاقات الاسرية (متغير خارجى)

مصدر التباين	مج المربعات وحواصل الضرب			د ح	مج المربعات المعدل	د ح المعدلة	متوسط المربعات	ف
	س	س ص	ص					
النوع	٨,٠١	١٧,٣٢	٣٧,٤٧	١	٠,١٣	١	٠,١٣	٠,٠٨ غير دال
الأساليب	٦,٧٤	١٩,٢٢-	٦٣,٦٨	٢	٤٠,٦	٢	٢٠,٣	١٣,٢٧ دال عند ٠,٠٠١
التفاعل	٦,٦٨	١٠,٥١	٢٣,٢٧	٢	٢,٠٤	٢	١,٠٢	٠,٦٧ غير دال
الخطأ	٢٣٨,٥١	٣٨٧,٩١	٧٤٥,٤٥	٢٥	٣٦,٦٥	٢٤	١,٥٣	
الكلى	٢٥٩,٩٤	٣٩٦,٥٢	٨٦٩,٨٧	٣٠	٧٩,١٩			

$$\text{مجموع المربعات الكلى المعدل} = ٢٥٩,٩٤ - \frac{(٣٩٦,٥٢)^{٢}}{٨٦٩,٨٧} = ٧٩,١٩$$

$$\text{مجموع مربعات الخطأ المعدل} = ٢٣٨,٥١ - \frac{(٣٨٧,٩١)^{٢}}{٧٤٥,٤٥} = ٣٦,٦٥$$

مجموع مربعات النوع المعدل = مجموع مربعات النوع (س) + مجـ مربعات الخطأ(س)

$$- \frac{(\text{مجـ حواصل الضرب للنوع + مجـ حواصل الضرب للخطأ})^{٢}}{\text{مجـ مربعات للنوع (ص) + مجـ مربعات الخطأ (ص)}}$$

– مجـ مربعات الخطأ المعدل

$$= ٨,٠١ + ٢٣٨,٥١ - \frac{(٣٨٧,٩ + ١٧,٣٢)^{٢}}{(٧٤٥,٤٥ + ٣٧,٤٧)} - ٣٦,٦٥$$

$$= ٢٤٦,٥٢ - ٢٠٩,٧٤ - ٣٦,٦٥ = ٠,١٣$$

مجموع مربعات الاساليب المعدل

= مجموع مربعات الاساليب (س) + مجـ مربعات الخطأ (س)

$$- \frac{(\text{مجـ حواصل الضرب للاساليب + مجـ حواصل الضرب للخطأ})^{٢}}{\text{مجـ مربعات الاساليب (ص) + مجـ مربعات الخطأ (ص)}}$$

– مجـ مربعات الخطأ المعدل

$$= ٦,٧٤ + ٢٣٨,٥١ - \frac{(٣٨٧,٩١ + ١٩,٢٢-)^{٢}}{(٧٤٥,٤٥ + ٦٣,٦٨)} - ٣٦,٦٥$$

$$= ٢٤٥,٢٥ - ١٦٨ - ٣٦,٦٥ = ٤٠,٦٠$$

مجموع مربعات التفاعل المعدل

= مجموع مربعات التفاعل (س) + مجـ مربعات الخطأ (س)

$$- \frac{(\text{مجـ حواصل الضرب التفاعل + مجـ حواصل الضرب للخطأ})^{٢}}{\text{مجـ مربعات التفاعل (ص) + مجـ مربعات الخطأ (ص)}}$$

– مجـ مربعات الخطأ المعدل

$$= ٦,٦٨ + ٢٣٨,٥١ - \frac{(٣٨٧,٩١ + ١٠,٥١)^{٢}}{(٧٤٥,٤٥ + ٢٣,٢٧)} - ٣٦,٦٥$$

$$= ٢٤٥,١٩ - ٢٠٦,٥٠ - ٣٦,٦٥ = ٢,٠٤$$

وبوضع مجموع المربعات المعدلة بالجدول وحساب متوسط المربعات وقيم (ف) يتضح أن قيمتى ف للنوع والتفاعل غير دالة ، بينما قيمة (ف) للاساليب (١٣,٢٧) دالة عند مستوى ٠,٠٠١

ولمعرفة أى الاساليب أفضل من الأخرى نحسب المتوسطات المعدلة ثم نقارن بينها باحدى طرق المقارنات المتعددة .

$$\text{معامل انحدار (س على ص)} = \frac{\text{مجـ حواصل الضرب للخطأ}}{\text{مجـ مربعات الخطأ (ص)}} = \frac{٣٨٧,٩١}{٧٤٥,٤٥} = ٠,٥٢$$

$$\text{المتوسط المعدل للاسلوب الاول} = \frac{٤٤}{٩} - ٠,٥٢ \left(\frac{١٣١}{٩} - \frac{٤٩٤}{٣١} \right)$$

$$= ٤,٨٩ - ٠,٥٢ \left(١٤,٥٦ - ١٥,٩٤ \right)$$

$$= ٤,٨٩ - ٠,٥٢ \left(-١,٣٨ \right) = ٥,٦$$

$$\text{المتوسط المعدل للاسلوب الثانى} = \frac{٣٩}{٩} - ٠,٥٢ \left(\frac{١٣٤}{٩} - \frac{٤٩٤}{٣١} \right)$$

$$= ٤,٣٣ - ٠,٥٢ \left(١٤,٨٩ - ١٥,٩٤ \right) = ٤,٨٨$$

$$\text{المتوسط المعدل للاسلوب الثالث} = \frac{٤٩}{١٣} - ٠,٥٢ \left(\frac{٢٢٩}{١٣} - \frac{٤٩٤}{٣١} \right)$$

$$= ٣,٧٧ - ٠,٥٢ \left(١٧,٦٢ - ١٥,٩٤ \right) = ٢,٩٠$$

وإذا استخدمنا طريقة توكي عند مستوى ٠,٠٥ فان :

$$\text{مدى توكي} = q \times \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ المعدل}}{\text{ن}'}}$$

$$= ٣,٥٣ \times \sqrt{\frac{١,٥٣}{١٠,٠٣}} = ١,٣٨$$

ثم نقارن مدى توكي مع فروق المتوسطات المعدلة (جدول ١٢ – ٧)

جدول (١٢ – ٧) فروق المتوسطات المعدلة ومدى توكي

الأسلوب	الثالث ٢,٩	الثاني ٤,٨٨	الأول ٥,٦	مدى توكي
الثالث	—	١,٩٨	٢,٧	١,٣٨
الثاني		—	٠,٧٢	
الأول			—	

ويتضح من جدول (١٢ – ٧)وجود فروق دالة بين متوسط درجات الاسلوب الثالث وكل من متوسطى الاسلوبين الاول والثاني ، ولا يوجد فرق دال بين متوسطى الاسلوبين الاول والثاني.

حجم التأثير للاساليب (مربع أوميجا) =

$$= \frac{\text{مجـ مربعات الاساليب المعدل} - (\text{ك} - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ المعدل}}{\text{مجـ المربعات الكلي المعدل} + \text{متوسط مربعات الخطأ المعدل}}$$

$$= \frac{٤٠,٦ - (٣ - ١) \times ١,٥٣}{٧٩,١٩ + ١,٥٣} = ٠,٤٦٥$$

وهي تعني أن ٤٦,٥ ٪ من تباين درجات المشكلات الاسرية ترجع لاساليب الارشاد الأسرى المستخدمة .

ثالثاً: تحليل التغاير في حالة القياس المتكرر :

إذا أجريت دراسة تجريبية وتم قياس قبلي وبعدى للمتغير التابع فاننا نجرى اختبار بين المجموعات في درجات القياس القبلي ، فاذا لم نجد فروقًا بين متوسطات المجموعات ، فاننا نقوم باختبار الفروق بين المجموعات في درجات القياس البعدى فقط .

أما إذا وجدنا فروقاً دالة بين متوسطات المجموعات في القياس القبلي ، فاننا نستخدم اسلوب تحليل التغاير لعزل أثر القياس القبلي من القياس البعدى .

أما في حالة وجود متغيرين واجراء قياس قبلي لهما وقياس بعدى للمتغير التابع فاننا نستخدم اسلوب تحليل التغاير مع القياس المتكرر.

مثال (٣) : أجريت دراسة تجريبية لتعديل السلوك العدواني للاطفال واستخدمت طريقتين للعلاج وتم قياس السلوك العدواني قبل وبعد التجربة ومفهوم الذات قبل التجربة وكانت البيانات كما يلي : (عدد أفراد كل خلية متساوي وصغير لتبسيط خطوات الحل فقط) .

جدول (١٢ – ٨)

السلوك العدواني ومفهوم الذات لمجموعتين من الأطفال (قياس قبلي وبعدى)

الطريقة	الأفراد	القياس القبلي		القياس البعدى		المجموع	
		مفهوم الذات (ص)	السلوك العدواني(س)	مفهوم الذات (ص)	السلوك العدواني(س)	مفهوم الذات	السلوك العداوني
الأولى	١	٣	١٠	٣	٨	٦	١٨
	٢	٥	١٥	٥	١٢	١٠	٢٧
	٣	٨	٢٠ (٥٧)	٨	١٤	١٦	٣٤
	٤	٢ (١٨)	١٢	٢ (١٨)	٦ (٤٠)	٤ (٣٦)	١٨ (٩٧)
الثانية	٥	١	١٥	١	١٠	٢	٢٥
	٦	٨	٢٥	٨	٢٠	١٦	٤٥
	٧	١٠	٢٠	١٠	١٥	٢٠	٣٥
	٨	٢ (٢١)	١٥ (٧٥)	٢ (٢١)	١٠ (٥٥)	٤ (٤٢)	٢٥ (١٣٠)
المجموع	المجموع	٣٩	١٣٢	٣٩	٩٥	٧٨	٢٢٧

مجـ ص^2 لمفهوم الذات = ٥٤٢ ، مجـ س^2 (للسلوك العدوانى) =٣٦٠٩ ،
مجـ س ص = ١٢٨٢

ولاجراء تحليل البيانات نقوم بجمع درجات كل خلية وكل طريقة وكل فترة وكذلك المجموع الكلى لكل متغير من المتغيرين وحاصل ضربهما ، بالاضافة الى مربعات الدرجات وهى مدونة بالجدول وفى الهوامش.

ثم نحسب مجموع المربعات لكل متغير ولكل مصدر كما يلى :

(أ) : متغير مفهوم الذات :

١ – مجموع المربعات الكلى = ٥٤٢ – $\frac{(٧٨)^2}{١٦}$ = ١٦١,٧٥

٢ – مجموع مربعات الطرق = $\frac{(٣٦)^2}{٨} + \frac{(٤٢)^2}{٨} - \frac{(٧٨)^2}{١٦}$ = ٢,٢٥

٣ – مجموع مربع الفترات = $\frac{(٣٩)^2}{٨} + \frac{(٣٩)^2}{٨} - \frac{(٧٨)^2}{١٦}$ = صفر

٤ – مجموع مربع خلايا الطرق × الفترات =

$$\frac{(١٨)^2}{٤} + \frac{(٢١)^2}{٤} + \frac{(١٨)^2}{٤} + \frac{(٢١)^2}{٤} - \frac{(٧٨)^2}{١٦} =$$

= ٢,٢٥

٥ – مجموع مربعات تفاعل الطرق × الفترات = ٢,٢٥ – ٢,٢٥ – صفر = صفر

٦ – مجموع مربعات بين الافراد = $\frac{(٦)^2 + (١٠)^2 + \ldots + (٤)^2}{٢} - \frac{(٧٨)^2}{١٦}$

= ١٦١,٧٥

٧ – مجموع مربعات داخل الافراد = ١٦١,٧٥ – ١٦١,٧٥ = صفر

٨ – مجموع مربعات الخطأ الأول

= مجموع مربعات الافراد – مجموع مربعات الطرق

= ١٦١,٧٥ – ٢,٢٥ = ١٥٩,٥٠

٩ – لايوجد خطأ ثانى لأن مجموع مربعات داخل الافراد = صفر ، مجـ مربعات الفترات = صفر

(ب) – متغير السلوك العدوانى :

١ – مجموع المربعات الكلى = ٣٦٠٩ – $\frac{(٢٢٧)^{٢}}{١٦}$ = ٣٨٨,٤٤

٢ –مجموع مربعات الطرق = $\frac{(٩٧)^{٢}}{٨}$ + $\frac{(١٣٠)^{٢}}{٨}$ – $\frac{(٢٢٧)^{٢}}{١٦}$ = ٦٨,٠٦

٣ –مجموع مربعات الفترات = $\frac{(١٣٢)^{٢}}{٨}$ + $\frac{(٩٥)^{٢}}{٨}$ – $\frac{(٢٢٧)^{٢}}{١٦}$ = ٨٥,٥٦

٤ –مجموع مربعات خلايا الطرق × الفترات =

$\frac{(٥٧)^{٢}}{٤}$ + $\frac{(٧٥)^{٢}}{٤}$ + $\frac{(٤٠)^{٢}}{٤}$ + $\frac{(٥٥)^{٢}}{٤}$ – $\frac{(٢٢٧)^{٢}}{١٦}$ = ١٥٤,١٩

٥ – مجموع مربعات تفاعل الطرق × الفترات = ١٥٤,١٩ – ٦٨,٠٦ – ٨٥,٥٦
= ٠,٥٧

٦ – مجموع المربعات بين الافراد =

$\frac{(١٨)^{٢} + (٢٧)^{٢} + ... + (٢٥)^{٢}}{٢}$ – $\frac{(٢٢٧)^{٢}}{١٦}$ = ٢٩٥,٩٤

٧ – مجموع المربعات داخل الافراد = ٣٨٨,٤٤ – ٢٩٥,٩٤ = ٩٢,٥

٨ –مجموع المربعات الخطأ الأول = ٢٩٥,٩٤ – ٦٨,٠٦ = ٢٢٧,٨٨

٩ –مجموع المربعات الخطأ الثانية = ٩٢,٥ – ٥٨,٥٦ – ٠,٥٧ = ٦,٣٧

(جـ) حواصل الضرب :

١ – مجموع حواصل الضرب الكلى = ١٢٨٢ – $\frac{٢٢٧ \times ٧٨}{١٦}$ = ١٧٥,٣٨

٢ – مجموع حواصل الضرب للطرق

= $\frac{٩٧ \times ٣٦}{٨}$ + $\frac{١٣٠ \times ٤٢}{٨}$ – $\frac{٢٢٧ \times ٧٨}{١٦}$ = ١٢,٣٨

٣ – مجموع حواصل الضرب للفترات

= $\frac{١٣٢ \times ٣٩}{٨}$ + $\frac{٩٥ \times ٣٩}{٨}$ – $\frac{٢٢٧ \times ٧٨}{١٦}$ = صفر

٤ – مجموع حواصل ضرب الخلايا =

= $\frac{٥٧ \times ١٨}{٤}$ + $\frac{٧٥ \times ٢١}{٤}$ + $\frac{٤٠ \times ١٨}{٤}$ + $\frac{٥٥ \times ٢١}{٤}$ – $\frac{٢٢٧ \times ٧٨}{١٦}$

= ١٢,٣٨

٥ – مجموع حواصل ضرب التفاعل (الطرق × الفترات)

=١٢,٣٨ – ١١٢,٣٨ – صفر = صفر

٦ – مجموع حواصل الضرب بين الأفراد =

$$= \frac{١٨ \times ٦ + ٢٨ \times ١٠ + ... ٢٥ \times ٤}{٢} - \frac{٧٨ \times ٢٢٧}{١٦}$$

= ١٧٥,٣٨

٧ – مجموع حواصل الضرب داخل الأفراد = ١٧٥,٣٨ – ١٧٥,٣٨ = صفر

٨ – مجموع حواصل الضرب للخطأ الاول = ١٧٥,٣٨ – ١٢,٣٨ = ١٦٣

٩ – مجموع حواصل الضرب للخطأ الثاني = صفر

ثم نضع البيانات السابقة فى جدول تحليل تغاير القياس المتكرر

جدول (١٢ – ٩)

مصدر التباين	مج المربعات وحواصل الضرب: السلوك العدواني	مج المربعات وحواصل الضرب: حواصل الضرب	مج المربعات وحواصل الضرب: مفهوم الذات	د.ح	مج المربعات المعدل	د.ح المعدلة	متوسط المربعات	ف
الأفراد	٢٩٥,٩٤	١٧٥,٣٨	١٦١,٧٥	٧	$٢٩٥,٩٤ - \frac{(١٧٥,٣٨)^2}{١٦١,٧٥} = ١٠٥,٧٨$	٦		
الطرق	٦٨,٠٦	١٢,٣٨	٢,٢٥	١	١٠٥,٧٨ – ٦١,٣٠ = ٤٤,٤٨	١	٤٤,٤٨	٣,٦٣
الخطأ الأول	٢٢٧,٨٨	١٦٣,٠٠	١٥٩,٥٠	٦	$٢٢٧,٨٨ - \frac{(١٦٣)^2}{١٥٩,٥٠} = ٦١,٣٠$	٥	١٢,٢٦	غير دال
الفترات	٨٥,٥٦	صفر	صفر	١	٨٥,٥٦	١	٨٥,٥٦	٨٠,٧٢ دال عند ٠,٠٠١
الطرق×الفترات	٠,٥٧	صفر	صفر	١	٠,٥٧	١	٠,٥٧	٠,٥٤ غير دالة
الخطأ الثاني	٦,٣٧	صفر	صفر	٦	٦,٣٧	٦	١,٠٦	
الكلى	٣٨٨,٤٤	١٧٥,٣٨	١٦١,٧٥	١٥	$٣٨٨,٤٤ - \frac{(١٧٥,٣٨)^2}{١٦١,٧٥} = ١٩٨,٢٨$			

وتقل درجات حرية الخطأ الاول درجة واحدة بسبب عزل أثر المتغير الخارجي ، بينما تظل درجات حرية الخطأ الثاني ، لعدم عزل أى شئ منه.

ويتضح من الجدول عدم وجود فروق دالة بين الطرق ، أو تفاعل دال .

بينما يوجد فرق دال عند مستوى ٠.٠٠١ بين فترتي القياس القبلي والبعدي في السلوك العدواني ، لصالح القياس القبلي . ويدل هذا أيضا على أن السلوك العدواني إنخفض في القياس البعدي نتيجة لطرق العلاج المستخدمة .

حجم التأثير للفترات (مربع أوميجا) =

$$= \frac{\text{مجموع مربعات الفترات المعدلة} - (\text{ك} - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلي المعدل} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$= \frac{٨٥,٥٦ - (٢ - ١) \times ١,٠٦}{١٩٨,٢٨ + ١,٠٦} = ٠,٤٢٤$$

وهي تعني أن ٤٢,٤ ٪ من تباين السلوك العدواني يرجع الى فترتي القياس.

رابعاً : تحليل التغاير في حالة القياس المتكرر مع قياسات مختلفة للمتغير الخارجي :

قد يجري باحث دراسة ويقوم بتطبيق عدة طرق علاجية مثلاعلى مجموعات مختلفة ويقيس درجات المتغير التابع قبل وبعد استخدام هذه الطرق ، وكذلك يقيس درجات المتغير الخارجي قبل وبعد التجريب .

وفي هذه الحالة تتغير درجات المتغير الخرجي بعد التجربة عنها قبل التجربة ويعني هذا أن المتغير الخارجي يتأثر بالمعالجات التجريبية المستخدمة ، ومن ثم فانه يتضمن جزء من أثر المعالجات والذي يجب عزله. واجراء تحليل بيانات هذه الحالة يشبه الحالة السابقة

مثال(٤) : أجريت دراسة تجريبية لمعرفة فعالية ثلاث طرق للتدريس في تحسين درجات الطلبة في اللغة العربية ، وتم قياس التحصيل قبل وبعد التجريب. وكانت البيانات كما يلي : (لا حظ أن عدد الافراد بكل خلية قليل ومتساوى لتبسيط حل المثال فقط).

جدول (١٢ – ١٠)

التحصيل والذكاء لثلاث طرق مع قياس قبلي وبعدي

الطريقة	الافراد	القبلي		البعدي		المجموع	
		الذكاء	التحصيل	الذكاء	التحصيل	الذكاء	التحصيل
الأولى	١	٣	٨	٤	١٤	٧	٢٢
	٢	٥	١١	٩	١٨	١٤	٢٩
	٣	١١ (١٩)	١٦ (٣٥)	١٤ (٢٧)	٢٢ (٥٤)	٢٥ (٤٦)	٣٨ (٨٩)
الثانية	٤	٧	١٠	٤	١٠	١١	٢٠
	٥	٨	١٤	١٠	١٨	١٨	٣٢
	٦	٩ (٢٤)	١٥ (٣٩)	١٢ (٢٦)	٢٢ (٥٠)	٢١ (٥٠)	٣٧ (٨٩)
التقليدية	٧	٢	٦	١	٨	٣	١٤
	٨	٨	١٢	٩	١٤	١٧	٢٦
	٩	١٠ (٢٠)	٩ (٢٧)	٩ (١٩)	١٠ (٣٢)	١٩ (٣٩)	١٩ (٥٩)
المجموع		٦٣	١٠١	٧٢	١٣٦	١٣٥	٢٣٧

مجـ ص^{٢} (الذكاء) = ١٢٣٣ ، مجـ س^{٢} (التحصيل) = ٣٤٩٥ ،

مجـ س ص = ٢٠٠٤

ولاجراء تحليل بيانات هذه الدراسة نقوم بجمع درجات كل خلية وكل مجموعة وكل فترة من فترات القياس ، ثم المجموع الكلى ومجموع المربعات وذلك للمتغيرين الذكاء والتحصيل وحاصل الضرب . وهذه البيانات مدونة داخل الجدول وأسفلة وعلى اليسار . وتستخدم هذه البيانات فى حساب مجموع المربعات لمصادر التباين المختلفة ولكل متغير وحاصل الضرب أيضا.

وفيما يلي خطوات حساب مجموع المربعات لتلك المصادر والمتغيرات .

(أ) – متغير الذكاء :

١ – مجموع المربعات الكلى $= ١٢٣٣ - \frac{(١٣٥)^{٢}}{١٨} = ٢٢٠,٥$

٢ – مجموع مربعات الطرق $= \frac{(٤٦)^{٢}}{٦} + \frac{(٥٠)^{٢}}{٦} + \frac{(٣٩)^{٢}}{٦} - \frac{(١٣٥)^{٢}}{١٨}$

$= ١٠,٣٣$

٣ – مجموع مربعات الفترات $= \frac{(٦٣)^{٢}}{٩} + \frac{(٧٢)^{٢}}{٩} - \frac{(١٣٥)^{٢}}{١٨} = ٤,٥$

٤ – مجموع مربعات خلايا الطرق × الفترات =

$$= \frac{(١٩)^{٢}}{٣} + \frac{(٢٤)^{٢}}{٣} + ... + \frac{(٢٦)^{٢}}{٣} - \frac{(١٣٥)^{٢}}{١٨}$$

$= ٢١,٨٣$

٥ – مجموع مربعات تفاعل الطرق × الفترات $= ٢١,٨٣ - ١٠,٣٣ - ٤,٥ = ٧$

٦ – مجموع مربعات بين الأفراد

$$= \frac{(٧)^{٢} + (١٤)^{٢} + ... + (١٩)^{٢}}{٢} - \frac{(١٣٥)^{٢}}{١٨}$$

$= ١٩٥$

٧ – مجموع مربعات داخل الأفراد $= ٢٢٠,٥ - ١٩٥ = ٢٥,٥$

٨ – مجموع مربعات الخطأ الأول $= ١٩٥ - ١٠,٣٣ = ١٨٤,٦٧$

٩ – مجموع مربعات الخطأ الثانى $= ٢٥,٥ - ٤,٥ - ٧ = ١٤$

(ب) متغير التحصيل :

١ – مجموع المربعات الكلى $= ٣٤٩٥ - \frac{(٢٣٧)^{٢}}{١٨} = ٣٧٤,٥$

٢ – مجموع مربعات الطرق $= \frac{(٨٩)^{٢}}{٦} + \frac{(٨٩٠)^{٢}}{٦} + \frac{(٥٩)^{٢}}{٦} - \frac{(٢٣٧)^{٢}}{١٨}$

$= ١٠٠$

٣ – مجموع مربعات الفترات $= \frac{(١٠١)^{٢}}{٩} + \frac{(١٣٦)^{٢}}{٩} - \frac{(٢٣٧)^{٢}}{١٨}$

$= ٦٨,٠٦$

٤ – مجموع مربعات خلايا الطرق × الفترات

$$= \frac{(٣٥)^{٢}}{٣} - \frac{(٣٩)^{٢}}{٣} + ... + \frac{(٣٢)^{٢}}{٣} - \frac{(٢٣٧)^{٢}}{١٨}$$

= ١٨٤,٥

٥- مجموع مربعات تفاعل الطرق × الفترات = ١٨٤,٥ – ١٠٠ – ٦٨,٠٦

= ١٦,٤٤

٦ - مجموع مربعات بين الأفراد = $\frac{(٢٢)^{٢} + (٢٩)^{٢} + ... + (١٩)^{٢}}{٢} - \frac{(٢٣٧)^{٢}}{١٨}$

= ٢٧٧

٧ - مجموع مربعات داخل الأفراد = ٣٧٤,٥ – ٢٧٧ = ٩٧,٥

٨ - مجموع مربعات الخطأ الأول = ٢٧٧ – ١٠٠ = ١٧٧

٩ - مجموع مربعات الخطأ الثاني = ٩٧,٥ – ٦٨,٠٦ – ١٦,٤٤ = ١٣

(جـ) حواصل الضرب :

١ - مجموع حواصل الضرب الكلي = ٢٠٠٤ – $\frac{٢٣٧ \times ١٣٥}{١٨}$ = ٢٢٦,٥

٢ - مجموع حواصل الضرب للطرق

$= \frac{٨٩ \times ٤٦}{٦} + \frac{٨٩ \times ٥٠}{٦} + \frac{٥٩ \times ٣٩}{٦} - \frac{٢٣٧ \times ١٣٥}{١٨} = ٣٠$

٣ - مجموع حواصل الضرب للفترات = $\frac{١٠١ \times ٦٣}{٩} + \frac{١٣٦ \times ٧٢}{٩} - \frac{٢٣٧ \times ١٣٥}{١٨}$

= ١٧,٥

٤ - مجموع حواصل ضرب خلايا الطرق × الفترات

$= \frac{٣٥ \times ١٩}{٣} + \frac{٣٩ \times ٢٤}{٣} + ... + \frac{٣٢ \times ١٩}{٣} - \frac{٢٣٧ \times ١٣٥}{١٨} = ٥٨,١٧$

٥ - مجموع حواصل ضرب تفاعل الطرق × الفترات

= ٥٨,١٧ – ٣٠ – ١٧,٥ = ١٠,٦٧

٦ - مجموع حواصل الضرب بين الأفراد

$= \frac{٢٢ \times ٧}{٢} + \frac{٢٩ \times ١٤}{٢} + ... + \frac{١٩ \times ١٩}{٢} - \frac{٢٣٧ \times ١٣٥}{١٨} = ١٨٦,٥$

٧ - مجموع حواصل الضرب داخل الأفراد = ٢٢٦,٥ – ١٨٦,٥ = ٤٠

٨ - مجموع حواصل الضرب للخطأ الأول = ١٨٦,٥ – ٣٠ = ١٥٦,٥

٩ - مجموع حواصل الضرب للخطأ الثاني = ٤٠ – ١٧,٥ – ١٠,٦٧ = ١١,٨٣

ثم نضع البيانات السابقة في جدول تحليل التغاير الثنائي للقياس المتكرر

جدول (١٢ – ١١) تحليل التغاير الثنائي للقياس المتكرر

مصدر التباين	مجـ المربعات وحواصل الضرب: التحصيل	حاصل الضرب	الذكاء	د.ح	مجـ المربعات المعدل	د.ح المعدلة	متوسط المربعات	ف
الأفراد	٢٧٧	١٨٦,٥	١٩٥	٨	$٢٧٧ - \frac{(١٨٦,٥)^{٢}}{١٩٥} = ٩٨,٦٣$			
الطرق	١٠٠	٣٠	١٠,٣٣	٢	٩٨,٦٣ − ٤٤,٣٧ = ٥٤,٢٦	٢	٢٧,١٣	٣,٠٦
الخطأ الأول	١٧٧	١٥٦,٥	١٨٤,٦٧	٦	$١٧٧ - \frac{(١٥٦,٥)^{٢}}{١٨٤,٦٧} = ٤٤,٣٧$	٥	٨,٨٧	غير دالة
الفترات	٦٨,٠٦	١٧,٥	٤,٥	١	$٨١,٠٦ - \frac{(٢٩,٣٣)^{٢}}{١٨,٥} - ٣ = ٣١,٥٦$	١	٣١,٥٦	٥٢,٦ دالة عند ٠,٠٠١
التفاعل	١٦,٤٤	١٠,٦٧	٧	٢	$٢٩,٤٤ - \frac{(٢٢,٥)^{٢}}{٢١} - ٣ = ٢,٣٣$	٢	١,١٧	١,٩٥ غير دالة
الخطأ الثاني	١٣	١١,٨٣	١٤	٦	$١٣ - \frac{(١١,٨٣)^{٢}}{١٤} = ٣$	٥	٠,٦	
الكلي	٣٧٤,٥	٢٢٦,٥	٢٢٠,٥	١٧				

ويتم حساب مجموع المربعات المعدل لأفراد $= ٢٧٧ - \frac{(١٨٦,٥)^{٢}}{١٩٥} = ٩٨,٦٣$

مجموع المربعات المعدلة للخطأ الأول $= ١٧٧ - \frac{(١٥٦,٥)^{٢}}{١٨٤,٦٧} = ٤٤,٣٧$

مجموع المربعات المعدلة للطرق (بالطرح) = ٩٨,٦٣ – ٤٤,٣٧ = ٥٥,٢٦

مجموع المربعات الخطأ الثاني المعدلة $= ١٣ - \frac{(١١,٨٣)^{٢}}{١٤} = ٣$

مجموع مربعات الفترات المعدل

= (مجـ مربعات الفترات + مجـ مربعات الخطأ الثانى) ا للتحصيل

$$\frac{(\text{مجـ حواصل الضرب للفترات + الخطأ الثانى})^{٢}}{(\text{مجـ مربعات الفترات + الخطأ الثانى})\ \text{للذكاء}}$$

– مجـ مربعات الخطأ الثاني المعدلة

$$= (٦٨,٠٦ + ١٣) - \frac{(١٧,٥ + ١١,٨٣)^{٢}}{(٤٥ + ١٤)} - ٣$$

$$= ٧٨,٠٦ - ٤٦,٥ = ٣١,٥٦$$

مجموع مربعات التفاعل المعدلة

= [مجـ مربعات التفاعل + مجـ مربعات الخطأ الثانى] للتحصيل

$$- \frac{(\text{مجـ حواصل الضرب للتفاعل + الخطأ الثانى})^{٢}}{(\text{مجـ مربعات التفاعل + مجـ مربعات الخطأ الثانى}) \text{ للذكاء}}$$

– مجـ مربعات الخطأ الثانى المعدلة

$$= (١٦,٤٤ + ١٣) - \frac{(١٠,٦٧ + ١١,٨٣)^{٢}}{(٧ + ١٤)} - ٣$$

$$= ٢٦,٤٤ - ٢٤,١١ = ٢,٣٣$$

لاحظ أن درجات حرية الخطأ الاول تقل درجة لعزل أثر المتغير الخارجى ، وكذلك درجات حرية الخطأ الثانى تقل درجة أيضا لعزل أثر المتغير الخارجى مرة أخرى بسبب تكرار قياسه.

ومن الواضح أن قيمة (ف) للطرق (٣,٠٦) وهى غير دالة ، وكذلك تفاعل الطرق × الفترات ، بينما يوجد فرق دال بين الفترات حيث أن قيمة ف (٥٢,٦) دالة عند مستوى ٠,٠٠١ ولأنه لايوجد سوى فترتين فمن السهل المقارنة بينهما ، حيث يتضح أن درجات القياس البعدى للتحصيل أعلى من القياس القبلى ، ومن الممكن حساب المتوسطات المعدلة كما يلى:

معامل الانحدار (التحصيل على الذكاء) للفترات

$$= \frac{\text{مجـ حواصل ضرب الخطأ الثانى}}{\text{مجـ مربعات الخطأ الثانى(للذكاء)}} = \frac{١١,٨٣}{١٤} = ٠,٨٤٥$$

$$\text{المتوسط المعدل للتحصيل القبلى} = \frac{١٠١}{٩} - ٠,٨٤٥ \left(\frac{٦٣}{٩} - \frac{١٣٥}{١٨} \right)$$

$$= ١١,٢٢ - ٠,٨٤٥ (٧ - ٧,٥) = ١١,٦٤$$

المتوسط المعدل للتحصيل البعدى = $\frac{١٣٦}{٩}$ – ٠,٨٤٥ ($\frac{٧٢}{٩}$ – $\frac{١٣٥}{١٨}$)

= ١٥,١١ – ٠,٨٤٥ (٨ – ٧,٥) = ١٤,٦٩

ويتضح أن المتوسط المعدل للتحصيل البعدى أعلى من المتوسط المعدل للتحصيل القبلى . أما إذا رغبنا فى حساب المتوسطات المعدلة للطرق فيكون معامل الانحدار مختلف .

معامل الانحدار (التحصيل على الذكاء) للطرق = $\frac{\text{مجـ حواصل ضرب الخطأ الأول}}{\text{مجـ مربعات الخطأ الأول (للذكاء)}}$

= $\frac{١٥٦,٥}{١٨٤,٦٧}$ = ٠,٨٤٧

ويكون المتوسط المعدل للطرق (فى التحصيل)

= متوسط الطريقة فى التحصيل – معامل انحدار الطرق (متوسط الطريقة فى الذكاء – المتوسط العام للذكاء)

وعلى سبيل المثال : المتوسط المعدل للطريقة الثالثة

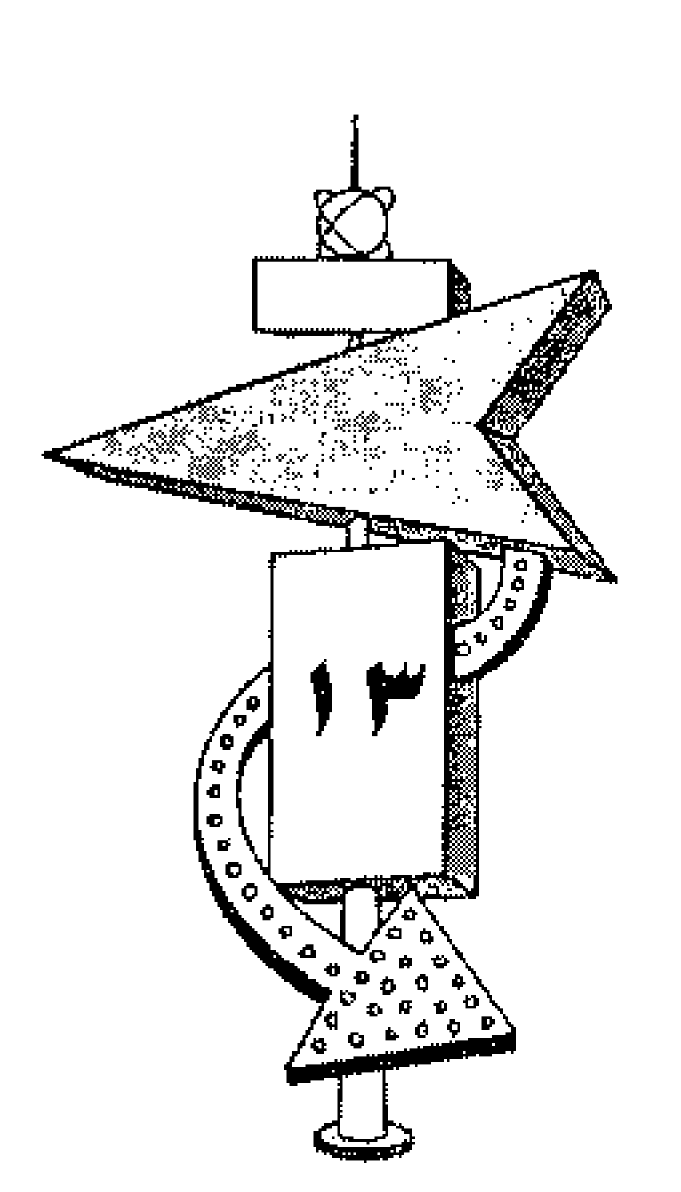
= $\frac{٥٩}{٦}$ – ٠,٨٤٧ ($\frac{٣٩}{٦}$ – $\frac{١٣٥}{١٨}$)

= ٩,٨٣ – ٠,٨٤٧ (٦,٥ – ٧,٥)

= ١٠,٦٨

وكذلك يمكن حساب بقية المتوسطات المعدلة للطريقتين الأولى والثانية وهما : ١٤,٦٩ ، ١٤,١٣ على الترتيب .

وإذا كانت الفروق بين الطرق دالة فيمكن إجراء المقارنات المتعددة للمتوسطات المعدلة بإستخدام إحدى طرق المقارنات المتعددة .



الفصل الثالث عشر

تحليل الاتجاه

Trend Analysis



الفصل الثالث عشر

تحـــــليل الاتجـــــــاه

يهدف التحليل العلمى للمعلومات الى التعرف على طبيعة الوظائف والعلاقات بين المتغيرات المستقلة والتابعة . وعند اجراء دراسات تجريبية يمكن التوصل الى هذا الهدف إذا كانت البيانات كمية ، أما فى حالة البيانات الكيفية فيصعب التوصل الى تلك العلاقات المشار اليها .

وإحدى طرق توضيح العلاقات بين المتغيرات أو بين المعالجات هى استخدام الرسوم البيانية وشكل الانتشار ، حيث توضح الرسوم البيانية طبيعة العلاقات بين المتغيرات .

وقد تكون العلاقة بين متغيرين علاقة خطية ، بمعنى أنه يمكن توفيق خط مستقيم ليوضح هذه العلاقة . وتمثل العلاقة الخطية بمعادلة من الدرجة الأولى بين متغيرين وهى : ص = أ + ب س

حيث ص متغير تابع ، س متغير مستقل ، أ مقدار ثابت ، ب معامل الانحدار البسيط .

أما إذا كانت العلاقة بين المتغيرين منحنية ، فاننا نمثلها بمعادلة من الدرجة الثانية ، وتكون على الصورة :

$$ص = أ + ب_{١} س + ب_{٢} س^{٢}$$

والصورة العامة هى :

$$ص = أ + ب_{١} س + ب_{٢} س^{٢} + ب_{٣} س^{٣} + ... + ب_{ك} س^{ك}$$

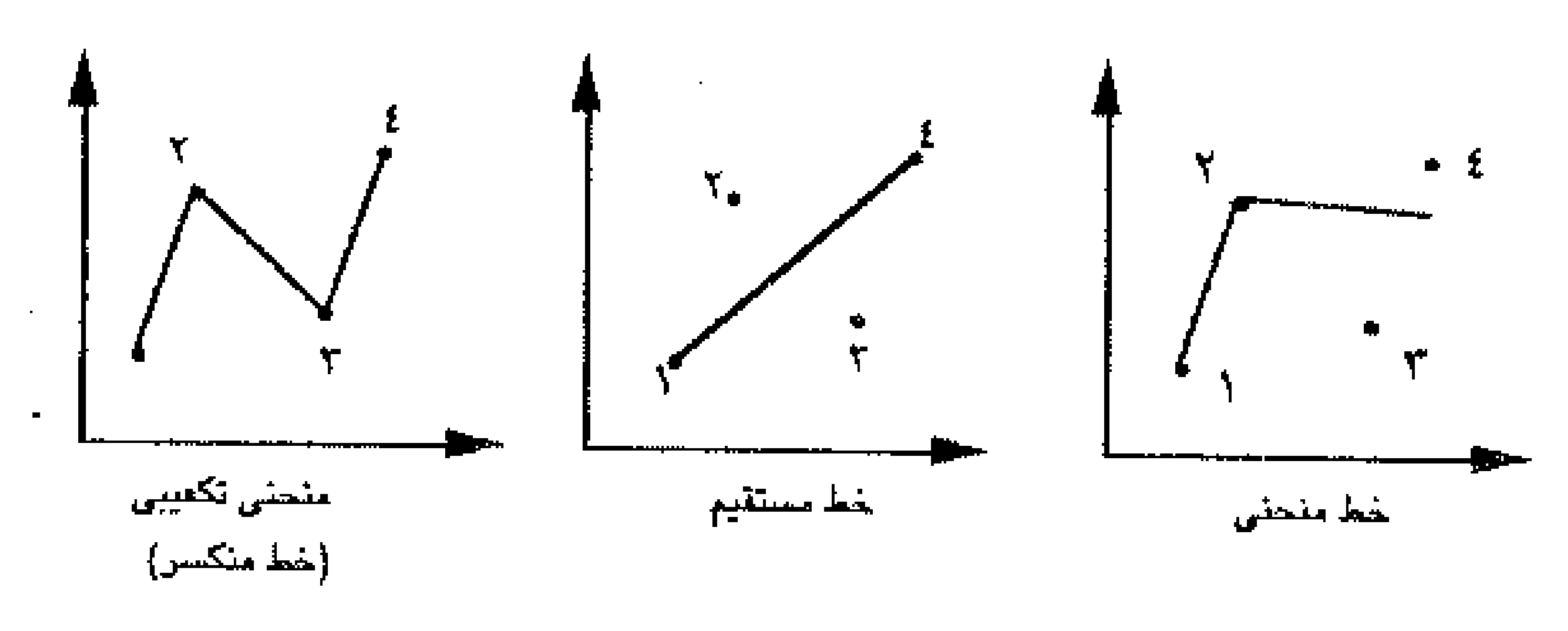
وهى تمثل علاقة من الدرجة (ك) .

أولا : حالة تحليل التباين :

إذا تضمنت دراسة تجريبية أربع مجموعات ، وتم اجراء تحليل البيانات ونتج عنها رفض الفرض الصفرى ، فان هذا القرار يعنى أن المجموعات مختلفة ،

أى اختلاف تأثير المعالجات على المتغير التابع . ولا تدل النتائج أو القرار المتصل بها عن طبيعة العلاقة بين المعالجات والمتغير التابع ، فقد تكون العلاقة خطية أو منحنية أو تكعيبية أو غير ذلك .

وبالطبيع فان العلاقة المناسبة هى التى تمثلها أفضل معادلة مع أخطاء قليلة .



شكل ١٣ –١

ويتم التوصل الى المعادلة المناسبة لبيانات متغيرين عن طريق تحليل الاتجاه واستخدام معاملات المقارنات المتعامدة Orthogonal ، ومن خصائص المعاملات المتعامدة أن مجموعها = الصفر ، ومجموع حاصل ضرب معاملات إتجاهين = صفر

ومعاملات المقارنات المتعامدة لأربع معالجات هى :

الخطى	–٣	–١	١ +	٣+
المنحنى	١	١ –	١ –	١
التكعيبى	١–	٣	٣ –	١

ونلاحظ أن مجموع معاملات كل إتجاه = الصفر ، وتوجد جداول خاصة لهذه المعاملات . ولاجراء تحليل الاتجاه Trend analysis ، نقوم بحساب مجموع المربعات الكلى للاتجاه إعتماداً على المعادلةالعامة السابق الاشارة اليها:

$$ص = أ + ب_١ س + ب_٢ س^٢ + ب_٣ س^٣ + ...$$

فيكون مجموع مربعات الاتجاه = مجموع مربعات الاتجاه الخطى + مجموع مربعات الاتجاه المنحنى + مجموع مربعات الاتجاه التكعيبى+ .....

ويحسب مجموع مربعات الاتجاه الخطى من تباين المجموعات

مجموع مربعات الاتجاه = [مجـ (معامل المقارنة × مجموع درجاتها)]^{2} ÷

[مجموع مربعات المعاملات لكل مجموعة ×

حجم المجموعة] (Winer etal, 1991)

ويتم اجراء تحليل الاتجاه للتعرف على طبيعة العلاقة بين البيانات إذا كانت خطية أو منحنية أو تكعيبية أو رباعية ، وذلك فى حالة المقارنة بين عدة مجموعات ، أى فى حالة التباين أو تحليل تباين القياس المتكرر أو تحليل التغاير.

مثال (١) : أجرى باحث دراسة لبحث العلاقة بين مستوى المشكلات الأسرية ومفهوم الذات لدى الابناء . فاختار أربع مجموعات تمثل أربع مستويات هى : انفصال الوالدين ، والخلافات المستمرة ، والخلافات البسيطة ، والاسرة السعيدة ، وحجم كل مجموعة ٢٠ فرداً ، وفيما يلى ملخص للبيانات.

جدول (١٣ - ١)

المجموعة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	المجموع الكلى
حجم المجموع	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٨٠
مجـ الدرجات	٢٢٠	٢٤٠	٣٤٠	٣٨٥	١١٨٥
مجـ مربعات الدرجات	٢٣٩٠	٣٢٩٥	٦٣٦٠	٧٤١٥	١٩٤٦٠
المتوسطات	١١	١٢	١٧	١٩,٢٥	١٤,٨١

وأسلوب التحليل للتوصل إلى الإتجاه يبدأ بتحليل التباين ، ولذلك فاننا نحسب مجموع المربعات الكلى ، وبين المجموعات ، والخطأ

١ - مجموع المربعات الكلى = $\text{مجـ س}^{2} - \frac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}}$

$= ١٩٤٦٠ - \frac{(١١٨٥)^{2}}{٨٠}$

$= ١٩٤٦٠ - ١٧٥٥٢,٨١$

$= ١٩٠٧,١٩$ (د ح = ٧٩)

٢ -مجموع مربعات المجموعات = $\frac{(٢٢٠)^{٢}}{٢٠} + \frac{(٢٤٠)^{٢}}{٢٠} + \frac{(٣٤٠)^{٢}}{٢٠}$

$+ \frac{(٣٨٥)^{٢}}{٢٠} - \frac{(١١٨٥)^{٢}}{٨٠}$

$= ٢٤٢٠ + ٢٨٨٠ + ٥٧٨٠ + ٧٤١١,٢٥ - ١٧٥٥٢,٨١$

$= ٩٣٨,٤٤$ (د ح = ٣)

٣ - مجموع مربعات الخطأ = ١٩٠٧,١٩ - ٩٣٨,٤٤

$= ٩٦٨,٧٥$ (د ح = ٧٦)

ثم نحسب قيمة ف = $\frac{\text{متوسط مربعات المجموعات}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} = \frac{(٩٣٨,٤٤ \div ٣)}{(٩٦٨,٧٥ \div ٧٦)}$

ف = $\frac{١٣٢,٨١}{١٢,٧٥} = ٢٤,٥٣$

ويمقارنتهامع قيم ف الجدولية نجد أنها دالة عند مستوى ٠,٠٠١ .١

وكل ماسبق هو تحليل تباين أحادى لبحث الفروق بين المجموعات فى مفهوم الذات أو علاقة مستوى المشكلات مع مفهوم الذات .

ويمكن اجراء مقارنات متعددة بين متوسطات المجموعات لمعرفة المجموعات الاعلى فى مفهوم الذات كما نستطيع حساب نسبة الارتباط = مجموع مربعات المجموعات ÷ مجموع المربعات الكلى

مربع إيتا = $\frac{٩٣٨,٤٤}{١٩٠٧,١٩} = ٠,٤٩٢$

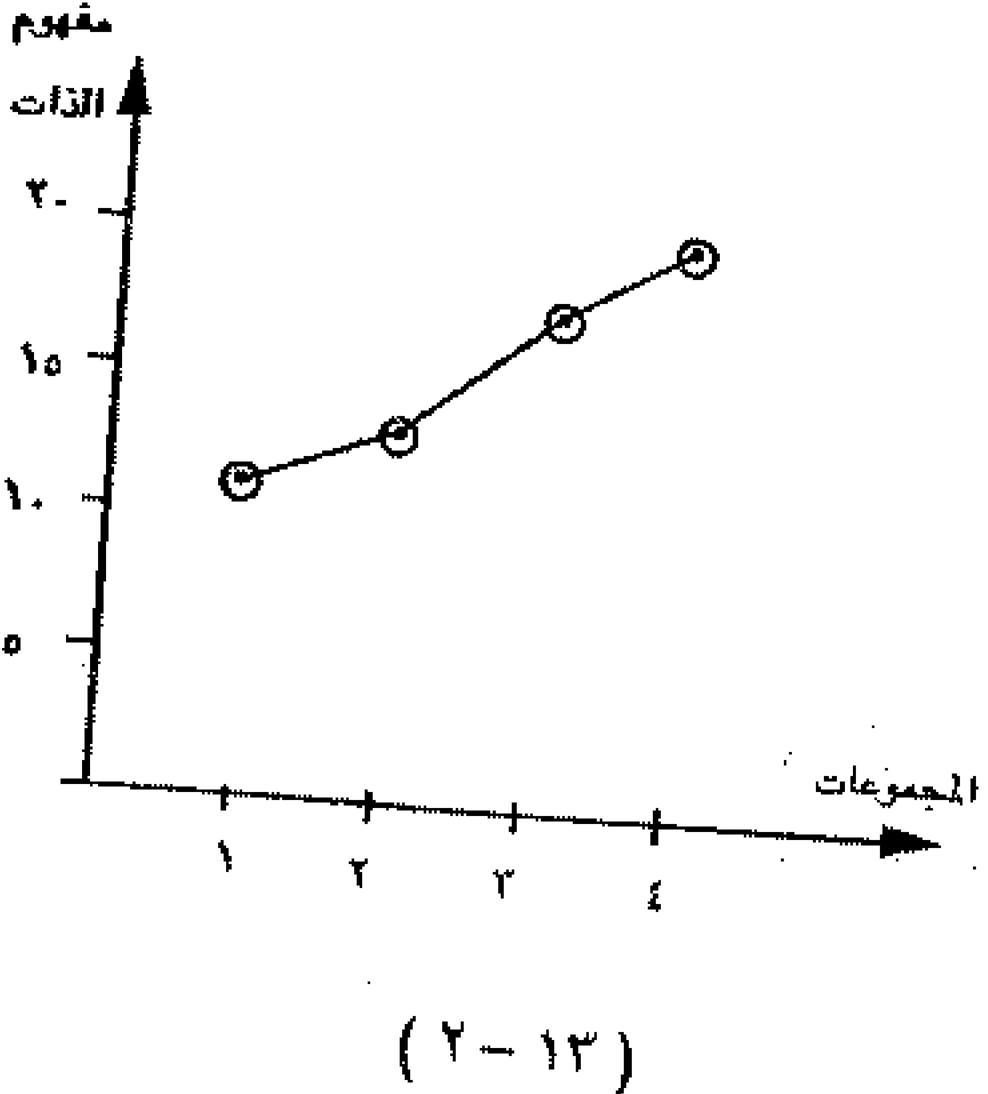
وتعنى أن ٤٩,٢ ٪ من التباين فى المتغير التابع يرجع الى الانتماء للمجموعات

$$\text{وكذلك مربع أوميجا} = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (\text{ك} - ١)\ \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلى} - \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$\omega^{٢} = \frac{٩٣٨,٤٤ - ٣ \times ١٢,٧٥}{١٩٠٧,١٩ + ١٢,٧٥} = ٠,٤٦٩$$

وهى تعنى أن ٤٦,٩ ٪ من تباين متغير مفهوم الذات يرجع الى مستوى المشكلات الأسرية ، ويفضل استخدام مربع أوميجا بدلا من مربع ايتا .

واذا مثلنا متوسطات المجموعات فى رسم بيانى كما بالشكل (١٣-٢) حيث يتضح من الشكل (١٣ - ٢) أن العلاقة الخطية قوية ، وربما تكون العلاقة منحنية أو ثلاثية (تكعيبية) ، ولذلك فاننا نقسم مجموع مربعات المجموعات الى الاتجاهات الثلاثة .



(١٣ - ٢)

مجموع مربعات المجموعات

= مجموع المربعات الخطية + مجموع المربعات المنحنية

+ مجموع المربعات التكعيبية

ثم نجرى اختبار لكل اتجاه للتوصل الى درجة الاتجاه المناسب للبيانات .

وتستخدم معاملات المقارنات المتعامدة فى حالة أربع مجموعات المذكورة سابقا ، لحساب مجموع المربعات لكل اتجاه .

ويتم حساب مجموع مربعات كل اتجاه فى ثلاث خطوات : الاولى نحسب فيها مجموع مربعات المعاملات ، والثانية نحسب فيها مجموع درجات الاتجاه ، أما الخطوة الثالثة فيتم فيها حساب مجموع مربعات الاتجاه وهى = (مجموع درجات الاتجاه)٢ ÷(مجموع مربعات المعاملات لكل مجموعة × حجم

المجموعة)

ولحساب مجموع مربعات الإتجاه الخطى فان الخطوات الثلاث هى :

(أ) مجموع مربعات المعاملات الخطية

$$= (-٣)^{٢} + (-١)^{٢} + (١)^{٢} + (٣)^{٢} = ٢٠$$

(ب) مجموع درجات الاتجاه الخطى = مجموع درجات كل مجموعة × معامل المقارنة ثم نجمع ذلك للمجوعات كلها :

$$= -٣ \times ٢٢٠ - ١ \times ٢٤٠ + ١ \times ٣٤٠ + ٣ \times ٣٨٥ = ٥٩٥$$

(جـ) مجموع مربعات الاتجاه الخطى = $(٥٩٥)^{٢} \div (٢٠ \times ٢٠) = ٨٨٥,٠٦$

وبالمثل يتم حساب مجموع مربعات الاتجاه المنحنى على النحو التالى :

(أ) مجموع مربعات معاملات الاتجاه المنحنى

$$= (١)^{٢} + (-١)^{٢} + (-١)^{٢} + (١)^{٢} = ٤$$

(ب) مجموع درجات الاتجاه المنحنى = مجموع درجات كل مجموعة ×

معامل المقارنة ثم نجمع ذلك للمجموعات

$$= ١ \times ٢٢٠ + (-١) \times ٢٤٠ + (-١) \times ٣٤٠ + ١ \times ٣٨٥ = ٢٥$$

(جـ) مجموع مربعات الاتجاه التربيعى = $(٢٥)^{٢} \div (٤ \times ٢٠) = ٧,٨١$

وفى حالة الإتجاه التكعيبى فإن :

مجموع مربعات معاملات الاتجاه التكعيبى = $(-١)^{٢} + (٣)^{٢} + (-٣)^{٢} + (١)^{٢} = ٢٠$

مجموع درجات الاتجاه التكعيبى

$$= (-١) \times ٢٢٠ + ٣ \times ٢٤٠ + (-٣) \times ٣٤٠ + ١ \times ٣٨٥$$

$$= -١٣٥$$

مجموع مربعات الاتجاه التكعيبى = $(-١٣٥)^{٢} \div (٢٠ \times ٢٠) = ٤٥,٥٦$

ثم نضع البيانات السابقة فى جدول لاختبار دلالة كل اتجاه ، لا حظ أن لكل اتجاه درجة حرية واحدة

ويمكن تلخيص كل ما سبق فى الجدول التالى (جدول ١٣ – ٢)

(جدول ١٣ – ٢) ملخص العلميات الحسابية لتحليل الاتجاه

المجموعات	١	٢	٣	٤	مجموع مربعات المعاملات	مجموع درجات الاتجاه	مجموع مربعات الاتجاه	متوسط المربعات	ف
مجـ الدرجات	٢٢٠	٢٤٠	٣٤٠	٣٨٥					
معاملات الخطية	-٣	-١	+١	+٣	٢٠	٥٩٥	٨٨٥,٠٦	٨٨٥,٠٦	٦٩,٤٢
معاملات المنحنى	+١	-١	-١	+١	٤	٢٥	٧,٨٩	٧,٨١	٠,٦١
معاملات التكعيبي	-١	+٣	-٣	+١	٢٠	-١٢٥	٤٥,٥٦	٤٥,٥٦	٣,٥٧
							الخطأ	١٢,٧٥	

ونلاحظ أن مجموع مربعات الاتجاهات الثلاثة الخطية والمنحنية والتكعيبية

= ٨٨٥,٠٦ + ٧,٨١ + ٤٥,٥٦ = ٩٣٨,٤٣ .

ونسبة مجموع مربعات الاتجاهات الى مجموع مربعات المجموعات = ١٠٠ ٪ تقريبا

ومعنى هذا أن الاتجاهات الثلاثة تمثل ١٠٠ ٪ من التباين . ونادرا ما يحدث هذا ، فقد يوجد إتجاه أعلى درجة من التكعيبي ، وعند ذلك يكون مجموع مربعات الاتجاهات الثلاثة أقل من مجموع مربعات المجموعات .

ولا ختبار الاتجاه الخطى فاننا نحسب قيمة ف وهى تساوى

$$\frac{\text{متوسط مربعات الاتجاة الخطى}}{\text{متوسط مربعات الخطى}}$$

$$\text{ف (الخطى)} = \frac{٨٨٥,٠٦}{١٢,٧٥} = ٦٩,٤٢$$

وبمقارنتها بقيم ف الجدولية نجد أنها دالة عند مستوى ٠,٠٠١

والانحراف عن الخطية يمكن إختباره بحساب مجموع مربعات الانحراف عن الخطية بدرجات حرية (ك – ٢) ، ثم نحسب قيمة ف

مجموع مربعات الانحراف عن الخطية

= مجموع مربعات المجموعات – مجموع مربعات الخطية

= ٩٣٨,٤٤ – ٨٨٥,٠٦ = ٥٣,٣٨

متوسط مربعات الانحراف عن الخطية = $\frac{٥٣,٣٨}{(٤ - ٢)}$ = ٢٦,٦٩

قيمة ف للانحراف عن الخطية = $\frac{٢٦,٦٩}{١٢,٧٥}$ = ٢,٠٩ وهى غير دالة

مما يعنى أن الانحراف عن الخطية غير دال

أما قيمة ف للاتجاة المنحنى = $\frac{٧,٨١}{١٢,٧٥}$ = ٠,٦١ وهى غير دالة

وقيمة ف للاتجاة التكعيبى = $\frac{٤٥,٥٦}{١٢,٧٥}$ = ٣,٥٧ وهى غير دالة أيضا

والاختبارات السابقة للاتجاهات الثلاثة هي اختبارات متعامدة (مستقلة عن بعضها البعض) ونستنتج من التحليل السابق أن العلاقة بين المجموعات ومفهوم الذات يمثلها الاتجاه الخطى (علاقة خطية).

ولذلك فان المعادلة التى تمثل هذه العلاقة الخطية هى : ص = أ + ب س

حيث أ ، ب هما المقدار الثابت ومعامل الانحدار الخطى، ص هى متغير مفهوم الذات ، س هى متغير المجموعات وتأخذ القيم ١ ، ٢، ٣ ، ٤ أى قيم الانتماء للمجموعة

ومجموع مربعات س = $\frac{ن ك (ك^{٢} - ١)}{١٢}$ حيث ك = ٤

متوسط س = $\frac{ك + ١}{٢}$ = ٢,٥ (هذا المتوسط ليس له معنى وإنما يستخدم فى حساب قيمة المقدار الثابت أ)

مجموع مربعات س = $\frac{٢٠ \times ٤ (١٦ - ١)}{١٢}$ = ١٠٠

قيمة ب = $\sqrt{\text{مجموع مربعات الاتجاه الخطى} \div \text{مجموع مربعات س}}$

$= \sqrt{\frac{885.06}{100}} = 2.97$

قيمة أ = $م_{ص} - ب\ م_{س} = \frac{1185}{80} - 2.97 \times 2.5 = 7.39$

وتصبح المعادلة الخطية هي : ص = ٧,٣٩ + ٢,٩٧ س

ومعامل الارتباط من المتغير المستقل (المجموعات) والمتغير التابع (مفهوم الذات) يدل على نسبة التباين التى ترجع للاتجاه المستخدم .

مربع معامل الارتباط اللاتجاة الخطى (مربع ايتا) = $\frac{\text{مجموع مربعات الخطية}}{\text{مجموع المربعات الكلى}}$

$= \frac{885.06}{1907.19} = 0.464$

مربع معامل الارتباط للاتجاة التكعيبى (مربع ايتا)

$= \frac{\text{مجموع مربعات الاتجاهات الخطى والمتحنى والتكعيبى}}{\text{مجموع المربعات الكلى}}$

مربع ايتا = $\frac{938.43}{1907.19} = 0.492$

ونستنتج من ذلك أن الاتجاه الخطى يفسر ٤٦,٤ ٪ من تباين المتغير التابع بينما الاتجاه التكعيبى يمثل ٤٩,٢ ٪ من تباين المتغير التابع .

كما يمكن حساب مربع أوميجا = $\frac{د . ح \times (ف - 1)}{ن + د ح \times (ف - 1)}$

ω^2 للاتجــاه الخـــطى = $\frac{1 \times (69.42 - 1)}{80 + 1 \times (69.42 - 1)} = 0.461$

وهى متقاربة مع قيمة مربع إيتا السابق الحصول عليها (٠,٤٦٤).

وبالطبع يفضل استخدام مربع أوميجا وهي تدل على الارتباط داخل المجموعات (وتسمى سبيرمان رو) إذا كانت العينات عشوائية (Winer et al , 1991). أما في حالة تحليل التباين الثنائي ، فاننا نتبع نفس الطريقة مع كل متغير ومع التفاعل أيضا . بمعنى أننا نقسم مجموع مربعات المتغير المستقل الاول الى عدة أقسام : خطية ، ومنحنية، وتكعيبية و نختبر دلالتها كما سبق . ثم نتبع نفس الشئ مع المتغير المستقل الثاني ، ونختبر دلالة تباين هذه الاقسام ، وكذلك مع تفاعل المتغيرين المستقلين نتبع نفس الخطوات السابق الاشارة (Ferguson & Takane, 1989).

وتكون المشكلة هنا كثرة العمليات الحسابية والتي تستلزم استخدام الحاسوب في اجراء تحليل الاتجاه .

طريقة أخرى لإختبار إتجاه العلاقة بين متغيرين :

وتوجد طريقة أخرى تستخدم لاختبار إتجاه العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع هي تعتمد على ضم مجموع مربعات المتغير المستقل ومجموع مربعات الخطأ معا ، ثم يحسب منها مجموع مربعات الانحراف عن الخطية والذى يستخدم كمجموع مربعات للخطأ لاختبار إتجاه الخطية . ويتم نفس الشئ للاتجاهات المنحنية والتكعيبية وغيرها (Winer et al, 1991)

ويوضح جدول (١٣ – ٣) تحليل الاتجاه بهذه الطريقة وهى اكثر استخداما من الطريقة السابقة .

جدول (١٣ – ٣) تحليل الاتجاه .

المصدر	مجـ المربعات	د ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
المجموعات الخطأ	٩٣٨,٤٤ ٩٦٨,٧٥	٣ ٧٦	٣١٢,٨١ ١٢,٧٥	٢٤,٥٣	دالة عند ٠,٠٠١
الخطية الانحراف عنها	٨٨٥,٠٦ ١٠٢٢,١٣	١ ٧٨	٨٨٥,٠٦ ١٣,١٠	٦٧,٥٦	دالة عند ٠,٠٠١
المنحنية الانحراف عنها	٧,٨١ ١٠١٤,٣٢	٢ ٧٧	٣,٩١ ١٣,١٧	٠,٣٠	غير دال
التكعيبى الانحراف عنه	٤٥,٥٦ ٩٦٨,٧٦	٣ ٧٦	١٥,١٩ ١٢,٧٥	١,١٩	غير دال

بإستخدام مجموع مربعات الخطية والمنحنية والتكعيبية السابق حسابها فإن:

مجموع مربعات الانحراف عن الخطية

= مجموع المربعات الكلى – مجموع مربعات الخطية

= ١٩٠٧,١٩ – ٨٨٥,٠٦

= ١٠٢٢,١٣ (بدرجات حرية = ن – ٢ = ٧٨)

مجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه المنحنى

= مجموع مربعات الانحراف عن الخطية

– مجموع مربعات الاتجاه المنحنى

= ١٠٢٢,١٣ –٧,٨١ = ١٠١٤,٣٢(بدرجات حرية = ن– ٣ =٧٧)

وكذلك مجموع مربعات الإنحراف عن التكعيبية

= ١٠١٤,٣٢ – ٤٥,٥٦ = ٩٦٨,٧٦

بدرجات حرية (ن – ٤ = ٧٦)

ويتضح أن النتيجة النهائية بالجدول (١٣ – ٣) مشابهة لنتائج الطريقة السابقة .

ثانيا : حالة تحليل تباين القياس المتكرر :

اجراء تحليل الاتجاه فى حالة تحليل تباين القياس المتكرر لاتختلف كثيراً عن تحليل التباين ، حيث أننا نستخدم نفس الخطوات السابقة . أما فى حالة القياس المتكرر الثنائى فاننا نتبع نفس الخطوات مع كل مصدر من مصادر التباين (المجموعات ، والفترات ، والتفاعل) ونستخدم نوع الخطأ المناسب (الأول أو الثانى) عند حساب النسبة الفائية .

مثال (٢) : أجريت دراسة على مجموعة من الافراد تعرضوا لبرنامج لتعديل أسلوب العمل وأثره على الرضا الوظيفى وكانت البيانات كما يلى :

جدول (١٣ - ٤)

الفترات / الافراد	قبلى	أثناء البرنامج	بعدى	متابعة ٣شهور	متابعة ٦شهور	المجموع
١	٥	٧	٩	٨	٨	٣٧
٢	٤	٥	٧	٦	٦	٢٨
٣	٧	٨	٩	٩	٨	٤١
٤	٣	٥	٨	٧	٧	٣٠
٥	٦	٧	٩	٨	٨	٣٨
٦	٢	٤	٦	٦	٦	٢٤
٧	٣	٦	٧	٦	٧	٢٩
٨	١	٤	٦	٥	٥	٢١
٩	٤	٥	٨	٧	٦	٣٠
١٠	٣	٦	٧	٦	٦	٢٨
المجموع	٣٨	٥٧	٧٦	٦٨	٦٧	٣٠٦

فاننا نجرى تحليل تباين القياس المتكرر أولا ، ثم يليها تقسيم مجموع مربعات الفترات الى الاتجاهات الخطية والمنحنية والتكعيبية وربما الاعلى من ذلك فى حالة دلالة الانحراف عن هذه الاتجاهات .

$$\text{مجموع المربعات الكلى} = ٢٠٤٠ - \frac{(٣٠٦)^٢}{٥٠}$$

$$= ٢٠٤٠ - ١٨٧٢,٧٢$$

$$= ١٦٧,٢٨$$

$$\text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{(٣٨)^٢ + (٥٧)^٢ + (٦٨)^٢ + (٦٧)^٢}{١٠} - \frac{(٣٠٦)^٢}{٥٠}$$

$$= ١٩٥٨,٢ - ١٨٧٢,٧٢$$

$= ٨٥,٤٨$ (بدرجات حرية = ٥ - ١ = ٤)

$$\text{مجموع مربعات الأفراد} = \frac{(٣٧)^٢ + (٢٨)^٢ + ... + (٢٨)^٢}{٥} - \frac{(٣٠٦)^٢}{٥٠}$$

$$= ١٩٤٤ - ١٨٧٢,٧٢ = ٧١,٢٨$$

مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلي – مجموع مربعات الفترات

– مجموع مربعات الافراد

$$= ١٦٧,٢٨ - ٨٥,٤٨ - ٧١,٢٨$$

= ١٠,٥٢ بدرجات حرية (٤٩ – ٤ – ٩ = ٣٦)

$$\text{وتكون قيمة ف للفترات} = \frac{\text{متوسط مربعات الفترات}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

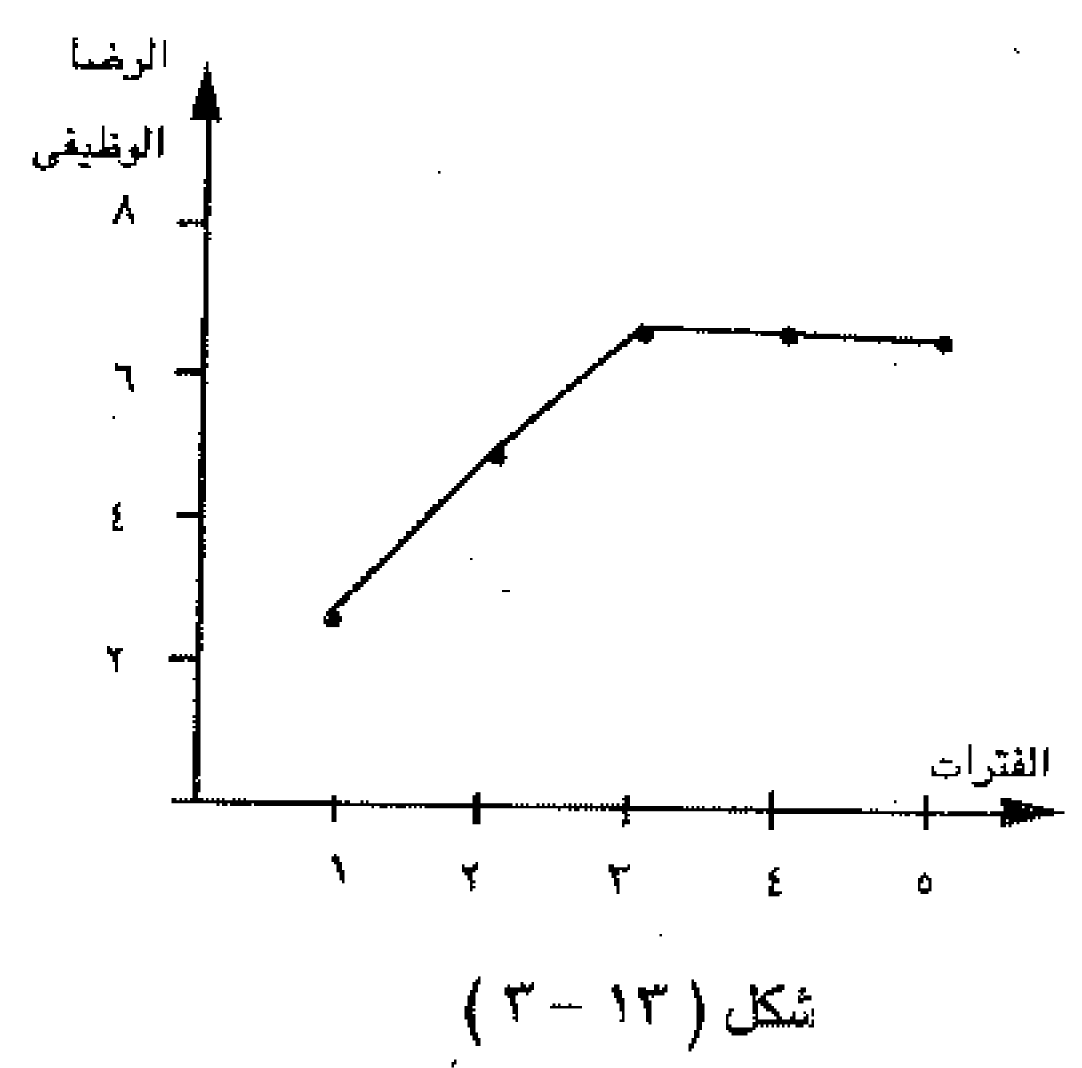
$$\text{ف} = \frac{(٨٥,٤٨ \div ٤)}{(١٠,٥٢ \div ٣٦)} = \frac{٢١,٣٧}{٠,٢٩} = ٧٣,٦٩$$

وهي دالة عند مستوى ٠,٠٠١

وتعني وجود فروق في الرضا الوظيفي بين فترات القياس . ولمعرفة الفترات التي يختلف فيها الرضا الوظيفي ، فاننا نجرى مقارنات متعددة بين متوسطات الفترات .

أما لمعرفة طبيعة العلاقة بين الفترات ودرجات الرضا الوظيفي . فاننا نجرى إختبار للعلاقات الخطية والمنحنية والتكعيبية وغيرها . فاذا كانت العلاقة الخطية دالة والانحراف عنها غير دال فيمكن التوقف عن اجراء تحليلات أخرى . أما إذا كان الانحراف عن الخطية دال فاننا نكمل التحليل باختبار دلالة العلاقة المنحنية . وهكذا حتى نحدد أفضل علاقة ممكنة بين المتغيرالمستقل والمتغير التابع .

وبتمثيل متوسطات الفترات بيانيا كما بالشكل (١٣ – ٣) يتضح أن طبيعة العلاقة بين الفترات والرضا الوظيفي علاقة منحنية ، وقد تكون من درجة أعلى من ذلك .



شكل (١٣ – ٣)

ولاجراء تحليل الاتجاه فاننا نستخدم معاملات المقارنات المتعامدة فى حالة خمس مجموعات ، والتى نحصل عليها من جدول خاص (Winer et al,1991)

والجدول التالى (١٣ – ٥) يوضح معاملات المقارنات المتعامدة والعمليات الحسابية اللازمة ، وهو مشابه للجدول (١٣ – ٢) السابق .

جدول (١٣ – ٥)

تحليل الاتجاه للقياس المتكرر

المجموعات	١	٢	٣	٤	٥	مجموع مربعات المعاملات	مجموع درجات الاتجاه	مجموع مربعات الاتجاه	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
مجـ الدرجات	٣٨	٥٧	٧٦	٦٨	٦٧						
المعاملات الخطية	٢ –	١–	صفر	١	٢	١٠	٦٩	٤٧,٦١	٤٧,٦١	١٦٤,١٧	دال عند ٠,٠٠١
المنحنية	٢	١–	٢–	١–	٢	١٤	٦٧–	٣٢,٠٦	٣٢,٠٦	١١٠,٥٧	دال عند ٠,٠٠١
التكعيبية	١ –	٢	صفر	٢–	١	١٠	٧	٠,٤٩	٠,٤٩	١,٦٩	غير دال
الرباعية	١	٤–	٦	٤–	١	٧٠	٦١	٥,٣٢	٥,٣٢	١٨,٣٣	دال عند ٠,٠٠١
متوسط مربعات الخطأ =٠,٢٩											

ونلاحظ من الجدول (١٣ – ٥) أن معاملات المقارنات المتعامدة تتضمن أربعة اتجاهات (خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى ، ورباعى) ، بينما فى جدول (١٣ – ٣) يحتوى على ثلاثة إتجاهات فقط . وبالرجوع الى الجداول الاحصائية الخاصة بالمعاملات المتعامدة (Ferguson,1971) نجد أنه فى حالة ثلاث مجموعات تكون المعاملات لإتجاهين فقط (خطى ومنحنى) ، وفى حالة أربع مجموعات تكون المعاملات لثلاثة اتجاهات (خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى) بينما فى حالة خمس مجموعات الى ٧ مجموعات تكون المعاملات لأربعة اتجاهات (خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى ، ورباعى) ، أما فى حالة ٨ مجموعات الى ١٠ مجموعات فتوجد معاملات لخمسة اتجاهات (خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى ، ورباعى ، وخماسى)

مجموع مربعات الاتجاه الخطى = $(-٢)^٢ + (-١)^٢$ + صفر + $(١)^٢ + (٢)^٢$ = ١٠

مجموع درجات الاتجاه الخطى

= – ٢ × ٣٨ – ١ × ٥٧ + صفر × ٧٦ + ١ × ٦٨ + ٢ × ٦٧

= ٦٩

مجموع مربعات الاتجاة الخطى = $\frac{(٦٩)^٢}{١٠ \times ١٠}$ = ٤٧,٦١

ونتبع نفس الخطوات السابق استخدامها لحساب مجموع مربعات الاتجاهات المنحنية والتكعيبية والر

ف للاتجاة الخطى = $\frac{٤٧,٦١}{٠,٢٩}$ = ١٦٤,١٧ وهى دالة عند ٠,٠٠١

ومجموع مربعات الانحراف عن الخطية = ٨٥,٤٨ - ٤٧,٦١ = ٣٧,٨٧

بدرجات حرية = ك – ٢ = ٥

ف للانحراف عن الخطية = $\frac{(٣٧,٨٧ \div ٣)}{٠,٢٩}$ = ٤٣,٥٢وهى دالة عند ٠,٠٠١

ف للاتجاة المنحنى = $\frac{٣٢,٠٦}{٠,٢٩}$ = ١١٠,٥٦ وهى دالة عند ٠,٠٠١

ولذلك نكمل اجراء تحليل الاتجاه

ومجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه المنحنى

= ٨٥،٤٨ − (٤٧،٦١ + ٣٢،٠٦)

= ٥،٨١ (بدرجات حرية ك − ٣ = ٢)

قيمة ف للانحراف عن الاتجاه المنحنى = $\frac{(٥،٨١ \div ٢)}{٠،٢٩}$ = ١٠،٠٢

وهى دالة عند ٠،٠١

قيمة ف للاتجاه التكعيبى = $\frac{٠،٤٩}{٠،٢٩}$ = ١،٦٩ وهى غير دالة

ولايعنى هذا أن نتوقف عن اكمال التحليل وإنما نحسب الانحراف عن الاتجاه التكعيبى

مجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه التكعيبى

= ٨٥،٤٨ − (٤٧،٦١ + ٣٢،٠٦ + ٠،٤٩)

= ٥،٣٢ بدرجات حرية ك − ٤ = ١

قيمة ف للانحراف عن الاتجاه التكعيبى = $\frac{٥،٣٢ \div ١}{٠،٢٩}$ = ١٨،٣٣

وهى نفس القيمة للاتجاه الرباعى

ويعنى هذا أن البيانات تتضمن علاقة رباعية إضافة الى العلاقات الخطية والمنحنية .

طريقة أخرى :

وتوجد طريقة أخرى تستخدم مربعات الانحراف عن الاتجاه فى اختبار الاتجاه وهى اكثر استخداما من الطريقة السابقة (Winer etal .,1991) .

ويوضح الجدول (١٣ − ٦) هذه الطريقة والتى تتفق نتيجتها النهائية مع الطريقة السابقة .

مجـ مربعات الانحراف عن الخطية

= مجـ مربعات الفترات +مجـ مربعات الخطأ − مجموع مربعات الخطية

= ٨٥،٤٨ + ١٠،٥٢ − ٤٧،٦١= ٤٨،٣٩ بدرجات حرية ٣٩

وبالمثل مجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه المنحنى

= ٤٨,٣٩ - ٣٢,٠٦ = ١٦,٣٣ بدرجات حرية ٣٨

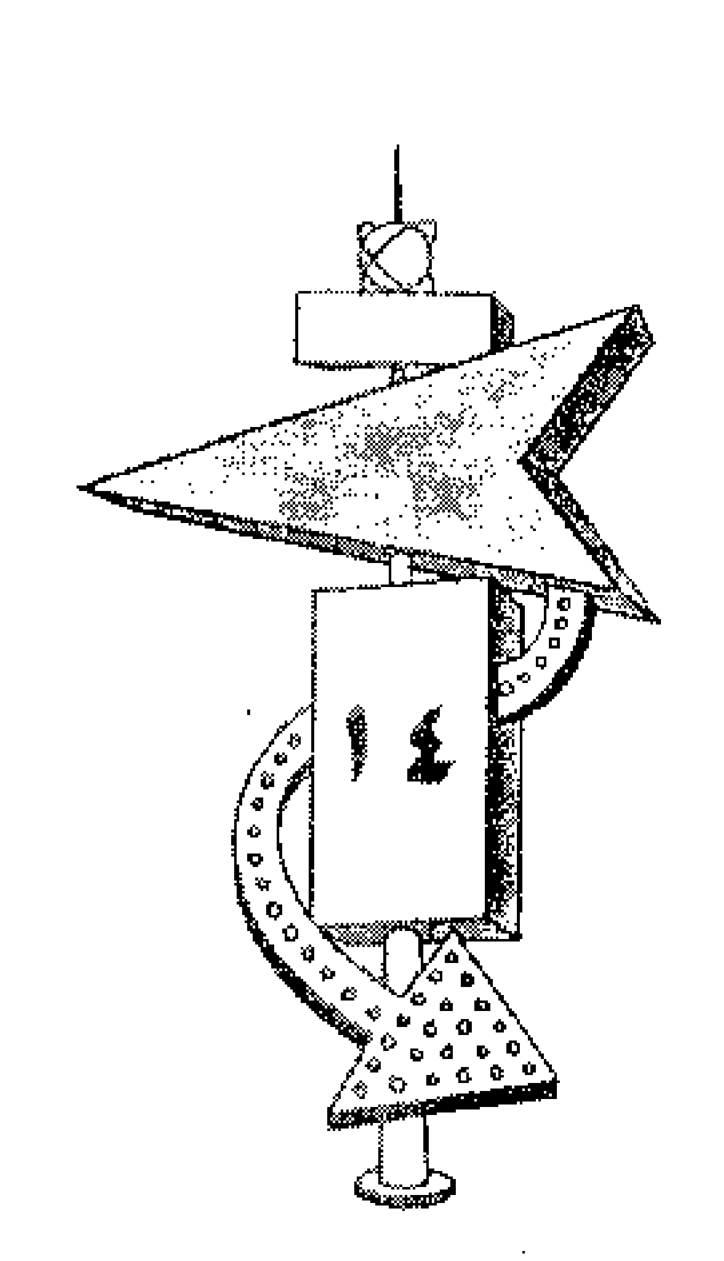
وهكذا كما بالجدول (١٣ - ٦)

جدول (١٣ - ٦) طريقة أخرى لتحليل الاتجاه .

المصدر	مجـ المربعات	د ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
الخطية الانحرف عنها	٤٧,٦١ ٤٨,٣٩	١ ٣٩	٤٧,٦١ ١,٢٤	٣٨,٤٠	دالة عند ٠,٠٠١
المنحنية الانحراف عنها	٣٢,٠٦ ١٦,٣٣	٢ ٣٨	١٦,٠٣ ٠,٤٣	٣٧,٢٨	دالة عند ٠,٠٠١
التكعيبى الانحراف عنه	٠,٤٩ ١٥,٨٤	٣ ٣٧	٠,١٦ ٠,٤٣	٠,٣٧	غير دالة
الرباعى الانحراف عنه	٥,٣٢ ١٠,٥٢	٤ ٣٦	١,٣٣ ٠,٢٩	٤,٥٩	دالة عند ٠,٠١

ويتضح من الجدول أن العلاقة بين الفترات والرضا الظيفى معقدة حيث أنها تتضمن علاقات خطية ومنحنية ورباعية .





الفصل الرابع عشر

تحليل الانحدار والارتباط المتعدد

Multiple Regression correlation Analysis



الفصل الرابع عشر
تحليل الانحدار والارتباط المتعدد

عند توضيح الانحدار والارتباط الخطى البسيط ذكرنا أن الانحدار الخطى يدل على العلاقة بين متغيرين ويستخدم للتنبؤ بأحد المتغيرين (المتغير التابع) بمعرفة درجات المتغير المستقل . كماأن الارتباط البسيط يوضح العلاقة بين المتغيرين (المستقل والتابع) وهذه العلاقة تدل على التباين المشترك بين المتغيرين.

لكننا الآن بصدد بحث العلاقة بين عدة متغيرات أحدها متغير تابع (ص) وبقية المتغيرات مستقلة (أو منبئات) . ويكون الهدف هنا هو امكانية التنبؤ بالمتغير التابع من المتغيرات المستقلة مجتمعة معا ، ومعرفة تباين المتغير التابع الذى يسهم به كل متغير من المتغيرات المستقلة (المنبئات).

وقبل البدء في عرض تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ، نود توضيح الفروض المتعلقة بالانحدار والارتباط الخطى البسيط ، وكيفية إختبار دلالة كل منهما.

أختبار دلالة معامل الارتباط البسيط :

يوجد عدد من الفروض عن معاملات الارتباط البسيط تتطلب الاختبارالاحصائى . ومن هذه الفروض أن معامل الارتباط فى مجتمع العنية = صفر أو قيمة معينة ، أو أن معاملى الارتباط بين متغيرين من عينات مختلفة متساويان.

واختبار دلالة الارتباط تعنى إختبار ما إذا كان معامل الارتباط الناتج مهماء أو أن له وجود مختلف عن الصفر . وقد نختبر معامل الارتباط مقابل قيمة محددة ويكون الغرض من الاختبار هو معرفة ما إذا كان معامل الارتباط المحسوب من العينة يمثل معامل الارتباط فى المجتمع .

ويكون اختبار دلالة الارتباط (بأنه مساو للصفر أو لقيمة معينة)بناء على نظرية معينة أوبحوث سابقة أو كليهما . فاذا كان المتوقع أن العلاقة بين متغيرين

متوسطة فلا يجوز أن نختبر إختلافها عن الصفر . فاذا إقترحت الأدبيات أن العلاقة بين درجات القدرات اللفظية والكمية والمكانية حوالى ٠,٣ (فى المتوسط) . فان الفرض المناسب للاختبار يكون إختبار معامل الارتباط = ٠,٣ عن إختبار مساواته للصفر . وحتى نقرر قبول أو رفض الفرض الصفرى (ر = صفر أو ر = ٠,٣) ، يجب معرفة شكل التوزيع العينى لمعامل الارتباط (Shavel-son 1988:588) .

فاذا إخترنا عينة عشوائية حجمها ٦٠ فردا من مجتمع والارتباط فى هذا المجتمع بين متغيرين (س ، ص) يساوى الصفر . وإذا وجدنا أن معامل الارتباط بين درجات العينة قريب من الصفر ، فان هذه النتيجة ترجع الى خطأ المعاينة . ولو إخترنا عينة أخرى حجمها ٦٠ فرداً أيضا فان معامل الارتباط (بين متغيرين) الناتج قد لايساوى الصفر ولايساوى الارتباط السابق التوصل اليه ، ولكنه قريب من الصفر . وإذا كررنا هذا الاجراء عدد كبير من المرات وحسبنا فى كل مرة الفرق بين الارتباط فى العينة والارتباط فى المجتمع ورسمنا التوزيع التكرارى لهذه الفروق (الفروق على المحور الافقى والتكرار على المحور الرأسى) فان التوزيع الناتج يسمى التوزيع العينى لمعامل الارتباط . ويقترب هذا التوزيع من توزيع (ت) عندما يكون إرتباط المجتمع مساويا للصفر . وعليه فيمكن استخدام توزيع (ت) فى اختبار الفرض الصفرى بأن الارتباط فى المجتمع = صفر) Shavelson, 1988: 588 - 589)

وعند مايكون الارتباط فى المتجمع موجبا (٠,٣ مثلا) يكون التوزيع العينى للارتباط سالب الالتواء ،أما إذا كان الإرتباط فى المجتمع سالبا فيكون التوزيع العينى للارتباط موجب الالتواء . ولذلك فان الحالة العامة لاختبار مثل هذه الفروض (الارتباط الموجب و السالب) تتطلب تحويل الارتباطات بسبب توزيعاتها الملتوية حتى يقترب التوزيع من المنحنى الاعتدالى . وقد توصل فيشر إلى تحويل مناسب لذلك يسمى التحويل اللوغارتيمى وهو تحويل الارتباط الى درجات تسمى درجات (ذ) وهي :

$$ذ = ١,١٥١٣ \text{ لو}_{١٠} \left(\frac{١ + ر}{١ - ر} \right) = \frac{١}{٢} \text{ لو}_{هـ} \left(\frac{١ + ر}{١ - ر} \right) \quad .... (١)$$

والخطأ المعيارى للتوزيع العينى للارتباط بعد تحويله الى درجة (ذ)

$$\text{هو } ع_{ذ} = \frac{١}{\sqrt{ن - ٣}}$$

ولاختبار مدى اختلاف معامل الارتباط المحسوب من العينة عن الارتباط في المجتمع نستخدم التوزيع الاعتدالى إذا تم تحويل معامل الارتباط الى

$$\text{الدرجة ذ حيث تكون القيمة الحرجة} = \frac{ذ_ر - ذ.}{ع_ذ} \quad ....(٢)$$

حيث $ذ_ر$ هى قيمة تحويل معامل إرتباط العينة ، ذ. قيمة تحويل معامل ارتباط المجتمع ، $ع_ذ$ الخطأ المعيارى لتحويل معامل الارتباط في العينة (Shavelson,1988 : 589 - 560)

ويتطلب اختبار الفرض الصفرى وجود الافتراضات الاساسية لمعامل الارتباط وهى العشوائية فى اختبار العينة واستقلالية درجات كل فرد من أفراد العينة عن الآخرين . بالاضافة الى التوزيع الاعتدالى المزدوج لدرجات المتغيرين، ويقصد به أن توزيع درجات أحد المتغيرين (ص مثلا) يكون توزيعا اعتداليا عند كل قيمة من قيم المتغير الثانى (س) ،كما أن لكل قيمة (ص) يكون توزيع درجات (س) توزيعا اعتداليا ، بالاضافة الى العلاقة الخطية بين(س ، ص) . ويمكن اختبار إفتراض الاعتدالية بعدة طرق ، وأسهل هذه الطرق هى فحص شكل الانتشار ، فاذا كان التوزيع ملتويا فاننا نستخدم معامل إرتباط الرتب أو نحول الدرجات ليقترب التوزيع من الاعتدالية .

كما يشترط الاختبار أن يكون حجم العينة = ٣٠ أو أكثر (Shavelson, 1988 : 560)

والمعادلة التى تستخدم لاختبار الفرض الصفرى (ر= صفر) هى :

$$\text{القيمة الحرجة} = \left(ذ_ر - ذ.\right)\sqrt{ن - ٣}$$

وهى تتطلب تحويل معاملى الارتباط الى الدرجة (ذ) باستخدام تحويل فيشر اللوغاريتمى ، وتوجد جداول إحصائية لتحويل معاملات الارتباط .

مثال (١) : إذا كانت العلاقة بين التفكير الابتكارى والاستدلال اللغوى = ٠,٤٥ لعينة حجمها ١٠٠ طالب وطالبة ، وكان الفرض الصفرى أن العلاقة فى المجتمع = ٠,٣ اعتمادا على البحوث السابقة .

ولاختبار هذا الفرض (معامل الارتباط فى العينة = معامل الارتباط فى المجتمع)

والفرض البديل : أن معاملى الارتباط مختلفان . فإننا نقوم بتحويل معاملى الارتباط الى الدرجة (ذ) باستخدام التحويل اللوغاريتمى أو الجداول .

حيث ذ $_{(٠,٤٥)}$ = ٠,٤٨٥ ، ذ $_{(٠,٣)}$ = ٠,٣١٠

القيمة الحرجة = (ذ$_ر$ – ذ$_.$) $\sqrt{ن - ٣}$

= (٠,٤٨٥ – ٠,٣١٠) $\sqrt{١٠٠ - ٣}$

= ١,٧٢

ثم نقارن القيمة الحرجة بقيم المنحنى الاعتدالى (١,٩٦ عند مستوى ٠,٠٥ باستخدام اختبار الطرفين) حيث نجد أن القيمة الحرجة (١,٧٢) غير دالة .

ويكون القرار أن معامل الارتباط فى العينة يساوى معامل الارتباط فى المجتمع أو أنه لا يختلف عن معامل الارتباط فى المجتمع اختلافا دالا .

أما إذا حددنا الفرض البديل من البداية أن معامل الارتباط فى العينة اكبر من معامل الارتباط فى المجتمع ، فاننا نستخدم فى هذه الحالة اختبار الطرف الواحد، وتكون القيمة المقابلة لمستوى دلالة ٠,٠٥ (من الجدول) هى ١,٦٥ . وعليه فان القيمة الحرجة اكبر من القيمة الجدولية ، فيكون القرار رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل وهو أن معامل الارتباط فى العينة اكبر من معامل الارتباط فى المجتمع بمستوى دلالة ٠,٠٥ .

مثال (٢) : أجريت دراسة لبحث العلاقة بين الرضى الوظيفى والاداء فى العمل ، واختيرت عينة عشوائية (٦٠) من العاملين باحدى المؤسسات وبلغ معامل الارتباط بين الرضا الوظيفى والاداء ٠,٥٠ بينما كانت العلاقة بين الاداء فى العمل والراتب الشهرى ٠,٣٠ والمطلوب إختبار دلالة معاملات الارتباط . بمعنى هل توجد علاقة دالة بين الاداء فى العمل وكلامن الرضى الوظيفى والراتب الشهرى ؟

ويكون الفرض الصفرى : معامل الارتباط فى المجتمع = صفر

ثم نحول معاملى الارتباط ٠,٥ ، ٠,٣٠ الى الدرجات (ذ) وهما :

٠,٥٤٩ ، ٠,٣١٠ ، ثم نحسب القيمة الحرجة لكل منهما لمعرفة مدى اختلاف كل منهما عن الصفر.

القيمة الحرجة لمعامل الارتباط (٠,٥) = (٠,٥٤٩ – صفر) $\sqrt{٦٠ - ٣}$

= ٤,١٤

القيمة الحرجة لمعامل الارتباط (٠,٣) = (٠,٣١٠ – صفر) $\sqrt{٦٠ - ٣}$

= ٢,٣٤

وبالرجوع الى قيم المنحنى الاعتدالى نجد أن القيمة الحرجة لمعامل الارتباط ٠,٣ دالة عند مستوى ٠,٠٥

ويكون القرار رفض الفرض الصفرى (معامل الارتباط = صفر)

ونقبل الفرض البديل (معامل الارتباط لا يساوى الصفر) بمستوى الدلالة المبين لكل منهما.

وإذا كان فى الدراسة عدد كبير من المتغيرات وتم حساب مصفوفة معاملات الارتباط بينها ، فيكون من الصعب تحويل كل معامل ارتباط الى الدرجة (ذ) ثم حساب القيمة الحرجة ومقارنتها بقيم المنحنى الاعتدالى ، ولكن يمكن مقارنة معاملات الارتباط بالمصفوفة مع جدول خاص باختبار دلالة معاملات الارتباط (أنظر الملاحق) ويستخدم مع الجدول درجات الحرية (ن – ٢) مستوى الدلالة المناسب (٠,٠٥ أو ٠,٠١) ، وهى تعتمد على اختبار (ت) حيث

$$ت = ر \sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - ر^{٢}}}$$ بدرجات حرية (ن – ٢)

كما يمكن استخدام اختبار (ف) = $\frac{ر^{٢} (ن - ٢)}{١ - ر^{٢}}$ بدرجات حرية (١ ، ن– ٢)

وهى مربع ت المذكورة آنفا . (Sirkin, 1995 : 433)

إختبار الفرق بين معاملى إرتباط :

قد نرغب في اختبار الفرق بين معاملي إرتباط بين متغيرين باستخدام عينتين مستقلتين . فاذا كانت العلاقة بين الرضا الوظيفي والاداء هى ٠,٥٠ من العينة العشوائية السابق ذكرها . فاذا تكررت الدراسة باستخدام عينة أخرى

عشوائية حجمها ١٠٠ ووجد أن معامل الارتباط = ٠,٣٢ ونرغب في اختبار الفرق بين معاملى الارتباط.

ولاختبار الفرق بين معاملى الارتباط (لنفس المتغيرين) من عينتين مستقلتين فاننا نحول معاملى الارتباط الى درجات (ذ) ، ثم نحسب القيمة الحرجة للفرق بينهما من القانون :(Shavelson,1988 : 567) :

$$\text{القيمة الحرجة للفرق بين معاملى إرتباط} = \frac{ذ_{١} - ذ_{٢}}{ع_{(ذ_{١} - ذ_{٢})}} \quad .... (٣)$$

حيث ع (ذ١ – ذ٢) هى الخطأ المعيارى للفرق بين معاملى الارتباط

$$ع_{(ذ_{١} - ذ_{٢})} = \sqrt{\frac{١}{ن_{١} - ٣} + \frac{١}{ن_{٢} - ٣}} \quad .... (٤)$$

ويفترض هذا الاختبار العشوائية فى اختيار أفراد كل عينة واستقلالية اختيار كل منهما عن الاخرى ، والتوزيع الاعتدالى للدرجات . كما يشترط أن يكون حجم كل عينة أكبر من ٢٠ (shavelson, 1988 : 568)

$$\text{وتكون القيمة الحرجة للفرق بين معاملى الإرتباط} = \frac{ذ_{١} - ذ_{٢}}{\sqrt{\frac{١}{ن_{١} - ٣} + \frac{١}{ن_{٢} - ٣}}} \quad (٥)$$

ولاختبار الفرق بين معاملى الارتباط المذكورين أعلاه (٠,٥ ، ٠,٣٢)

فان ذ١ = ٠,٥٤٩ ، ذ٢ = ٠,٣٣٢

$$\text{القيمة الحرجة للفرق بين معاملى إرتباط} = \frac{٠,٥٤٩ - ٠,٣٣٢}{\sqrt{\frac{١}{(٦٠ - ٣)} + \frac{١}{(١٠٠ - ٣)}}}$$

$$= \frac{٠,٢١٧}{٠,١٦٧} = ١,٣٠ \text{ وهى غير دالة}$$

لأنها أقل من القيمة الجدولية (١,٩٦) عند مستوى دلالة ٠,٠٥

إختبار دلالة معامل الانحدار:

بعد التوصل الى معادلة انحدار خطى بسيط (بين متغيرين) فان المعادلة تحتوى على معامل الانحدار (ب) والمقدار الثابت (أ) . وتستخدم المعادلة فى التنبؤ بالمتغير التابع من المتغير المستقل . وكما وضحنا امكانية اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط ، يمكن أيضا اختبار دلالة معامل الانحدار . والهدف من الاختبار هو تحديد ما إذا كان معامل الانحدار يساوى الصفر أو يختلف عن الصفر . والتوزيع المناسب لهذا الاختبار هو توزيع (ت) بدرجات حرية (ن - ٢) . ونستخدم المعادلة

$$ت = \frac{(ب - صفر) \times ع_س \sqrt{ن - ١}}{الخطأ المعيارى للانحدار} = \frac{ب \times ع_س \sqrt{ن - ١}}{\sqrt{\frac{ن ع_{ص}^{٢} (١ - ر^{٢})}{(ن - ٢)}}} \quad ..... (٦)$$

حيث (ب) معامل الانحدار البسيط (ص على س)، (ن) حجم العينة ، ع س الانحراف المعيارى لدرجات المتغير المستقل (س) ، $ع_{ص}$ الانحراف المعيارى لدرجات المتغير التابع (ص)، (ر) معامل الارتباط بين المتغيرين (س ، ص) .

ويفترض هذا الاختبار : العشوائية فى إختيار العينة واستقلالية درجات كل فرد عن بقية أفراد العينة ، والعلاقة الخطية بين المتغيرين ، والاعتدالية فى توزيع درجات (ص) عند كل من قيم (س) ، وتجانس تباين درجات (ص) لكل قيمة من قيم (س)(Shavelson, 1988 : 573 - 574)، فاذا كان معامل إنحدارالاداء فى العمل على الرضا الوظيفى (ص على س) هو ١,٢٣ والانحراف المعيارى للرضا الوظيفى= ٣,٤٦ ، ن =٦٠ ، الانحراف المعيارى للاداء فى العمل = ٢,٧٥ ومعامل الارتباط بين الرضا الوظيفى والاداء = ٠,٥٠

$$فإن\ ت = \frac{ب \times ع_س \sqrt{ن - ١}}{\sqrt{\frac{ن ع_{ص}^{٢} (١ - ر^{٢})}{(ن - ٢)}}} = \frac{١,٢٣ \times ٣,٤٦ \sqrt{٦٠ - ١}}{\sqrt{\frac{٦٠ (٢,٧٥)^{٢} (١ - (٠,٥)^{٢})}{٦٠ - ٢}}}$$

$$= \frac{٣٢,٦٩}{\sqrt{٥,٨٧}}$$

ت = ١٣,٥١ بدرجات حرية (٦٠ – ٢)

قيمة $ت_{(٠,٠١ ، ٥٨)} = ٢,٦٧$ ، $ت_{(٠,٠٠١ ، ٥٨)} = ٣,٤٧$

وعليه تكون قيمة ت المحسوبة (١٣,٥١) دالة عند مستوى ٠,٠٠١

وهذا يعنى رفض الفرض الصفرى وهو : معامل الانحدار = صفر

وقبول الفرض البديل : معامل الانحدار لا يساوى الصفر

وفي حالة التوصل الى معادلة انحدار بين متغيرين من عينتين مستقلتين فيمكن اختبار دلالة الفرق بين معاملى الانحدار باستخدام المعادلة :

$$ت = \frac{ب_١ - ب_٢}{\sqrt{\frac{ع^٢_{ص_١} (١ - ر^٢_١)}{ع^٢_{س_١} (ن_١ - ٢)} + \frac{ع^٢_{ص_٢} (١ - ر^٢_٢)}{ع^٢_{س_٢} (ن_٢ - ٢)}}} \quad .... (٧)$$

بدرجات حرية ($ن_١ + ن_٢ - ٤$)

حيث ($ن_١$ ، $ن_٢$) حجمى العينتين ، ($ب_١$ ، $ب_٢$) معاملى الانحدار للعينتين ، أما $ع_{ص_١}$ ، $ع_{ص_٢}$ ، $ع_{س_١}$ ، $ع_{س_٢}$ هى الانحرافات المعيارية لدرجات المتغيرين (س ، ص) من العينتين ، ($ر_١$ ، $ر_٢$) هما معاملى الارتباط (بين المتغيرين س ، ص) للعينتين (Shavelson, 1988 : 578)

مثال (٣) : أجريت دراسة لبحث أثر نوع المحاضرة (المنظمة وغير المنظمة) على علاقة التحصيل الدراسي والقلق وكانت النتائج كما يلى:

جدول (١٤ – ١)

المجموعة	ن	ع التحصيل	ع القلق	معامل الارتباط	معامل الانحدار
الأولى	٢٥	٤	٢	–,١٠	–٠,٢
الثانية	٢٣	٤,٥	٢,١	–٠,٦٢	–١,٣٤

ولاختبار دلالة الفرق بين معاملي الانحدار نحسب قيمة ت من المعادلة:

$$ت = \frac{ب_1 - ب_2}{\sqrt{\frac{ع^2_{ص_1}\ (1 - ر^2_1)}{ع^2_{س_1}\ (ن_1 - 2)} + \frac{ع^2_{ص_2}\ (1 - ر^2_2)}{ع^2_{س_2}\ (ن_2 - 2)}}}$$

$$= \frac{-0.20 - (-1.34)}{\sqrt{\frac{(4)^2\left[1 - (-0.1)^2\right]}{(2)^2\left[25 - 2\right]} + \frac{(4.5)^2\left[1 - (-0.62)^2\right]}{(2.1)^2\left[23 - 2\right]}}}$$

$$= \frac{1.14}{\sqrt{\frac{14.4}{92} + \frac{12.47}{92.61}}}$$

$$= \frac{1.14}{0.54}$$

ت = ٢,١١ بدرجات حرية (٢٥ + ٢٣ - ٤ = ٤٤)

وتكون قيمة ت الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ = ٢,٠٢

وبالتالى فان قيمة ت المحسوبة (٢,١١) دالة عند مستوى ٠,٠٥

وهذا يعنى رفض الفرض الصفرى (الفرق بين معاملى الانحدار = صفر)

وقبول الفرض البديل (الفرق بين معاملى الانحدار لايساوى الصفر)

ويكون القرار هو : أن معامل الانحدار بين المتغيرين فى العينة الاولى يختلف عنه فى العينة الثانية.

الانحدار والارتباط المتعدد :

يقصد بالانحدار المتعدد التوصل الى معادلة خطية تربط بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة (منبئات) . ويكون الهدف من ذلك هو امكانية التنبؤ بالمتغير التابع باستخدام بيانات المتغيرات المستقلة . والفكرة الاساسية هنا هى نفس فكرة الانحدار الخطي البسيط ، ولكنها تستخدم عدة متغيرات مستقلة. وتكون معادلة الانحدار البسيط على الصورة : $ص = أ + ب س$

حيث $أ = م_{ص} - ب م_{س}$ ،

$$ب = ر \times \frac{ع_{ص}}{ع_{س}}$$

أما في حالة وجود متغيرين مستقلين $س_1$ ، $س_2$ فان معادلة الانحدار تكون

$$ص = أ + ب_1 س_1 + ب_2 س_2$$

حيث $ب_1$ ، $ب_2$ هما معاملي الانحدار الجزئى ، أ مقدار ثابت

ومعامل الانحدار الجزئى هو العلاقة بين متغيرين (مستقل وتابع) عندما يكون المتغير الثالث ثابتا.

ويمكن حساب قيم معاملي الانحدار والمقدار الثابت باستخدام بيانات المتغيرات (المستقلة والتابع) ، وحساب معاملات الارتباط بينهم و المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية . فاذا رمزنا لمعامل الاتباط بين المتغير التابع (ص) والمتغير المستقل ($س_1$) بالرمز ($ر_{ص(1)}$) ، ومعامل الارتباط بين (ص ، $س_2$) بالرمز ($ر_{ص(2)}$) ، ومعامل الارتباط بين $س_1$ ، $س_2$ بالرمز $ر_{21}$ والمتوسطات الحسابية للمتغير التابع والمتغيرين المستقلين بالرموز $م_{ص}$ ، $م_1$ ، $م_2$ ، والانحرافات المعيارية $ع_{ص}$ للمتغير التابع ، $ع_1$ ، $ع_2$ للمتغيرين المستقلين ، فان :

$$أ = م_{ص} - ب_1 م_1 - ب_2 م_2 \quad \text{..........(8)}$$

$$ب_1 = \frac{ر_{ص(1)} - ر_{ص(2)} \, ر_{21}}{1 - ر_{21}^2} \left(\frac{ع_{ص}}{ع_1} \right) \quad \text{..........(9)}$$

$$ب_{2} = \frac{ر_{ص(2)} - ر_{ص(1)}\, ر_{21}}{1 - ر^{2}_{21}} \left(\frac{ع_{ص}}{ع_{2}} \right) \qquad ....(10)$$

(Shavelson, 1988 : 585 - 588)

والارتباط المرتفع بين المتغيرين المستقلين (أو بين المتغيرات المستقلة بصفة عامة) أمر هام لأنه يؤدى الى تقديرات غير ثابتة لمعاملات الانحدار الجزئى ، إذ أن معاملات الانحدار الجزئى قد تتغير قيمتها وأحيانا الاشارة من عينة الى أخرى. فقد يكون الارتباط موجبا ، بينما معامل الانحدار قد يكون سالبا، لأن معامل الانحدار الجزئى هو دليل على العلاقة بين متغيرين عندما تكون المتغيرات الأخرى ثابتة . وبالتالى فان قيمة واشارة معامل الانحدار تختلف عن معامل الارتباط.

ويقصد بالارتباط المتعدد العلاقة الخطية بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة مجتمعة معا . وبمعنى آخر هو العلاقة الخطية بين متغير تابع ودالة خطية لمجموعة متغيرات مستقلة (منبئات) . وهو بذلك يشبه معامل الارتباط البسيط لكن قيمته تتراوح بين صفر ، ١ كما أنه يعرف بالعلاقة بين درجات متغير تابع وبين القيم المتنبأ بها للمتغير التابع من المتغيرات المستقلة . فاذا كان المتغير التابع (ص) والقيم المتنبأ بها ($\hat{ص}$) فاننا نستطيع حساب معامل الارتباط المتعدد مثل معامل الارتباط البسيط من المعادلة :

$$ر = \frac{تغاير\left(ص ،\ \hat{ص}\right)}{ع_{ص} \times ع_{\hat{ص}}} ،$$

$$ر^{2}_{ص(21)} = \frac{ر^{2}_{ص(1)} + ر^{2}_{ص(2)} - 2\, ر_{ص(1)}\, ر_{ص(2)}\, ر_{21}}{\left(1 - ر^{2}_{21}\right)} \qquad .....(11)$$

(Shavelson,1988 : 590)

ومربع الارتباط المتعدد ($ر^2$) يدل على نسبة التباين فى المتغير التابع التى يمكن تفسيرها باستخدام بيانات المتغيرات المستقلة

ويمكن تقسيم تباين المتغير التابع الى قسمين : الاول جزء متنبأ به ، والثانى جزء غير متنبأ به (الباقى) . وبالتالى يكون :

مجموع المربعات الكلى للمتغير التابع = مجموع مربعات الانحدار (المتنبأ به)

+ مجموع مربعات الباقى (غير المتنبأ به) .

وعليه فإن $ر^2 = \frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع المربعات الكلى}}$ وهى تدل على نسبة التباين المتنبأ به من التباين الكلى .

أما نسبة التباين غير المفسر = $1 - ر^2$.

لاحظ أن مجموع المربعات الكلى = مجـ $ص^2$ ، بينما مجموع مربعات الانحدار = مجـ $(\hat{ص})^2$ ، ومجموع مربعات الباقى = مجـ $(ص - \hat{ص})^2$ ، ولاختبار دلالة الارتباط المتعدد نستخدم اختبار (ف)

$$ف = \frac{ر^2 \div ك}{(1 - ر^2) \div (ن - ك - 1)} = \frac{ر^2 (ن - ك - 1)}{(1 - ر^2)\ ك} \quad \text{.......(12)}$$

حيث ك هى عدد المتغيرات المستقلة (المنبئات) .

أما لاختبار دلالة معاملات الانحدار الجزئية فاننا نستخدم اختبار (ت)

$$ت = \frac{\text{معامل الانحدار} - \text{صفر}}{\text{الخطأ المعيارى لمعامل الانحدار}} \quad \text{...............(13)}$$

بدرجات حرية (ن-ك-1)

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{ع^2_{ص} [1 - ر^2_{ص(21)}]}{\text{مجـ مربعات } س_1 (1 - ر^2_{21})}} \quad \text{...............(14)}$$

(فى حالة متغيرين مستقلين)

ويقصد بالخطأ المعيارى لمعامل الانحدار أنه الخطأ فى تقدير قيم المتغير التابع من التجمع الخطى للمتغيرين المستقلين (فى حالة متغيرين فقط) . وإذا حسبنا معاملى الانحدار من بيانات عينة معينة ثم كررنا الدراسة على عينات أخرى فان معاملات الانحدار سوف تختلف من عينة لأخرى ، فاذا مثلنا هذه القيم بمنحنى توزيع تكرارى فان الانحراف المعيارى لهذا التوزيع الناتج يدل على خطأ المعاينةلممعامل الانحدار ، وهو الخطأ المعيارى لمعامل الانحدار-Shavel) son,1988 : 602;Kerlinger & Pedhazur, 1973 :119)

وكما ذكرنا سابقا كلما زاد معامل الارتباط بين المتغيرين المستقلين يزداد الخطأ المعيارى لمعاملى الانحدار ، ومن ثم تصبح معاملات الانحدار غير مستقرة

الافتراضات الاساسية للانحدار والارتباط المتعدد :

تتشابه افتراضات تحليل الانحدار والارتباط المتعدد مع افتراضات تحليل التباين ، لأن تحليل التباين وتحليل الانحدار يعتمدان على النماذج الخطية . ففى تحليل الانحدار وتحليل التباين تكون المتغيرات المستقلة محددة أو عشوائية أو خليط منها . وبالطبع نختلف النموذج الخطى باختلاف نوع المتغيرات المستقلة . فاذا إستخدامنا المتغيرات المستقلة المحددة (ذات مستويات أو معالجات محددة) فان تحليل البيانات يستخدم النموذج المحدد (مثل تحليل التباين) ، أما اذا كانت المتغيرات المستقلة عشوائية فان النموذج المستخدم يسمى نموذج مكونات التباين . وبصفة عامة يعتمد الانحدار المتعدد على المتغيرات المستقلة المحددة (المستويات) وقليل منها يستخدم متغيرات مستقلة عشوائية . أما تحليل التباين فهو حالة خاصة من تحليل الانحدار حيث تكون المتغيرات المستقلة محددة المستويات مسبقا (Winer et al., 1991 :911) . وافتراضات تحليل الانحدار والارتباط المتعدد هى (Shavelson . 1988 : 593 - 595) :

١ - العشوائية فى اختيار العينة واستقلالية درجات كل فرد عن الافراد الآخرين فى العينة ، ويستطيع الباحث التأكد من هذا الشرط بنفسه .

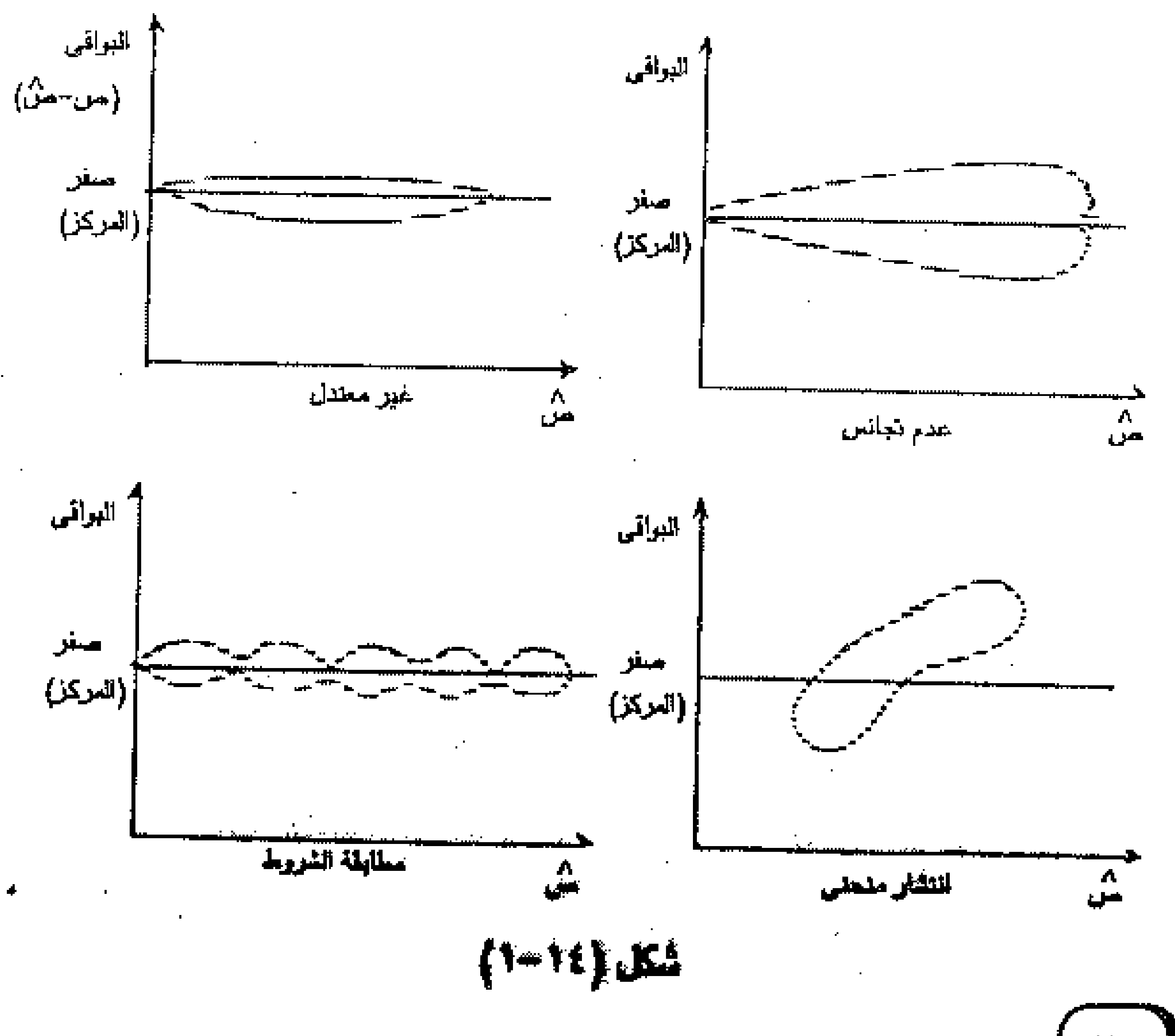
٢ - التوزيع الاعتدالى فى المجتمع لدرجات المتغير التابع عند كل مستوى من المستويات الممكنة للمتغيرات المستقلة مجتمعة (وهى تمثل درجات ص) .

٣ - تجانس تباينات المتغير التابع فى المجتمع عند كل مستوى من المستويات الممكنة للمتغيرات المستقلة مجتمعة (ويسمى Homosecedasticity)

٤ – العلاقة الخطية في المجتمع بين المتغير التابع وأى متغير مستقل عند تثبيت المتغيرات المستقلة الأخرى.

ويمكن اختبار الافتراضات الثلاثة (٢ ، ٣ ، ٤) من شكل الانتشار بين درجات المتغير التابع المتنبأبها (صٌ) على المحور الافقي وبين الفرق بين درجات المتغير التابع والمتنبأبها (ص – صٌ) على المحور الرأسي والتى تسمى البواقي ، وتستخدم برامج Spss للتحليل الاحصائى في التوصل لشكل الانتشار المطلوب (شكل ١٣ – ١) . ففى حالة الاعتدالية نتوقع أن تكون نقاط التوزيع متجمعة وقريبة من مركز التوزيع عند كل مستوى من مستويات درجات (صٌ) ، مع وجود عدد قليل من النقاط أعلى وأسفل خط مركز التوزيع لتدل على اعتدالية توزيع البواقي عند كل مستوى من مستويات درجات (صٌ) . وعند مخالفة شرط الاعتدالية يجب تحويل الدرجات باستخدام التحويل المناسب.

أما شرط العلاقة الخطية فيعنى أن تكون النقاط قريبة من مركز التوزيع أيضا . ومخالفة شرط الخطية يستلزم تحويل الدرجات أو إستخدام نموذج انحدار خطى منحنى Curvilinear . وكذلك مخالفة شرط التجانس تتطلب تحويل الدرجات .



شكل (١٤–١)

مثال(٤) : أجريت دراسة للتنبؤ بالتحصيل الاكاديمى من درجات مفهوم الذات الاكاديمى والانبساطية على عينة حجمها ١٠٠ طالب وطالبة . وتم حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية للمتغيرات الثلاثة وكانت المتوسطات ٥٤,٣ ، ٥,٦ ، ٥ والانحرافات المعيارية ١٠,٦٥ ، ١,٢٦ ، ٠,٩٨ على الترتيب . وكان معامل ارتباط التحصيل مع مفهوم الذات ٠,٤٠ ومع الانبساطية ٠,٢٠ وعلاقة مفهوم الذات مع الانبساطية ٠,٤٥ والمطلوب حساب معادلة الانحدار المتعدد بين التحصيل الاكاديمى كمتغير تابع ومفهوم الذات والانبساطية كمتغيرات مستقلة .

معادلة الانحدار المتعدد المفترضة هى :

التحصيل الاكاديمى (ص) = أ +ب١ (مفهوم الذات) +ب٢ (الانبساطية)

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب}_{١}\,\text{س}_{١} + \text{ب}_{٢}\,\text{س}_{٢}$$

وباستخدام المعادلات ٨ ، ٩ ، ١٠ يمكن حساب قيم أ ، ب١ ، ب٢

$$\text{ب}_{١} = \frac{\text{ر}_{\text{ص}(١)} - \text{ر}_{\text{ص}(٢)}\,\text{ر}_{٢١}}{١ - \text{ر}^{٢}_{٢١}} \left(\frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{١}}\right)$$

$$= \frac{٠,٤٠ - (٠,٢٠)(٠,٤٥)}{١ - (٠,٤٥)^{٢}} \left(\frac{١٠,٦٥}{١,٢٦}\right)$$

$$= \frac{٠,٣١}{٠,٧٩٧٥} \times \frac{١٠,٦٥}{١,٢٦}$$

$$= ٣,٢٨٥$$

$$\text{ب}_{٢} = \frac{\text{ر}_{\text{ص}(٢)} - \text{ر}_{\text{ص}(١)}\,\text{ر}_{٢١}}{١ - \text{ر}^{٢}_{٢١}} \left(\frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{٢}}\right)$$

$$= \frac{٠,٢٠ - (٠,٤٠)(٠,٤٥)}{١ - (٠,٤٥)^{٢}} \left(\frac{١٠,٦٥}{٠,٩٨}\right)$$

$$= \frac{٠,٠٢}{٠,٧٩٧٥} \times \frac{١٠,٦٥}{٠,٩٨} = ٠,٢٧٢$$

$\text{أ} = \text{م}_{\text{ص}} - \text{ب}_1 \text{م}_1 - \text{ب}_2 \text{م}_2$

$= ٥٤,٣ - ٣,٢٨٥ (٥,٦) - ٠,٢٧٢ (٥)$

$= ٣٤,٥٤٤$

وتكون معادلة الانحدار هى : ص = ٣٤,٥٤٤ + ٣,٢٨٥س١ + ٠,٢٧٢س٢

والارتباط المتعدد يحسب باستخدام المعادلة (١١)

$$\text{ر}^2 = \frac{\text{ر}^2_{\text{ص}(1)} + \text{ر}^2_{\text{ص}(2)} - 2\,\text{ر}_{\text{ص}(1)}\,\text{ر}_{\text{ص}(2)}\,\text{ر}_{12}}{1 - \text{ر}^2_{12}}$$

$$= \frac{(٠,٤٠)^2 + (٠,٢٠)^2 - ٢ (٠,٤٠) (٠,٢٠) (٠,٤٥)}{١ - (٠,٤٥)^2}$$

$$= \frac{٠,١٢٨}{٠,٧٩٧٥}$$

$\text{ر}^2 = ٠,١٦١$

وتعنى أن ١٦,١ ٪ من تباين التحصيل الاكاديمي يرجع الى المتغيرين مفهوم الذات والانبساطية .

ولاختبار دلالة الارتباط المتعدد نستخدم المعادلة (١٢)

$$\text{ف} = \frac{\text{ر}^2 (\text{ن} - \text{ك} - ١)}{(١ - \text{ر}^2)\ \text{ك}} = \frac{٠,١٦١ (١٠٠ - ٢ - ١)}{(١ - ٠,١٦١) \times ٢}$$

$$\text{ف} = \frac{١٥,٦١٧}{١,٦٧٨} = ٩,٣١$$

ثم نقارن قيمة ف المحسوبة (٩,٣١) مع قيمة ف الجدولية بدرجات حرية (٢ ، ٩٧) ومستوى الدلالة المناسب ، وحيث أن $\text{ف}_{(٢، ٩٧، ٠,٠١)} = ٤,٨٦٣$

فان قيمة ف (٩,٣١) دالة عند مستوى ٠,٠١

وإذا أردنا كتابة معادلة الانحدار فى صورة أوزان معيارية (بيتا) .

لمعاملات الإنحدارحيث

بيتا $_{(1)}$ $\beta_1 = ب_1 \times \frac{ع_1}{ع_{ص}} = ٣,٢٨٥ \times \frac{١,٢٦}{١٠,٦٥} = ٠,٣٨٩$

بيتا $_{(2)}$ $\beta_2 = ب_2 \times \frac{ع_2}{ع_{ص}} = ٠,٢٧٢ \times \frac{٠,٩٨}{١٠,٦٥} = ٠,٠٢٥$

وتصبح المعادلة : ص = ٠,٣٨٩ $س_1$ + ٠,٠٢٥ $س_2$

ويكون مربع الارتباط المتعدد

= مجموع حواصل ضرب قيم بيتا (المعيارية)

× معامل إرتباط المتغير المناظرلها مع المتغير التابع

$ر^2$ = بيتا (١) × $ر_{ص(1)}$ + بيتا (٢) × $ر_{ص(2)}$

= ٠,٣٨٩ × ٠,٤٠ + ٠,٠٢٥ × ٠,٢٠

= ٠,١٥٥٦ + ٠,٠٠٥ = ٠,١٦٠٦ ≈ ٠,٦١

أما لإختبار دلالة معاملى الانحدار فاننا نستخدم المعادلة (١٤) لحساب الخطأ المعيارى لكل منهما ، ثم نستخدم المعادلة (١٣) لحساب قيمة (ت)

الخطأ المعيارى لمعامل انحدار مفهوم الذات ($ب_1$) = $\sqrt{\frac{ع^2_{ص} (١ - ر^2_{ص(1)})}{مجـ س^2_1 (١ - ر^2_{21})}}$

$= \sqrt{\frac{(١٠,٦٥)^2 (١ - ٠,١٦١)}{(١,٢٦)^2 \left[١ - (٠,٤٥)^2 \right] \times ٩٨}}$

= ٠,٨٧٦

الخطأ المعيارى لمعامل انحدار الانبساطية ($ب_2$) = $\sqrt{\frac{ع^2_{ص} (١ - ر^2_{ص(21)})}{مجـ س^2_2 (١ - ر^2_{21})}}$

$$= \sqrt{\frac{(١٠,٦٥)^٢ (١ - ٠,١٦١)}{(٠,٩٨)^٢ \left[١ - (٠,٤٥)^٢ \right] \times ٩٨}}$$

$$= ١,١٢٦$$

$$\text{قيمة ت (لمعامل الانحدار ب}_١\text{)} = \frac{\text{ب}_١}{\text{الخطأ المعيارى}} = \frac{٣,٢٨٥}{٠,٨٧٦}$$

$\text{ت}_١$ = ٣,٧٥ بدرجات حرية ٩٨

وهى دالة عند مستوى ٠,٠١

$$\text{قيمة ت (لمعامل الانحدار ب}_٢\text{)} = \frac{\text{ب}_٢}{\text{الخطأ المعيارى}}$$

$$\text{ت}_٢ = \frac{٠,٢٧٢}{١,١٢٦} = ٠,٢٤$$

وهى غير دالة ، وتعنى أن إضافة متغير الانبساطية الى المعادلة للتنبؤ بالتحصيل الأكاديمى لا تضيف شيئا دالا . ومن الواضح أن مربع الارتباط للتحصيل الاكاديمى ومفهوم الذات = ٠,١٦ بينما إضافة متغير الانبساطية أدى الى أن مربع الارتباط المتعدد بين التحصيل الاكاديمى ومفهوم الذات والانبساطية = ٠,١٦١ أى أن إسهام الانبساطية فى التباين = ٠,١٦١ – ٠,١٦ = ٠,٠٠١ وهى إضافة ثبت من اختبار معامل الانحدار (ب٢) أنها غير دالة .

ويمكن إجراء إختبار آخر للدلالة باستخدام (ف) حيث

$$\text{ف} = \frac{\left[\text{ر}^٢_{\text{ص(٢١)}} - \text{ر}^٢_{\text{ص(١)}} \right] \div (٢ - ١)}{\left[١ - \text{ر}^٢_{\text{ص(٢١)}} \right] \div (\text{ن} - ٢ - ١)}$$

$$\text{ف} = \frac{(٠,١٦١ - ٠,١٦) \div ١}{(١ - ٠,١٦١) \div ٩٧} = \frac{٠,٠٠١}{٠,٠٠٨٦} = ٠,١٢$$ بدرجات حرية (١، ٩٧)

وهى غير دالة ، وتعنى أن إسهام المتغير الثانى (الانبساطية) فى التنبؤ بالتحصيل االكاديمى إسهاما ضعيفا (غير هام).

علاقة الارتباط الجزئي وشبه الجزئي بالارتباط المتعدد :

يختلف الارتباط الجزئى عن الارتباط المتعدد . فالارتباط الجزئى Partial Correlation هو العلاقة بين جزئين لدرجات متغيرين بعد عزل أثر متغير ثالث من كليهما . أما الارتباط المتعدد فهو يجمع المتغيرات المستقلة معا (فى تجمع خطى) للتعرف على علاقتها التراكمية مع متغير تابع . ومعنى هذا أن الارتباط الجزئى يركز على عزل المتغيرات للتعرف على الآثار المتبقية .

فقد نرغب فى معرفة العلاقة بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات بعيدا عن مستوى الدخل ، وتكون العلاقة المطلوبة هى علاقة المسئولية الاجتماعية بمفهوم الذات بعد عزل أثر مستوى الدخل من كل منهما . أما إذا كان مستوى الدخل ثابتا فى العينة فلا نحتاج إلى عزل أثره . فاذا رمزنا للمسئولية الاجتماعية بالرمز (ص) ومفهوم الذات بالرمز ($س_١$) ومستوى الدخل بالرمز ($س_٢$) فان معامل الارتباط الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات هو معامل ارتباط بين الجزئين (ص. $ص_٢$) ، ($س_١$. $س_٢$) ويقصد بالجزء (ص . $س_٢$) أنه الجزء المتبقى من درجات المتغير (ص وهو المسئولية الاجتماعية) بعد عزل أثر المتغير $س_٢$ (مستوى الدخل) منه ، وكذلك الجزء ($س_١$. $س_٢$) هو الجزء المتبقى من $س_١$ (مفهوم الذات) بعد عزل أثر المتغير $س_٢$(مستوى الدخل) منه ويرمز لمعامل الارتباط الجزئى المذكور بالرمز $ر_{(ص . س_٢)(س_١ . س_٢)}$

ويحسب معامل الارتباط الجزئى من الدرجة الأولى (المشار اليه) باستخدام معاملات الارتباط البسيط ، أما معامل الارتباط الجزئى من الدرجة الثانية فيتم حسابه باستخدام معاملات الارتباط الجزئى من الدرجة الأولى وهكذا.

ويكون معامل الارتباط الجزئي من الدرجة الاولى بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات $ر_{(ص . س_٢)(س_١ . س_٢)}$ وسوف نرمز بالرمز $ر_{(ص ٢ .)(١ . ٢)}$

$$ر_{(ص ٢ .)(١ . ٢)} = \frac{ر_{ص(١)} - ر_{ص(٢)}\, ر_{٢١}}{\sqrt{(١ - ر^{٢}_{ص(٢)})(١ - ر^{٢}_{٢١})}} \quad \ldots\ldots (١٥)$$

ويستخدم مربع الارتباط الجزئى فى التوصل الى معادلة الانحدار المتعدد .

ويدل مربع الارتباط الجزئى على نسبة التباين التى تساعد فى التنبؤ بتباين الخطأ من اضافة متغيرات جديدة الى معادلة الانحدار (Wener et al., 1991:939)

ويمكن حساب مربع معامل الإرتباط الاتباط الجزئى من مربع معاملات الارتباط المتعدد ففي حالة المثال المذكور (المسئولية الاجتماعية ص ، مفهوم الذات $س_١$ ، مستوى الدخل $س_٢$) يكون مربع الارتباط الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات هو :

$$ر_{(ص ٢ .)(١ . ٢)} = \frac{ر^{٢}_{ص ٢١} - ر^{٢}_{ص (٢)}}{١ - ر^{٢}_{ص(٢)}} \quad .... (١٦)$$

$$= \frac{\text{مجموع مربعات انحدار ص على } (س_١ ، س_٢) - \text{مجموع مربعات انحدار ص على } (س_٢)}{\text{مجموع مربعات ص الكلى} - \text{مجموع مربعات انحدار ص على } (س_٢)}$$

مثال (٥) : إذا كانت علاقة المسئولية الاجتماعية بمفهوم الذات ٠,٥٢ ومع مستوى الدخل ٠,٣٥ وعلاقة مفهوم الذات بمستوى الدخل ٠,٢٠

فان معامل الارتباط الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات بعد عزل أثر مستوى الدخل منهما هو:

$$ر_{(ص ٢ .)(١ . ٢)} = \frac{٠,٥٢ - ٠,٣٥ \times ٠,٢٠}{\sqrt{[١ - (٠,٣٥)^{٢}][١ - (٠,٢)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٠,٤٥}{٠,٩٢} = ٠,٤٩$$

وبذلك انخفض معامل الارتباط المسئولية الاجتماعية مع مفهوم الذات من ٠,٥٢ الى ٠,٤٩ بعد عزل أثرمستوى الدخل ، وهو انخفاض قليل لضعف علاقة مستوى الدخل مع مفهوم الذات .

أما معامل الارتباط الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات هو :

$$ر_{(ص ١٠)(١٠٢)} = \frac{٠,٣٥ - ٠,٥٢ \times ٠,٢}{\sqrt{\left[١ - (٠,٥)^٢\right]\left[١ - (٠,٢)^٢\right]}}$$

$$= \frac{٠,٢٤٦}{٠,٨٤٤} = ٠,٢٩$$

ونلاحظ أن معامل الارتباط بين المسئولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات انخفض من ٠,٣٥ الى ٠,٢٩ وهو انخفاض كبير بسبب العلاقة المرتفعة بين المتغير الذى عزلنا أثره مع أحد المتغيرات المطلوبة فى حساب العلاقة وهو المسئولية الاجتماعية (٠,٥٢).

ويمكن استخدام الرمز $ر_{(ص٢ ، ١)}$ بدلا من الرمز السابق ليعنى الارتباط الجزئى بين ص ، $س_٢$ بعد عزل أثر $س_١$.

ومعامل الارتباط الجزئى من الدرجة الثانية يقصد به العلاقة بين متغيرين بعد عزل أثر متغيرين آخرين . فاذا كان فى المثال السابق متغير آخر هو مستوى التعليم ($س_٣$) وعلاقاته بالمتغيرات الثلاثة هى : ٠,٤ ، ٠,١٥ ، ٠,٦ فان معامل الارتباط الجزئى من الدرجة الثانية بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات بعد عزل أثر كلا من مستوى الدخل ومستوى التعليم هو :

$$ر_{(ص٢٠)(٣٢٠١)} = \frac{ر_{(ص٣٠١)} - ر_{(ص٣٠٢)} \times ر_{(ص٣٠٢١)}}{\sqrt{\left[١ - ر^٢_{(ص٣٠٢)}\right]\left[١ - ر^٢_{(٣٠٢١)}\right]}}$$

حيث $ر_{(ص٣٠١)}$ ، $ر_{(ص٣٠٢)}$ ، $ر_{(٣٠٢١)}$ هى معاملات الرتباط جزئى من

من الدرجة الاولى والتى يجب حسابها أولا قبل حساب معامل الارتباط الجزئى من الدرجة الثانية . فاذا كانت معاملات الارتباط الجزئى من الدرجة الاولى من المثال هى : ٠,٥٦ ، ٠,١٥ ، ٠,١٤ على الترتيب

$$فإن : ر_{(ص٢٠)(٣٢٠١)} = \frac{٠,٥٦ - ٠,١٥ \times ٠,١٤}{\sqrt{\left[١ - (٠,١٥)^٢\right]\left[١ - (٠,١٤)^٢\right]}}$$

$$أو\ ر_{(ص٣٢٠١)} = \frac{٠,٥٣٩}{٠,٩٧٩} = ٠,٥٥$$

ويمكن اختبار دلالة الارتباط الجزئي باستخدام اختبار (ت) من المعادلة السابق ذكرها

$$ت = \frac{ر_{(ص ١٠٢)}}{\sqrt{\left[١ - ر^{٢}_{(ص ١٠٢)}\right] \div (ن - ٣)}}$$ بدرجات حرية (ن - ٣)

أما الارتباط شبه الجزئي Semi-Partial Correlation ، فهو يوضح العلاقة بين درجة كلية ودرجة جزئية ، بمعنى أنه معامل إرتباط بين درجات أحد المتغيرات مع جزء من درجات متغير آخر ، وهذا الجزء ناتج عن عزل أثر متغير ثالث . فاذا رغبنا فى معرفة علاقة المسئولية الاجتماعية (ص) مع مفهوم الذات ($س_١$) بعد عزل أثر الانبساطية ($س_٢$) من مفهوم الذات فقط ، فان معامل الارتباط شبه الجزئي يكون بين المسئولية الاجتماعية وجزء من مفهوم الذات المتبقي بعد عزل أثر الانبساطية منه . ويرمز لمعامل الارتباط شبه الجزئي المذكور بالرمز $ر_{ص(١٠٢)}$ وهو معامل ارتباط شبه جزئي من الدرجة الأولى ويحسب باستخدام معاملات الارتباط البسيط

$$ر_{ص(١٠٢)} = \frac{ر_{ص(١)} - ر_{ص(٢)}\ ر_{٢١}}{\sqrt{١ - ر^{٢}_{٢١}}} \quad ....\ (١٧)$$

(Winer et al .,1991 : 936)

ويلاحظ أن المعادلة (١٧) متشابهة مع المعادلة (١٥) باستثناء جزء فى المقام هو $\sqrt{١ - ر^{٢}_{ص(٢)}}$ وقيمته أقل من الواحد الصحيح ، أى أن معامل الارتباط شبه الجزئى أصغر من معامل الارتباط الجزئى .

ويحساب معامل الارتباط شبه الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات مع عزل أثر مستوى الدخل من مفهومالذات فقط فهو

$$ر_{ص(١٠٢)} = \frac{٠,٥٢ - ٠,٣٥ \times ٠,٢}{\sqrt{١ - (٠,٢)^{٢}}}$$

$$= \frac{٠,٤٥}{٠,٩٦} = ٠,٤٧$$ وهو أقل من معامل الارتباط الجزئى

وكذلك $ر_{ص(١٠٢)} = \frac{٠,٣٥ - ٠,٥٢ \times ٠,٢}{\sqrt{١ - (٠,٢)^{٢}}}$

$= \frac{٠,٢٤٦}{٠,٩٦} = ٠,٢٦$ وهو أقل من معامل الارتباط الجزئى .

ويدل معامل الارتباط شبه الجزئى (٠,٤٧) على علاقة المسئولية الاجتماعية بمفهوم الذات بعد عزل أثر مستوى الدخل من مفهوم الذات فقط . وكذلك معامل الارتباط شبه الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات من مستوى الدخل فقط (هو ٠,٢٦) .

ومعامل الارتباط شبه الجزئى من الدرجة الثانية فى حالة وجود متغير مستقل آخر يحسب من المعادلة .

$$ر_{ص(٢١٠٣)} = \frac{ر_{ص(٣٠١)} - ر_{ص(٣٠٢)} \times ر_{(٣٠٢١)}}{\sqrt{١ - ر^{٢}_{(٣٠٢١)}}}$$

ويستخدم معامل الارتباط شبه الجزئى كحل لمشكلة حساب الارتباط المتعدد. فالارتباط المتعدد هو علاقة متغير تابع مع تجمع خطى لعدد من المتغيرات المستقلة . ولكننا لا ندخل جميع المتغيرات المستقلة في التجمع الخطى ، وإنما ندخل المتغير الذى يضيف إضافة هامة (معنوية) لا مكانية التنبؤ . ولذلك فان حساب الارتباط المتعدد يبدأ بأكبر معامل ارتباط بسيط بين المتغير التابع وأى من المتغيرات المستقلة ، ويدخل معادلة الانحدار (مثل علاقة المسئولية الاجتماعية مع مفهوم الذات ٠,٥٢) حيث يكون مربع الارتباط المتعدد فى هذه الحالة هو مربع معامل الارتباط البسيط [$(٠,٥٢)^{٢} = ٠,٢٧$] . ثم نبحث عن الاضافة التالية لأحد المتغيرات المستقلة الأخرى ، بعد عزل أثر المتغير المستقل الذى استخدمناه أولا من تلك المتغيرات المستقلة ، بمعنى أننا نحسب معاملات الارتباط شبه الجزئى (مثل علاقة المسئولية الاجتماعية مع مستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات من مستوى الدخل فقط وهو يساوى ٠.٢٦) . وبالتالى تكون الاضافة الجديدة لمعامل الارتباط المتعدد هى ($٠,٢٦)^{٢} = ٠.٠٧$ تقريبا .

ويكون مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى الدخل = $(٠,٥٢)^2 + (٠,٢٦)^2$

$ر^2_{ص(٢١)} = ٠,٢٧ + ٠,٠٧ = ٠,٣٤$

بمعنى أن ٣٤٪ من تباين المسئولية الاجتماعية يرجع الى مفهوم الذات ومستوى الدخل ، ويكون اسهام مفهوم الذات فى هذا التباين هو ٠,٢٧ واسهام مستوى الدخل ٠,٠٧ وتعرف هذه الطريقة باسم Stepwtse Regression أى طريقة الخطوات المتتابعة.

ولكن هل تعد هذه الاضافة لمستوى الدخل فى مربع الارتباط المتعدد إضافة هامة (دالة) ؟ وبالطبع لا نستطيع أن نجيب عن هذا السؤال الابعد إختبار دلالة هذه الاضافة باستخدام اختبار (ف) لاختبار الفرق بين مربع معاملى الارتباط المتعدد (وهما ٠,٢٧ ، ٠,٣٤) .

$$ف = \frac{\left[ر^2_{ص(٢١)} - ر^2_{ص(١)}\right] \div (٢ - ١)}{\left[١ - ر^2_{ص(٢١)}\right] \div (ن - ٢ - ١)} \quad \text{..................(١٨)}$$

فإذا كانت ن = ٦٥ فإن :

$$ف = \frac{(٠,٣٤ - ٠,٢٧) \div (٢ - ١)}{(١ - ٠,٣٤) \div (٦٥ - ٢ - ١)}$$

$$= \frac{٠,٠٧}{٠,٠١} = ٧ \quad \text{بدرجات حرية (١ ، ٦٣)}$$

وبمقارنة قيمة ف (٧) بالقيم الجدولية نجد أنها دالة عند ٠,٠١ ومعنى هذا أن إضافة متغير مستوى الدخل يسهم إسهاما هاما (دالا) فى مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات ومستوى الدخل.

ويبدو واضحا أن $ر^2_{ص(٢١)}$ وهى ٠,٣٤ أقل من $ر^2_{ص(١)} + ر^2_{ص(٢)}$

$= (٠,٥٢)^2 + (٠,٣٥)^2 = ٠,٣٩$

والصورة العامة للمعادلة (١٨) هي :

$$\text{ف} = \frac{\left[\text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٣٢١....ك}_{\text{١}})} - \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٣٢١....ك}_{\text{٢}})}\right] \div \left[\text{ك}_{\text{١}} - \text{ك}_{\text{٢}}\right]}{\left[\text{١} - \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٣٢١....ك}_{\text{١}})}\right] \div \left[\text{ن} - \text{ك}_{\text{١}} - \text{١}\right]} \quad ......(\text{١٩})$$

ونستنتج مما سبق أن مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى الدخل يساوى مربع الارتباط البسيط بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات بالاضافة الى مربع الارتباط شبه الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثرمفهوم الذات من مستوى الدخل فقط.

أما إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات مستقلة (باضافة مستوى التعليم مثلا) فان مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وهذه المتغيرات المستقلة الثلاثة هو :

$$\text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٣٢١})} = \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{١})} + \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{١٠٢})} + \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٢١٠٣})} \quad ....(\text{٢٠})$$

= مربع الارتباط البسيط $\text{ر}_{\text{ص}(\text{١})}$ + مربع الارتباط شبه الجزئى $\text{ر}_{\text{ص}(\text{١٠٢})}$ بين ص، $\text{س}_{\text{٢}}$ بعد عزل أثر $\text{س}_{\text{١}}$ من $\text{س}_{\text{٢}}$ + مربع الارتباط شبه الجزئى من الدرجة الثانية بين ص ، $\text{س}_{\text{٣}}$ بعد عزل أثر $\text{س}_{\text{١}}$ ، $\text{س}_{\text{٢}}$ من $\text{س}_{\text{٣}}$.حيث يشير $\text{ر}_{\text{ص}(\text{٢١٠٣})}$ إلى العلاقة بين المسئولية الاجتماعية (ص) ومستوى التعليم ($\text{س}_{\text{٣}}$) بعد عزل أثر كلامن المتغيرين مفهوم الذات ($\text{س}_{\text{١}}$) ومستوى الدخل ($\text{س}_{\text{٢}}$) من مستوى التعليم فقط . ويحسب الارتباط شبه الجزئى من الدرجة الثانية عادة باستخدام الارتباط المتعدد ، حيث :

$$\text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٢١٠٣})} = \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٣٢١})} - \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٢١})} \quad ....(\text{٢١})$$

أى أنه يساوى الفرق بين مربع الارتباط المتعدد مع ثلاثة متغيرات ناقصا مربع الارتباط المتعدد مع متغيرين . وبالطبع $\text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٣٢١})}$ لاتساوى مجموع مربعات الارتباطات البسيطة [$\text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{١})} + \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٢})} + \text{ر}^{2}_{\text{ص}(\text{٣})}$] ويكون ذلك صحيحا فقط في حالة ما إذا كانت المتغيرات المستقلة غير مرتبطة ببعضها البعض . بمعنى أن تكون مرتبطة بالمتغير التابع ولكنها مستقلة عن بعضها البعض .

ويعد هذا مدخلا آخر لحساب الارتباط المتعدد باستخدام أسلوب التحليل

العاملي والتوصل الى عوامل متعامدة (مستقلة) ثم نستخدم درجات العوامل من الحاسب الآلي Factor Score (حتى نتأكد من إستقلاليتها) وبالتالي تكون مربعات إرتباطات درجات العوامل مع المتغير التابع هي مربع الارتباط المتعدد (Fergu-son & Takane, 1989) .

ويتضح أن مربع معامل الارتباط المتعدد هو مجموع عدة مربعات لارتباطات بسيطة وشبه جزئية كل منها يوضح فائدة إضافة متغير مستقل بعد عزل آثار المتغيرات السابقة له . ويشار أحيان إلى مربع الارتباط المتعدد باسم معامل التحديد المتعدد بينما مربع الارتباط شبه الجزئي هو معامل التحديد شبه الجزئي (Winer et al., 1991 : 937)

والآن نعود مرة أخرى الى المعادلة (٢٠) والتي توضح أن مربع الارتباط المتعدد للمتغير التابع (ص) مع ثلاثة متغيرات مستقلة يتكون من ثلاثة أقسام هي : مربع الارتباط البسيط بين ص ، $س_{١}$ + مربع الارتباط شبه الجزئي $ر^{٢}_{ص(١\cdot٢)}$ + مربع الارتباط شبه الجزئي من الدرجة الثانية $ر^{٢}_{ص(٣\cdot٢١)}$

لكن هذه المعادلة (٢٠) مرتبطة فقط بالمثال حيث أن معامل الارتباط البسيط $ر_{ص(١)}$ هو اكبر معامل ارتباط ، وبالتالي فان إسهامه أكثر من أي معامل إرتباط بسيط آخر ، ويليه معامل الارتباط شبه الجزئي الاكبر من أي معامل ارتباط شبه جزئي آخر من الدرجة الاولى بعد عزل أثر المتغير الأول، وهكذا مع بقية المكونات ، ولذلك يمكن أن يكون مربع الارتباط المتعدد

$$ر^{٢}_{ص(٣٢١)} = ر^{٢}_{ص(٣)} + ر^{٢}_{ص(٣\cdot١)} + ر^{٢}_{ص(٣١\cdot٢)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (٢٢)$$

بمعنى أننا استخدمنا أولا مربع الارتباط البسيط بين ص ، $س_{٣}$ إذا كان هو اكبر معامل ارتباط بسيط ، والجزء الثاني هو الارتباط شبه الجزئي بين ص ، $س_{١}$ بعد عزل أثر $س_{٣}$ من $س_{١}$ (إذا كان هو أعلى إرتباط شبه جزئي من الدرجة الاولى) أما الجزء الثالث فيكون أيضا أعلى ارتباط شبه جزئي من الدرجة الثانية بعد عزل أثر $س_{١}$ ، $س_{٣}$ من $س_{٢}$ وهكذا . ولذلك فان العلميات الحسابية للإرتباط المتعدد معقدة جدا ومطولة ، ونستطيع اجراء هذه التحليلات يدويا في حالة متغيرين مستقلين (وربما ثلاثة متغيرات) ، أما في حالة زيادة عدد المتغيرات المستقلة فاننا نستخدم برامج Spss في إجراء العمليات الحسابية .

تحليل الانحدار والارتباط المتعدد باستخدام الدرجات الخام :

يمكن اجراء تحليل الانحدار والاتباط المتعدد باستخدام درجات المتغيرات . وسوف نعرض خطوات هذه الطريقة فى الحالة البسيطة وهى حالة متغير تابع مع متغيرين مستقلين ، حيث تكون معادلة الانحدار على الصورة : $\text{ص} = \text{أ} + \text{ب}_1 \text{س}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_2$

ونتبع الخطواتت التالية لحساب معاملى الانحدار (ب_1 ، ب_2) والمقدار الثابت (أ) ثم نحسب مربع الارتباط المتعدد بعد ذلك :

١ - نحسب مجموع درجات ومجموع مربعات درجات كل متغير ، وكذلك مجموع حواصل الضرب لكل متغيرين من المتغيرات المستقلة والمتغير التابع .

٢ - نحسب مجموع المربعات الكلى للمتغير التابع (ص) .

٣ - نحسب مجموع المربعات الكلى لكل من المتغيرين المستقلين س_1 ، س_2

٤ - نحسب مجموع حواصل الضرب المصححة لكل متغيرين (س_1 ص ، س_2 ص ، $\text{س}_1 \text{س}_2$)

٥ - نطبق المعادلات التالية لحساب معاملى الانحدار والمقدار الثابت

$$\text{ب}_1 = \frac{\text{مجـ}\,\text{س}_2^2 \;\text{مجـ}\,\text{س}_1\text{ص} - \text{مجـ}\,\text{س}_2\text{ص}\;\text{مجـ}\,\text{س}_1\text{س}_2}{\text{مجـ}\,\text{س}_1^2\;\text{مجـ}\,\text{س}_2^2 - (\text{مجـ}\,\text{س}_1\text{س}_2)^2} \quad \ldots\ldots (٢٣)$$

$$\text{ب}_2 = \frac{\text{مجـ}\,\text{س}_1^2 \;\text{مجـ}\,\text{س}_2\text{ص} - \text{مجـ}\,\text{س}_1\text{ص}\;\text{مجـ}\,\text{س}_1\text{س}_2}{\text{مجـ}\,\text{س}_1^2\;\text{مجـ}\,\text{س}_2^2 - (\text{مجـ}\,\text{س}_1\text{س}_2)^2} \quad \ldots\ldots (٢٤)$$

$$\text{أ} = \text{م ص} - \text{ب}_1\text{م}_1 - \text{ب}_2\text{م}_2$$

حيث م_1 ، م_2 متوسطى س_1 ، س_2 ، م ص متوسط المتغير التابع (ص)

ثم نكتب معا دلة الانحدار بعد الحصول على قيم معاملى الانحدار والمقدار الثابت(أ) .

٦ - نحسب مجموع مربعات الانحدار من المعادلة

$$\text{مجـ مربعات الانحدار} = \text{ب}_1\,\text{مجـ}\,\text{س}_1\,\text{ص} + \text{ب}_2\,\text{مجـ}\,\text{س}_2\,\text{ص}$$

٧ – نحسب مربع معامل الارتباط المتعدد من المعادلة :

$$ر^{٢} = \frac{\text{مجـ مربعات الانحدار}}{\text{مجـ المربعات الكلي}} = \frac{ب_{١} \text{ مجـ } س_{١} \text{ ص} + ب_{٢} \text{ مجـ } س_{٢} \text{ ص}}{\text{مجـ } ص^{٢}} \quad ..(٢٥)$$

وهى نسبة التباين المفسر باستخدام بيانات المتغيرين المستقلين .

٨ – نختبر دلالة الارتباط المتعدد باستخدام تحليل التباين حيث

$$ف = \frac{\text{متوسط مربعات الانحدار}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} = \frac{ر^{٢} (ن - ك - ١)}{(١ - ر^{٢}) (ك - ١)}$$

بدرجات حرية (ك – ١ ، ن – ك – ١)

ثم نقارن قيمة ف المحسوبة بالقيمة الجدولية عند مستوى الدلالة المناسب

مثال (٦) : إذا كانت درجات المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات ومستوى الدخل لعينة حجمها عشرة أفراد كما يلي فاحسب معادلة الانحدار المتعدد والارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى الدخل .

(لاحظ أن حجم العينة صغير ويجب ألا يقل عن ٣٠ ولكننا نستخدم هذا العدد لتسهيل العمليات الحسابية) .

جدول (١٤ – ٢) المسئولية الاجتماعية مفهوم الذات ومستوى الدخل

الأفراد	المسئولية الاجتماعية (ص)	مفهوم الذات ($س_{١}$)	مستوى الدخل ($س_{٢}$)
١	١٠	٦	٣
٢	٥	١	٥
٣	١٥	٢	٧
٤	٢٠	٤	٧
٥	٤٠	٨	٩
٦	١٠	٥	٨
٧	٣٠	٧	٩
٨	١٦	٧	٦
٩	٢٥	٥	٤
١٠	١٤	٣	٥
المجموع	١٨٥	٤٨	٦٣

ولإجراء تحليل الانحدار والارتباط المتعدد نتبع الخطوات السابقة

١ـ مجـ ص = ١٨٥ ، مجـ $س_١$ = ٤٨ ، مجـ $س_٢$ = ٦٣ ، مجـ $ص^٢$ = ٤٤٢٧ ،

مجـ $س_١^٢$ = ٢٧٨ ، مجـ $س_٢^٢$ = ٤٣٥ ، مجـ $س_١$ص = ١٠٣٤ ،

مجـ $س_٢$ص = ١٢٧٦ ، مجـ $س_١س_٢$ = ٣١٧

لاحظ أن مجموع الدرجات والمربعات وحواصل الضرب السابقة تستخدم لحساب مجموع المربعات وحواصل الضرب المصححة مثل تحليل التباين وتحليل التغاير

٢ – مجـ المربعات الكلى للمسئولية الاجتماعية

$$(\text{مجـ } ص^٢) = \text{مجـ } ص^٢ - \frac{(\text{مجـ } ص)^٢}{ن}$$

$$= ٤٤٢٧ - \frac{(١٨٥)^٢}{١٠} = ١٠٠٤,٥$$

٣ – أ – مجـ المربعات الكلى لمفهوم الذات(مجـ $س_١^٢$) = $٢٧٨ - \frac{(٤٨)^٢}{١٠} = ٤٧,٦$

ب– مجـ المربعات الكلى لمفهوم الذات (مجـ $س_٢^٢$) = $٤٣٥ - \frac{(٦٣)^٢}{١٠} = ٣٨,١$.

٤ – أ – مجـ حواصل ضرب المسئولية الاجتماعية × مفهوم الذات (مجـ$س_١$ص)

$$= \text{مجـ } س_١ص - \frac{\text{مجـ}س_١ \times \text{مجـ } ص}{ن}$$

$$= ١٠٣٤ - \frac{١٨٥ \times ٤٨}{١٠} = ١٤٦$$

ب – مجـ حواصل ضرب المسئولية الاجتماعية × مستوى الدخل

$$(\text{مجـ } س_١س_٢) = ١٢٧٦ - \frac{١٨٥ \times ٦٣}{١٠} = ١١٠,٥$$

جـ - مجـ حواصل ضرب مفهوم الذات × مستوى الدخل

$$(\text{مجـ } س_1 س_2) = ٣١٧ - \frac{٤٨ \times ٦٣}{١٠} = ١٤,٦$$

٥ - معامل انحدار مفهوم الذات ($ب_1$)

$$= \frac{\text{مجـ } س_2^2 \text{ مجـ } س_1 ص - \text{مجـ } س_2 ص \times \text{مجـ } س_1 س_2}{\text{مجـ } س_1^2 \text{ مجـ } س_2^2 - (\text{مجـ } س_1 س_2)^2}$$

$$= \frac{٣٨,١ \times ١٤٦ - ١١٠,٥ \times ١٤,٦}{٣٨,١ \times ٤٧,٦ - (١٤,٦)^2} = \frac{٣٩٤٩,٣}{١٦٠٠,٤} = ٢,٤٦٨$$

$$ب_2 = \frac{\text{مجـ } س_1^2 \text{ مجـ } س_2 ص - \text{مجـ } س_1 ص \text{ مجـ } س_1 س_2}{\text{مجـ } س_1^2 \text{ مجـ } س_2^2 - (\text{مجـ } س_1 س_2)^2}$$

$$= \frac{٤٧,٦ \times ١١٠,٥ - ١٤٦ \times ١٤,٦}{٣٨,١ \times ٤٧,٦ - (١٤,٦)^2} = \frac{٣١٢٨,٢}{١٦٠٠,٤} = ١,٩٥٥$$

$$أ = م_ص - ب_1 م_1 - ب_2 م_2$$

$$= \left(\frac{١٨٥}{١٠}\right) - ٢,٤٦٨ \times \left(\frac{٤٨}{١٠}\right) - ١,٩٥٥ \times \left(\frac{٦٣}{١٠}\right) = -٥,٦٦٣$$

وتكون معادلة الانحدار: ص = $-٥,٦٦٣ + ٢,٤٦٨ س_1 + ١,٩٥٥ س_2$

أو المسئولية الاجتماعية = - ٥,٦٣٣ + ٢,٤٦٨ × مفهوم الذات + ١,٩٥٥× مستوى الدخل .

وعادة ماتستخدم مثل هذه المعادلات فى التنبؤ بالمتغيرات المختلفة ،وأكثر تطبيقاتها فى مجال التنبؤ بالتحصيل الدراسى، وكذلك فى التنبؤ بالسلوك الانسانى، والآن لحساب الاتباط المتعدد نقوم بحساب مجموع مربعات الانحدار وهى :

$$\text{مجـ مربعات الانحدار} = ب_1 \text{مجـ } س_1 ص + ب_2 \text{مجـ } س_2 ص$$

$$= ٢,٤٦٨ \times ١٤٦ + ١,٩٥٥ \times ١١٠,٥ = ٥٧٦,٣٥٦$$

$$\text{مربع معامل الارتباط المتعدد} = \frac{\text{مجـ مربعات الانحدار}}{\text{مجـ مربعات المتغير التابع الكلي}}$$

$$ر^{٢} = \frac{٥٧٦,٣٥٦}{١٠٠٤,٥} = ٠,٥٧٤ \quad ، \quad ر = ٠,٧٥٨$$

وتعني أن ٥٧,٤٪ من تباين المتغير التابع (المسئولية الاجتماعية) ترجع إلى مفهوم الذات ومستوى الدخل. ولكننا هنا لا نستطيع أن نحدد حجم إسهام كل من مفهوم الذات ومستوى الدخل، لأن هذا يتطلب حساب معامل الارتباط شبه الجزئي.

ولاختبار دلالة الارتباط المتعدد نضع مجموع في جدول تحليل التباين التالي:

جدول (١٤-٣) تحليل التباين للارتباط المتعدد

يبين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى الدخل

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح.	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
الانحدار	٥٧٦,٣٥٦	٢	٢٨٨,١٧٨	٤,٧١	دالة عند
الباقي (الخطأ)	٤٢٨,١٤٤	٧	٦١,١٦٣		٠,٠٦
الكلي	١٠٠٤,٥٠٠	١٠-١ = ٩			

وبالطبع يمكن حساب قيمة (ف) دون إعداد الجدول (١٤ – ٣) كما يلي:

$$ف = \frac{\text{متوسط مربعات الانحدار}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$= \frac{(٥٧٦,٣٥٦ \div ٢)}{(٤٢٨,١٤٤ \div ٧)}$$

$$= \frac{٢٨٨,١٧٨}{٦١,١٦٣} = ٤,٧١ \text{ بدرجات حرية } (٢ ، ٧)$$

ثم نقارنها مع قيمة ف الجدولية بدرجات حرية (٢ ، ٧) وهى = ٤,٧٤ عند مستوى ٠,٠٥ ، ومعنى هذا أن القيمة المحسوبة ٤,٧١ غير دالة عند ٠,٠٥ .

حل آخر :

يمكن إجراء تحليل الانحدار والارتباط المتعدد للمثال السابق باستخدام المتوسطات والانحرافات المعيارية ومعاملات الارتباط البسيط وهى الطريقة التى استخدمناها مع المقال (٥).

جدول (١٤- ٤) معاملات الارتباط البسيط والمتوسطات والانحرافات المعيارية للمتغيرات

المتغيرات	$س_١$	$س_٢$	المتوسط	ع
المسئولية الاجتماعية (ص)	٠,٦٦٨	٠,٠٥٦٥	١٨,٥	١٠,٥٦٥
مفهوم الذات ($س_١$)	—	٠,٣٤٣	٤,٨	٢,٣٠
مستوى الدخل ($س_٢$)		—	٦,٣	٢,٠٥٨

$$ر_{ص(١)} = \frac{\text{مجـ حواصل ضرب } س_١ \text{ ص}}{\sqrt{\text{مجـ مربعات ص} \times \text{مجـ مربعات } س_١}}$$

$$= \frac{١٤٦}{\sqrt{١٠٠٤,٥ \times ٤٧,٦}} = ٠,٦٦٨$$

وكذلك $ر_{ص(٢)} = ٠,٥٦٥$ ، $ر_{٢١} = ٠,٣٤٣$

أما معاملات الانحدار ب $= \frac{ر_{ص(١)} - ر_{ص(٢)} \, ر_{٢١}}{١ - ر^٢_{٢١}} \left(\frac{ع\,ص}{ع_١}\right)$

$$= \frac{٠,٦٦٨ - ٠,٥٦٥ \times ٠,٣٤٣}{١ - (٠,٣٤٣)^٢} \left(\frac{١٠,٥٦٥}{٢,٣٠}\right)$$

$$= \frac{٥,٠١}{٢,٠٢٩} = ٢,٤٦٩$$

وهى قريبة جدا من قيمة $ب_١$ ، السابق الحصول عليها

$$ب_٢ = \frac{ر_{ص(٣)} - ر_{ص(١)} \, ر_{٢١}}{١ - ر^٢_{٢١}} \left(\frac{ع\,ص}{ع_٢}\right)$$

$$= \frac{٠,٥٦٥ - ٠,٦٦٨ \times ٠,٣٤٣}{١ - (٠,٣٤٣)^٢} \left(\frac{١٠,٥٦٥}{٢,٠٥٨}\right)$$

$$= \frac{٣,٥٤٩}{١,٨١٦} = ١,٩٥٤$$

وهى قريبة جدا من قيمة ب٢ ، السابق الحصول عليها

$$أ = ١٨,٥ - ٢,٤٦٩ \times ٤,٨ - ١,٩٥٤ \times ٦,٣$$

= -٥,٦٦١ وهى قريبة أيضا من قيمة (أ) السابقة

$$ر^{٢}_{ص(٢١)} = \frac{ر^{٢}_{ص(١)} + ر^{٢}_{ص(٢)} - ٢ ر_{ص(١)} ر_{ص(٢)} ر_{٢١}}{١ - ر^{٢}_{٢١}}$$

$$= \frac{(٠,٦٦٨)^{٢} + (٠,٥٦٥)^{٢} - ٢ (٠,٦٦٨) (٠,٥٦٥) (٠,٣٤٣)}{١ - (٠,٣٤٣)^{٢}}$$

$$ر^{٢}_{ص(٢١)} = \frac{٠,٥٠٦٥}{٠,٨٨٢٤} = ٠,٥٧٤$$ وهى نفس القيمة السابق الحصول عليها لمربع الإرتباط المتعدد .

إختيار المنبئات بطريقة التحليل المتتالي Stepwise Regession

توجد عدة طرق لاختيار المنبئات (المتغيرات المستقلة) من بين مجموعة كبيرة منها . وهى تعد مشكلة معقدة لأن إضافة أو حذف أى متغير مستقل الى معادلة الانحدار يؤثر على حجم معاملات الانحدار الجزئى والتى تستخدم فى حساب الارتباط المتعدد . فاذا كان بالمعادلة ثلاثة متغيرات مستقلة وقررنا إضافة متغير رابع لأهميته (النظرية مثلا) فان إضافته تغير من معاملات الانحدار الثلاثة السابقة عليه وبالتالى يتغير معامل الارتباط المتعدد .

وحل هذه المشكلة يتطلب إجراء تحليل الانحدار عدة مرات لكل البدائل الممكنة من المتغيرات المستقلة ، ثم نختار أفضل معادلة انحدار .

ففى حالة أربعة متغيرات مستقلة يكون عدد البدائل الممكنة ($٢^{٤}$ -١= ١٥)

وبزيادة عدد المتغيرات تزداد المشكلة صعوبة . ويرجع اقتراح هذه الطريقة الى رانجر فيرستش Ranger Ferisch عام ١٩٣٤ .

لكن الطريقة التقريبية التى تتطلب حسابات أقل تسمى بطريقة الخطوات المتتالية Stepwise ، وأحيانا يطلق عليها اسم طريقة التحليل المتتابع ،وتتخلص هذه الطريقة (باستخدام الحاسوب) فى :

١ – إختبار أفضل منبئ وهو المتغير الاعلى إرتباطا مع المتغير التابع فيكون هو أول متغير يدخل معادلة الإنحدار .

٢ – نجرى عملية مزاوجة بين المتغير الاول (بالمعادلة) مع بقية المتغيرات المستقلة لنحصل على المتغير الذى يضيف أعلى إضافة للمتغير الاول . ويتضمن هذا حساب الارتباط المتعدد لكل زوج من المتغيرات مع المتغير التابع وهى تستلزم (ك – ١) عملية مزواجة . لكن برنامج (Spss) يختار المتغير الاعلى إرتباطاً جزئياً بعد عزل المتغير الاول (بالمعادلة) . ثم يتبقى عدد (ك – ٢) من المتغيرات المستقلة

٣ – تتكرر الخطوة الثانية مع بقية المتغيرات للتوصل الى المتغيرالثالث لمعادلة الانحدار بحيث تكون إضافته أعلى من المتغيرات الاخرى وهكذا . حتى يتم اضافة المتغيرات التى تسهم إسهاما دالا للارتباط المتعدد ، حيث أنه فى كل خطوة يتم إختبار دلالة الاضافة للارتباط المتعدد .

وتسمى الطريقة الموضحة باسم طريقة الخطوات المتتالية التصاعدية For-ward Stepwise . وتوجد طريقة أخرى عكسية أو تنازلية Backward Step-wise ، وهى تعتمد على الحذف بدلامن الاضافة . حيث يبدأ التحليل بالتوصل الى معادلة انحدار تحتوى جميع المتغيرات المستقلة ، ثم تتابع الخطوات فى حذف المتغير الذى لا يضيف إضافة دالة حتى نصل الى المتغير الذى لانستطيع حذفه لأن إسهامة فى الارتباط المتعدد إسهاما دالا . وبالطبع يتم في كل خطوة اختبار لدلالة الاضافة التى يسهم بها المتغير موضع الفحص . واحيانا تؤدى هذه الطريقة الى نتائج أفضل من طريقة الاضافة التصاعدية (Ferguson & Takane, 1989;505)

ونود الاشارة الى نقطة هامة جدا فى تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ومرتبطة بخطأ شائع فى استخدام تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ،فمن المألوف أن يحدد الباحث المتغيرات المستقلة (المنبئات) التى يستخدمها فى التنبؤ اعتماداً على أدبيات البحث أو نظرية معينة يرغب فى اختبارها . وقد تدل الادبيات (أو النظرية) على إستخدام متغير مركب من عدة عناصر فرعية ، و يستخدم الباحث هذه العناصر الفرعية كمنبئات ، ولا ضرر فى هذا . ولكن المشكلة تكمن فى استخدام العناصر الفرعية والدرجة الكلية أيضا فى معادلة واحدة . وفى هذه الحالة تكون النتائج التى يتوصل إليها الباحث غير صحيحة . لأن استخدام مجموع العناصر (أو مجموع عدة متغيرات) كمتغير آخر فى التحليل يؤدى الى عدم إمكانية الحاسوب التوصل الى مقلوب لمصفوفة الارتباطات (أو مجموع المربعات) فيقدم مقلوبا Invverse شرطيًا تكون نتائجه غير دقيقة . ويرجع السبب الى أن محددة المصفوفة Determinant تساوى الصفر ، وبالطبع لا نستطيع القسمة على صفر .

تفسير معاملات الانحدار والارتباط المتعدد:

تدل معاملات الانحدار الجزئي في معادلة الانحدار على مدى أهمية المتغير المستقل في المعادلة ، ولكن الدليل الاقوى يرجع لمعامل الارتباط .

وفي المثال (٦) السابق نلاحظ أن معامل إرتباط المسئولية الاجتماعية مع مفهوم الذات (٠,٦٦٨) هو أعلى معامل إرتباط بسيط ، كما أن معامل ارتباط المسئولية الاجتماعية مع مستوى الدخل (٠,٥٦٥) مرتفع مما يدل على أنهما مهمان في التنبؤ بالمسئولية الاجتماعية ، لكن إسهام مفهوم الذات في التنبؤ أعلى من مستوى الدخل . وبملاحظة معاملات الانحدار المتعدد نجد أن معامل انحدار مفهوم الذات (٢,٤٦٨) أكبر من معامل انحدار مستوى الدخل (١,٩٥٥) ، لكن مقارنة المعاملين لاتدل على حجم تاثير كل منهما ، كما أن معامل الإنحدار يعتمد على تباين المتغير المستقل ، مع أن المتغيرين لا يختلفان في التباين (٢,٣٠ ، ٢,٠٦) وعليه فإن مفهوم الذات اكثر قوة في التنبؤ بالمسئولية الاجتماعية عن مستوى الدخل (Shavelson,1988:598)

أما إذا إختلف تباين المتغيرين ، فاننا نحول معاملي الانحدار إلى معاملا إنحدار معياري (بيتا) ، أي معاملات انحدار تعتمد على الدرجات المعيارية للمتغيرات حتى يكون تباين كل منهم هو الوحدة .

ولتعديل معاملات الانحدار العادية الى معيارية تستخدم المعادلة

$$\text{بيتا } (\beta) = \text{ب} \left(\frac{\text{ع س}}{\text{ع ص}} \right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (٢٦)$$

حيث بيتا (β) هي معامل الانحدار الجزئي المعياري ، وبالتالي فان حجم بيتا يدل على قوة إسهام المتغير المستقل في التنبؤ دون الخوف من إختلاف التباينات (Shavelson,1988:599)

وبالتطبيق على المثال السابق فان :

$$\beta_1 (\text{مفهوم الذات}) = \text{ب}_1 \left(\frac{\text{ع}_1}{\text{ع ص}} \right) = ٢,٤٦٨٨ \left(\frac{٢,٣٠}{١٠,٥٦٥} \right) = ٠,٥٣٧$$

$$\beta_2 \text{ مستوى الدخل} = ١,٩٥٥ \left(\frac{٢,٠٦}{١٠,٥٦٥} \right) = ٠,٣٨١$$

ومن الواضح أن معاملى الانحدار مختلفان مما يدل على الاستنتاج بأن مفهوم الذات اكثر قوة فى التنبؤ بالمسئولية الاجتماعية عن مستوى الدخل .أما مربع الارتباط المتعدد (٠,٥٧٤) فيعنى أن نسبة (٥٧,٤ ٪) من تباين المتغير التابع (المسئولية الاجتماعية) ترجع الى الانحدار الخطى للمتغيرات المستقلة . وعليه فان مفهوم الذات ومستوى الدخل يفسرا ٥٧,٤ ٪ من تباين المسئولية الاجتماعية . كما أن ٤٢,٦ ٪ من التباين غير مفسر ويرجع الى متغيرات أخرى .

وفى المثال السابق نجد أن إسهام مفهوم الذات فى التباين المفسر هو $(٠,٦٦٨)^{٢}$ = ٤٤,٥ ٪ من تباين المسئولية الاجتماعية ، بينما مستوى الدخل يسهم بمقدار ١٢,٩ ٪ من تباين المسئولية الاجتماعية (وهو مربع الارتباط شبه الجزئى بين المسئولية الاجتماعية ، ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات من مستوى الدخل فقط)

لاحظ أنه يمكن حساب مربع الارتباط المتعدد باستخدام الاوزان المعيارية حيث :

مربع معامل الارتباط $ر^{٢}_{ص(٢١)} = \beta_{١} ر_{ص(١)} + \beta_{٢} ر_{ص(١)}$

$$= ٠,٥٣٨ \times ٠,٦٦٨ + ١٠,٣٨١ \times ٠,٥٦٥$$

$$= ٠,٣٥٩ + ٠,٢١٥$$

$ر^{٢}_{ص(٢١)}$ = ٠,٥٧٤ وهى نفس القيمة السابق الحصول عليها.

والارتباط المتعدد حساس لحجم العينة وعدد المتغيرات المستقلة المستخدمة. ويذكر شيفالسون (Shevalson,1988:600) أن حجم العينة فى الارتباط المتعدد يجب أن لا يقل عن ٥٠ ، وأن يكون حجم العينة مساويا عشرة أمثال عدد المتغيرات المستقلة . وهذا الأمر يعكس حقيقة أنه كلما اقترب حجم العينة من عدد المتغيرات المستقلة فان مربع الإرتباط المتعدد يقترب من الوحدة ، مما يتطلب ضرورة تصحيح الارتباط المتعدد.

وقد توصل عدد من العلماء الى معادلات مختلفة للتصحيح تسمى (Shrin-kege Formula وهى :

$$ر^{٢} (\text{المصححة}) = ١ - \left(\frac{ن - ١}{ن - ك - ١}\right) (١ - ر^{٢}) \quad ....(٢٧)$$

وبالتطبيق عل المثال السابق فان :

$$ر^{٢}\text{(المصححة)} = ١ - \left(\frac{١٠ - ١}{١٠ - ٢ - ١}\right)(١ - ٠,٥٧٤) = ٠,٤٧٩$$

وتكون ر (المصححة) = ٠,٦٩٢ وبالتالى تكون نسبة التباين المفسر هى ٤٧,٩ ٪ من تباين المتغير التابع ويرجع الانخفاض الكبير من ٧٥,٤ ٪الى ٤٧,٩ ٪ الى أن حجم العينة صغيرا جدا.

تحليل الانحدار والارتباط المتعدد باستخدام المصفوفات :

عند إجراء تحليل الانحدار البسيط (متغير تابع ومتغير مستقل)يكون لدينا معادلتين ومجهولين (أ ، ب) وبحل المعادلتين نصل الى قيمتى أ ، ب . أما فى حالة تحليل الانحدار المتعدد لمتغيرين مستقلين ومتغير تابع ، فيكون لدينا ثلاثة معادلات تحتوى على ثلاثة معاملات مجهولة . وبحل المعادلات نحصل على قيم (أ ، $ب_1$ ، $ب_2$) كما وضحنا سابقا وتكون المعادلة : ص = أ + $ب_1$ $س_1$ + $ب_2$ $س_2$

وحيث أن العينة المستخدمة تتضمن عدد (ن) من الافراد ، فيمكن وضع المعادلات فى صورة مصفوفات تسهل العمليات الحسابية فى حالة تعدد المتغيرات المستقلة (ولا ننصح غير المتخصص بدراسة هذا الجزء) . والمصفوفة هى مجموعة من البيانات توضع بطريقة منظمة فى صفوف وأعمدة (مثل مصفوفة الارتباط المألوفة للجميع)

وتكتب المعادلة ص = أ + $ب_1$ $س_1$ + $ب_2$ $س_2$ فى صورة مصفوفات لبيانات الأفراد كما يلى:

$$\begin{bmatrix} ص_1 \\ ص_2 \\ . \\ ص_ن \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & س_{11} & س_{12} \\ 1 & س_{21} & س_{22} \\ . & . & . \\ 1 & س_{1ن} & س_{2ن} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} أ \\ ب_1 \\ ب_2 \end{bmatrix}$$

والمصفوفة الأولى تمثل المتغير التابع (ص) وعدد عناصرها (ن× ١) بمعنى عدد (ن) صف وعمود واحد . أما المصفوفة الثانية فهى تمثل المتغيرات المستقلة وعدد عناصرها (ن× ٣) بمعنى عدد (ن) صف ،وثلاثة أعمدة أثنان منها للمتغيرين المستقلين بينما العمود الأول للمقدار الثابت . والمصفوفة الأخيرة للمعاملات وهى (٣ × ١) أى ثلاثة صفوف وعمود واحد .

وسوف نكتب المصفوفة بعد ذلك بحرف واحد كبير الحجم ليدل على

المصفوفة مثل **ص = س ب** .... (٢٨)

والمصفوفة **س** هى (ن × ٣) ، لانستطيع حساب مقلوبها($س^{-1}$) لأنها غير متماثلة ، وعليه فيمكن ضرب المعادلة (٢٨) فى المصفوفة **س/** وهى عبارة

عن تبديل للصفوف بالأعمدة والاعمدة بالصفوف فى المصفوفة **س** بمعنى أن س/ عناصرها هى (٣× ن) ثلاثة صفوف ، وعدد (ن) عمود .

وتصبح المعادلة (٢٨) على الصورة .

س/ ص = س/ س ب .... (٢٩)

والمعادلة (٢٩) تحتوى على (س/ س) وهى تمثل مصفوفة متماثلة لأن حاصل ضرب**س/** (٣×ن) × **س** (٣×ن) ينتج مصفوفة (٣×٣) وهى التى نستطيع حساب مقلوبها بشرط أن لا يكون أى صف (أو عمود) منها تحويل خطى لصف (أو عمود) آخر .

وعليه فان : **ب = (س/ س) -١ س/ ص** .... (٣٠)

ونستطيع من المعادلة (٣٠) حساب قيم المعاملات أ ، ب١ ، ب٢ .

وفى حالة تعدد المتغيرات المستقلة يمكن استخدام نفس المعادلات الموضحة (٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠) ، والمعادلة الاخيرة هى التى تستخدم فى حساب المعاملات . لاحظ أنه من المهم التوصل الى مقلوب المصفوفة **(س/ س)** حتى يمكن ضرب المصفوفات بعد ذلك وحساب قيم المعاملات . ونستطيع التوصل الى حساب مقلوب مصفوفة من الدرجة الثالثة باستخدام طريقة دوير Dwyer والتى تعرف باسم طريقة دولتل (winer et al.,1991) أما المصفوفات من الدرجة الاعلى فتتطلب استخدام الحاسب الألى .

ويكون مجموع المربعات الكلى (ص) هو ناتج ضرب **ص/ص** ، ومجموع مربعات وحواصل ضرب المتغيرات المستقلة هو **س/ س** ، أما مجموع مربعات

الخطأ = $\left(ص - \widehat{ص}\right)^{/} \left(ص - \widehat{ص}\right)$ = **ص/ ص - ص/ س ب**

ومجموع مربعات الانحدار = **ب/ س/ ص**

وبالتطبيق على المثال (٦) فان:

$$
س^{/}س = \begin{bmatrix} ن & مجـ\ س_1 & مجـ\ س_2 \\ مجـ\ س_1 & مجـ\ س_1^2 & مجـ\ س_1 س_2 \\ مجـ\ س_2 & مجـ\ س_2 س_1 & مجـ\ س_2^2 \end{bmatrix}
$$

$$= \begin{bmatrix} ٦٣ & ٤٨ & ١٠ \\ ٣١٧ & ٢٧٨ & ٤٨ \\ ٤٣٥ & ٣١٧ & ٦٣ \end{bmatrix}$$

ص/ ص (مجموع مربعات ص) = ١٠٠٤,٥

$$\text{س}^{/}\ \text{ص} = \begin{bmatrix} \text{مجـ ص} \\ \text{مجـ س}_{١}\text{ص} \\ \text{مجـ س}_{٢}\text{ص} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٨٥ \\ ١٠٣٤ \\ ١٢٧٦ \end{bmatrix}$$

ب = [سَ س]$^{-١}$ سَ ص =

$$= \begin{bmatrix} -٠,١٤٣٦ & -٠,٠٥٦٨ & ١,٢٧٧٢ \\ -٠,٠٠٩١ & ٠,٠٢٣٨ & -٠,٠٥٦٨ \\ ٠,٠٢٩٧ & -٠,٠٠٩١ & -٠,١٤٣٦ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١٨٥ \\ ١٠٣٤ \\ ١٢٧٦ \end{bmatrix}$$

$$\text{ب} = \begin{bmatrix} -٥,٦٨٢٨ \\ ٢,٤٨٩٦ \\ ١,٩٢١٨ \end{bmatrix}$$

وهى قيم قريبة من القيم السابق حسابها مع فارق فى التقريب لأن مقلوب المصفوفة يتطلب دقة اكثر من أربعة أرقام عشرية

$$\text{ومجموع مربعات الانحدار} = \begin{bmatrix} ١,٩٢١٨ & ٢,٤٨٩٦ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١٤٦ \\ ١١٠,٥ \end{bmatrix} = ٥٧٥,٨٤$$

$$\text{مربع الارتباط المتعدد} = \frac{٥٧٥,٨٤}{١٠٠٤,٥}$$

$$\text{ر}^{٢} = ٠,٥٧٣$$

وهى قريبة من القيمة السابق الحصول عليها

وأعتقد أن القارئ لهذا الحل يقدر تماما فائدة الحاسب الآلى فى التحليل الاحصائى المعقد .

مقلوب المصفوفة :

ولمن يرغب فى معرفة كيفية حساب مقلوب المصفوفة (يشترط أن تكون خلفيته رياضية) ويتبع مايلى لحساب مقلوب المصفوفة (س/ س)−١ فى المثال السابق باستخدام طريقة دوير (Dwyer) أو طريقة دوليتل (Winer etal., 1991 : Ferguson & Takane,1989).

١٠	٤٨ ٢٧٨	٦٣ ٣١٧ ٤٣٥	١ صفر صفر	١ صفر	
$\sqrt{١٠}$ = ٣,١٦٢٢٨	$\frac{٤٨}{\sqrt{١٠}}$ = ١٥,١٧٨٩٣	$\frac{٦٣}{\sqrt{١٠}}$ = ١٩,٩٢٢٣٥	$\frac{١}{\sqrt{١٠}}$ = ٠,٣١٦٢٣		
	$\sqrt{٢٧٨ - (\frac{٤٨}{\sqrt{١٠}})^{٢}}$ = ٦,٨٩٩٢٨	$\frac{٣١٧ - (\frac{٤٨}{\sqrt{١٠}})(\frac{٦٣}{\sqrt{١٠}})}{٦,٨٩٩٢٨}$ = ٢,١١٦١٦	$\frac{صفر - (\frac{٤٨}{\sqrt{١٠}})(\frac{١}{\sqrt{١٠}})}{٦,٨٩٩٢٨}$ = −٠,٦٩٥٧٢	$\frac{١}{٦,٨٩٩٢٨}$ = ٠,١٤٤٩٤	
		$\sqrt{٤٣٥ - (\frac{٦٣}{\sqrt{١٠}})^{٢} - (٢,١١٦١٦)^{٢}}$ = ٥,٧٩٨٤٤	[صفر − $(\frac{٦٣}{\sqrt{١٠}})(\frac{١}{\sqrt{١٠}})$ − (٢,١١٦١٦)(−٠,٦٩٥٧٢)] ÷ ٥,٧٩٨٤٤ = −٠,٨٣٢٥٩	صفر − (٢,١١٦١٦) × (٠,١٤٤٩٤) ÷ ٥,٧٩٨٤٤ = −٠,٠٥٢٩٧	$\frac{١}{٥,٧٩٨٤٤}$ = ٠,١٧٢٤٦

وبذلك تكون (س/ س)−١ =

$$= \begin{bmatrix} -٠,٨٣٢٥٩ & -٠,٦٩٥٧٢ & ٠,٣١٦٢٣ \\ -٠,٠٥٢٩٧ & ٠,١٤٤٩٤ & -٠,٦٩٥٧٢ \\ ٠,١٧٢٤٦ & -٠,٠٥٢٩٧ & -٠,٨٣٢٥٩ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -٠,٨٣٢٥٩ & -٠,٦٩٥٧٢ & ٠,٣١٦٢٣ \\ -٠,٠٥٢٩٧ & ٠,١٤٤٩٤ & -٠,٦٩٥٧٢ \\ ٠,١٧٢٤٦ & -٠,٠٥٢٩٧ & -٠,٨٣٢٥٩ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -٠,١٤٣٦ & -٠,٠٥٦٨ & ١,٢٧٧٢ \\ -٠,٠٠٩١ & ٠,٠٢٣٨ & -٠,٠٥٦٨ \\ ٠,٠٢٩٧ & -٠,٠٠٩١ & -٠,١٤٣٦ \end{bmatrix}$$

طريقة دوير لمقلوب المصفوفة :

تعتمد طريقة دوير على تقسيم المصفوفة الى قسمين بشرط أن حاصل ضربها يساوى مقلوب المصفوفة $م^{-١} = ى/ ى$ كما أنه يمكن اختيار مصفوفة أخرى ت بشرط أن م = ت ت/

$$م^{-١} = (ت\ ت/)^{-١} = (ت/)^{-١}\ ت^{-١} = ى/ ى$$

ومن ذلك فان $ى = ت^{-١}$ أو ت ى = I حيث I هى مصفوفة الوحدة وعليه يمكن التوصل من المصفوفة م الى المصفوفة ت/ والمصفوفة ى وهذه هى طريقة دوير لا يجاد مقلوب المصفوفة م .

م	I
ت/	ى

مثال : (Winer et al., 1991 : 900)

أوجد مقلوب المصفوفة م =
$$\begin{bmatrix} ١٦ & ٨ & ٤ \\ ٨ & ٢٩ & ١٢ \\ ٤ & ١٢ & ٨٦ \end{bmatrix}$$

١٦	٨	٤	١		
	٢٩	١٢	صفر	١	
		٨٦	صفر	صفر	١
$\sqrt{١٦} = ٤$	$\frac{٨}{\sqrt{١٦}} = ٢$	$\frac{٤}{\sqrt{١٦}} = ١$	$\frac{١}{\sqrt{١٦}} = ٠,٢٥$		
	$\sqrt{٢٩ - ٢^٢} = ٥$	$\frac{١٢ - ٢ \times ١}{٥} = ٢$	$\frac{صفر - ٢ \times ٠,٢٥}{٥} = -٠,١$	$\frac{١}{٥} = ٠,٢$	
		$\sqrt{٨٦ - ١ \times ٠,٢٥ - ٢(-٠,١)}$	$\frac{صفر - ١ \times ٠,٢٥ - ٢(-٠,١)}{٩}$	$\frac{صفر - ١ \times صفر - ٢(٠,٢)}{٩}$	$\frac{١}{٩}$
		= ٩	= -٠,٠٠٥٥٥	= -٠,٠٤٤٤٤	= ٠,١١١١

والمصفوفة الناتجة فى اليسار = ى =
$$\begin{bmatrix} ٠,٢٥ & & \\ -٠,١ & ٠,٢ & \\ -٠,٠٠٥٥٥ & -٠,٠٤٤٤٤ & ٠,١١١١١ \end{bmatrix}$$

وإذا ضربنا ى/ى ينتج م$^{-١}$

ى ىَ =

$$\begin{bmatrix} \text{٠,٠٠٥٥٥-} & \text{٠,١-} & \text{٠,٢٥} \\ \text{٠,٠٤٤٤٤-} & \text{٠,٢} & \text{٠,١-} \\ \text{٠,١١١١١} & \text{٠,٠٤٤٤٤-} & \text{٠,٠٠٥٥٥-} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{٠,٠٠٥٥٥-} & \text{٠,١-} & \text{٠,٢٥} \\ \text{٠,٠٤٤٤٤-} & \text{٠,٢} & \text{٠,١-} \\ \text{٠,١١١١١} & \text{٠,٠٤٤٤٤-} & \text{٠,٠٠٥٥٥-} \end{bmatrix} =$$

$$\text{م}^{-١} = \begin{bmatrix} \text{٠,٠٠٠٠٦١٧ -} & \text{٠,٠١٩٧٥ -} & \text{٠,٠٧٢٥٣} \\ \text{٠,٠٠٤٩٣٨ -} & \text{٠,٠٤١٩٧٥} & \text{٠,٠١٩٧٥ -} \\ \text{٠,٠١٢٣٤٦} & \text{٠,٠٠٤٩٣٨ - -} & \text{٠,٠٠٠٦١٧ -} \end{bmatrix} =$$

وحاصل ضرب م م$^{-١}$ = $\mathbf{I}$ (مصفوفة الوحدة)

الارتباط الطبيعى : Canonical Correlation

يستخدم الارتباط المتعدد لحساب العلاقة بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة ، أما إذا كان لدينا اكثر من متغير تابع فاننا نستخدم أسلوب احصائى آخر هو Canonical Correlation .

وقد أطلق عليه فؤاد أبو حطب وآمال صادق (١٩٩١) اسم الارتباط الطبيعى . وهو يستخدم لمعرفة العلاقة بين مجموعيتن من المتغيرات : مجموعة متغيرات تابعة ، ومجموعة متغيرات مستقلة . ولذلك يمكن أن يطلق عليه اسم الارتباط التجميعى أو الارتباط الجمعى حيث أنه يجمع كل مجموعة من المتغيرات فى معادلة خطية مستقلة ثم يحسب العلاقة بين التجمعين الخطيين لكل من المتغيرات التابعة والمستقلة .

وفى هذه الحالة يعد الارتباط التجميعى ارتباطاً بسيطاً بين مجموعتين من المتغيرات كل منهما تمثل تجمع خطى معين ، وقد توصل الى هذا الاسلوب هوتلنج عام ١٩٣٥ . وحساب معامل الارتباط الطبيعى (الجمعى) معقد ، حتى فى الحالة البسيطة التى تتضمن متغيرين فى كل مجموعة ، حيث أنها تعتمد على حساب مقلوب المصفوفات وجذورها وحساب عدة معادلات انحدار ،ولذلك تستخدم البرامج الاحصائية فى الحاسب الآلى لهذا الغرض .

واستخدام معامل الارتباط الطبيعى (الجمعى) قليل بسبب تعقد عملياته الحسابية ، كما أن تفسيره قد يكون مشكله فى بعض الحالات . وأحد إستخداماته لحساب أوزان المقاييس الفرعية لبطارية إختبارات بهدف تحسين ثبات الدرجات) Ferguson & Takane, 1989 : 506)

ويهدف الارتباط الطبيعى (الجمعى) الى التوصل الى تباين المتغيرات التابعة الذى يمكن تفسيره من المتغيرات المستقلة . فاذا كان لدينا عدة متغيرات مستقلة ومتغير تابع واحد ، فيمكن اجراء تحليل الانحدار المتعدد للتنبؤ بالمتغير التابع . وكلما زاد عدد المتغيرات المستقلة تتعقد العمليات الحسابية ، مما يستلزم خفض عدد المتغيرات المستقلة واحدى طرق الخفض هى اجراء تحليل عاملى للمتغيرات المستقلة والتوصل الى عدد من العوامل التى تعد متغيرات مستقلة جديدة . وتستخدم درجات هذه العوامل مع درجات المتغير التابع فى حساب معادلة الانحدار المتعدد . أما فى حالة وجودعدة متغيرات تابعة وعدة متغيرات مستقلةجديدة فيمكن خفض عدد كل منهما باجراء تحليل عاملى لكل مجموعة .

على حدة ، والتوصل الى عدد من العوامل (بالطبع أقل من عدد المتغيرات) ، وتستخدم درجات العوامل فى حساب الارتباط الطبيعى (الجمعى) بين مجموعتى العوامل (التابعة والمستقلة) . وهذا ما يحدث فى الارتباط الطبيعى (الجمعى) ، حيث يتم حساب تجمع خطي لكل مجموعة من مجموعتى المتغيرات التابعة والمستقلة ثم تحسب العلاقة الارتباطية بين التجمعين الخطيين . وهذان التجمعان متشابهان مع المكونات الاساسية الناتجة من استخدام التحليل العاملى بطريقة المكونات الاساسية Principal Component ، ويفسر كلامنهما نسبة تباين المتغيرات التى يتضمنها ومربع معامل الارتباط بين التجمعين يسمى بالجذر الكامن Eigenvalue (الذى سنوضحه فى الفصل الخاص بالتحليل العاملى) ، وهو مربع معامل الارتباط الطبيعى (الجمعى) . وكما يحدث فى التحيل العاملى بوجود عدة جذور للمصفوفة Eigenvalues، فيوجد أيضا عدة معاملات إرتباط طبيعية (جمعية) الا أننا نستخدم دائما أول معامل إرتباط ، ومربع معامل الارتباط الطبيعى هو نسبة التباين المشترك بين مجموعتى المتغيرات التابعة والمستقلة (Warwick,1975)

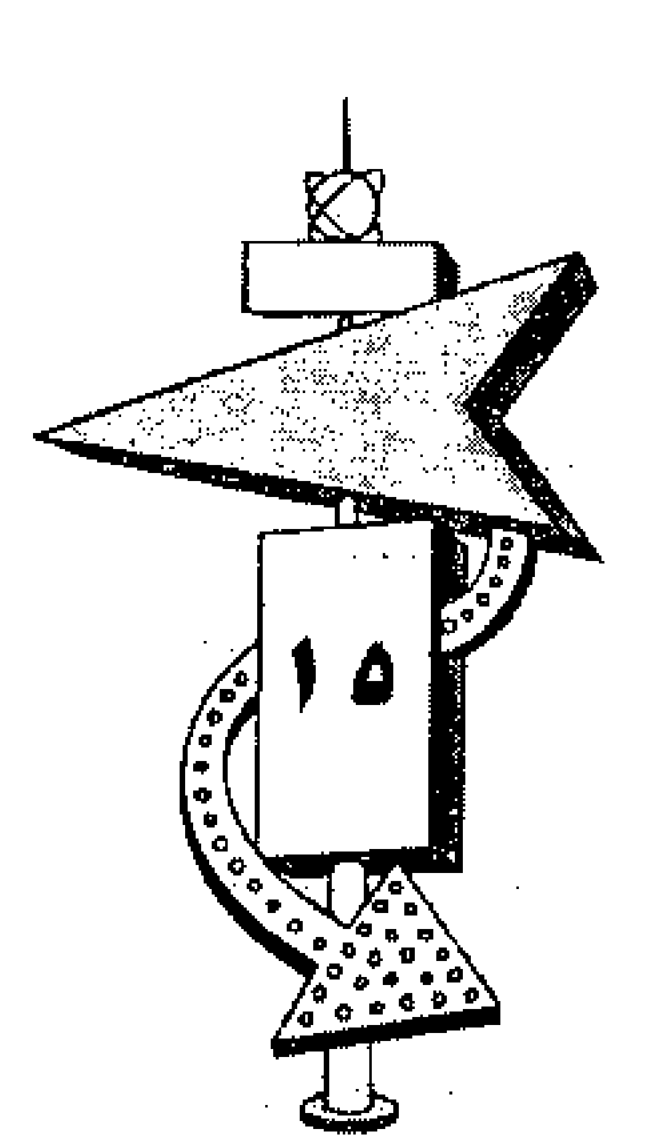
وتدل معاملات الانحدار المعيارية (بيتا) فى كل تجمع خطى على مدى أهمية المتغيرات الاصلية فى هذا التجمع الخطى.

تحليل التمايز : Discriminant Analysis

عند استخدام أسلوب الانحدار المتعدد لمتغير تابع مع عدة متغيرات مستقلة، عادة ما يكون المتغير التابع متصلاً Continuous . أما إذا كان المتغير التابع ثنائى Dichotomous (وهو شئ نادر) مثل إجابة سؤال (١ ، صفر) أو مجموعتين من الافراد (مرضى الاكتئاب ، والعاديون)، وفى هذه الحالة يكون المطلوب التمييز بين المجموعتين باستخدام المتغيرات المستقلة ، ولذلك يتم تعيين درجة (١ ، صفر) للمجموعتين ثم نحسب معامل الارتباط الثنائى Biserial Correlation بين متغير المجموعات والمتغيرات المستقلة . ونجرى تحليل الانحدار المتعدد للتوصل الى معادلة الانحدار بالطريقة السابق توضيحها ، ويكون الناتج معادلة تسمى دالة التمييز Discriminant Fanction . وتدل الاوزان المعيارية (بيتا) للمتغيرات المستقلة فى دالة التمييز على الوزن النسبى لكل متغير مستقل فى الفصل (التمييز) بين المجموعتين .

ويمكن حساب الدرجات المتنبأبها للافراد فى كل مجموعة باستخدام دالة التمييز ، وتمثل هذة الدرجات متغير متصل حيث يمكن التوصل منه الى درجة قطع Cutting Score معينة تميز كل مجموعة عن الاخرى ، وهى الدرجة التى تؤدى الى اكبر تمييز ممكن بين المجموعتين .

وتجد طرق متعددة لتحليل التمايز واختيار المتغيرات المناسبة التى تؤدى الى اكبر تمييز ممكن بين المجموعات ، وليس هذا مجال لتوضيح هذه الاساليب ولمن يرغب فى التعمق يرجع الى (Hubery & Mourad, 1979;Huberty & Smith,1980;Huberety,1990)



الفصل الخامس عشر

تحليل المسار

Path Analysis

الفصل الخامس عشر
تحـــليل المســـار

تحليل المسار أسلوب احصائي إرتباطي يعتمد على تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ويستخدم لوضع احتمال العلاقة السببية بين المتغيرات .

وهو ليس طريقة للكشف عن السببية ، وإنما هو طريقة لاختبار نموذج علاقي معين بين مجموعة متغيرات . فالارتباط المتعدد يستخدم لتحديد العلاقة بين عدة متغيرات يمكن ترتيبها منطقيا في معادلة الانحدار المتعدد وبالنتائج حسب دخولها المعادلة (من طريقة Stepwise) . وتكون المحاولة لمعرفة إذا كان متغير ما متأثرا بالمتغيرات التي تسبقه ، ومقدار إضافته للتنبؤ بالمتغيرالتابع .

أما تحليل المسار فهو يعتمد على نموذج توضيحي للعلاقات بين المتغيرات المختلفة ، بناء على البحوث السابقة والنظريات المتعلقة بظاهرة معينة . ولكنه لايدل على السببية الموكدة مثل التحكم في متغير مستقل تجريبيا وبحث أثره على متغير تابع . وإنما هو خطوة متقدمة عن اسلوب الارتباط البسيط، وبذلك يعد حلقة متوسطة بين السببية الناتجة من الدراسة التجريبية وبين السببية المستنتجة من الارتباط البسيط .

وتحليل المسار أسلوب إحصائي تم التوصل اليه من اكثر من ٧٥ عاما عن طريق سيويل رايت sewell wright عام ١٩٢١ ،وأجرى عليه العديد من الدراسات بعد ذلك . وقدم دنكان Duncan هذا الاسلوب للعلوم الانسانية عام ١٩٦٦ ، حيث نال إهتمام العديد من العلماء مثل Blau & Duncan, 1967) Blalock, 1971 Goldberger,1972;Duncan,1975; Heise,1975; Wolfle, 1977; Anderson, 1978)

لكن هذا الاسلوب قليل الاستخدام في مجال العلوم الانسانية ، وقد يرجع ذلك الى عدم علم الباحثين به أو لسيطرة أساليب احصائية أخرى على تحليل بيانات التصميمات البحثية . وتحليل المسار مشابه لتحليل الانحدار المتعدد حيث نفترض في كل منهما أن يكون الباقي Residual مساريا للصفر ، وتحقق فرض

التجانس المشترك Homoscedasticity، واستقلالية أخطاء المتغيرات عن بعضها البعض ، واستقلالية الاخطاء عن المتغيرات .

كما يعتمد تحليل المسار على فكرة المربعات الصغرىLeast Square المستخدمة في تحليل الانحدار ، وهذه الافتراضات المتضمنة في تحليل الانحدار تستخدم صراحة في تحليل المسار في تفسير العلاقة السببية بين المتغيرات (Wol- fle, 1980)

كما يفترض العلاقات الخطية البسيطة بين كل زوج من المتغيرات.

ويتميز تحليل المسار عن تحليل الانحدار في قلة العمليات الحسابية ، وفي استخدام نتائج التحليل . حيث يستخدم الباحث نتائج تحليل المسار في اعطاء تفسيرات اكثر تفصيلا وتوضيحا للعلاقات بين المتغيرات عن نتائج تحليل الانحدار. ويقدم تحليل المسار الوسيلة لتلخيص نتائج البحوث التجريبية لظاهرة معينة ووضعها في نموذج مترابط لتفسير العلاقات بين متغيرات الظاهرة . وهو يتطلب من الباحث التفكير في نظام السببية وإتصال المتغيرات ببعضها (المسارات) في ضوء الأدلة النظرية والامبريقية المتاحة لتقدير الآثار السببية .

وتوجد عدة نماذج لتحليل المسار هي :

النموذج احادى الاتجاه Recursive ، والنموذج الجماعي Block والنموذج الجماعي احادى الاتجاه Block -recursive ، والنموذج التبادليNon -recrsive .

وسوف نقتصر في هذا الفصل على توضيح النموذج احادى الاتجاه ، أما النماذج الاخرى فهي اكثر تعقيدا وتتطلب عرض تفصيلي لكل منها والذى يحتاج الى مؤلف كامل . فالنموذج الجماعي يتضمن عدة متغيرات تابعة مرتبطة بنفس مجموعة المتغيرات المستقلة وهو يسمح بمقارنة معامل المسار الجزئي مع معامل المسار البسيط لمعرفة حجم التأثيرالمباشر للمعامل البسيط وحجم التأثير المشترك . كما أنه يستخدم لمعرفة مدى تأثير المتغيرات الخارجية على معاملات الارتباط بين المتغيرات الداخلية عن طريق مقارنة الارتباطات البسيطة مع ارتباطات بواقي المتغيرات الداخلية .

أما النموذج الجماعي أحادى الاتجاه فهو يضم النموذجين أحادى الاتجاه والجماعي معا في نموذج واحد . حيث يسمح بتقدير شبكة من الآثار المباشرة ، من خلال تقدير مدى اسهام المتغيرات الداخلية في علاقاتها مع المتغيرات السابقة لها والتالية بعدها، وتقدير مدى إسهام المتغيرات السابقة على الارتباطات بين

المتغيرات التالية ، وقد يختبر الباحث تغايرات البواقي ، وأخيرا قد يقدر الباحث مدى تأثر العلاقات البسيطة بين مجموعة متغيرات معينة ومجموعة المتغيرات التالية لها بمجموعة متغيرات ثالثة . ويبدو أن النموذج الجماعي أحادي الاتجاه معقد ، وكذلك النموذج التبادلي .

وتعتمد جميع النماذج (عدا النموذج التبادلي) في تقديرها لقيم معاملات المسارات على طريقة المربعات الصغرى المستخدمة في الانحدار البسيط . كما أن تقدير مصفوفة معاملات المسارات في حالة تعدد المتغيرات يستخدم مقلوب مصفوفة الارتباطات بين المتغيرات المستقلة (وهي المتغيرات التفسيرية Explan-atory) ، وضربها في مصفوفة إرتباطات المتغير التابع مع المتغيرات المستقلة) Kerliner & Pedhazur,1973)

وقبل توضيح النموذج أحادي الاتجاه سنحدد أنواع المتغيرات المستخدمة في تحليل المسار ، فعند دراسة ظاهرة مايوجد ثلاثة أنواع من المتغيرات هي : متغيرات خارجية Exogenous (مستقلة)، ومتغيرات داخلية Endogenous (تابعة) ، والمتغيرات التي لايتضمنها النموذج المستخدم . كما أن بعض المتغيرات الداخلية قد تكون خارجية لبعض المتغيرات التالية لها في النموذج .

وتحديد نموذج المسارات يعتمد على أدبيات البحث المتعلقة بالظاهرة موضع الاهتمام وهي النظريات والبحوث السابقة والأدلة الامبريقية المختلفة . حيث يضع الباحث نموذجاً يوضح ترتيب المتغيرات وأيها يكون مستقلاً، ثم يحدد المتغيرات التالية (التابعة) التي تتأثر بالمتغيرات المستقلة ، وقد تؤثر المتغيرات التابعة في متغيرات أخرى تالية لها وبذلك تعمل كمتغيرات مستقلة وتابعة في نفس الوقت. وقد يحدد الباحث متغيرات أخرى (عوامل) دخيلة غير متضمنة في النموذج والتي تسمى بمتغيرات البواقي Residuals (Wolfle,1980)

النموذج أحادي الاتجاه: Recrsive Equation Model

يتضمن هذا النموذج اتجاه واحد للمسارات من المتغيرات الخارجية (المستقلة) الى المتغيرات الداخلية (التابعة) . ويقصد بالمسار الخط الواصل بين متغير ومتغير آخر ، ويتحدد المسار باتجاه معين وقيمة محددة تسمى معامل المسار. ولذلك فان المسار أحادي الاتجاه يعني إتجاه السهم النابع من متغير والمؤثر على متغير آخر.

وسوف نرمز للمتغيرات المستقلة والتابعة بالرموز $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ...... ومتغيرات البواقي بالرمز (ى) . أما معاملات المسار فسوف نرمز لها بالرمز م ، ويكون معامل المسار من المتغير $س_١$ الى $س_٢$ هو $م_{٢١}$. ومعاملات المسار هى أوزان مشابهة لأوزان الانحدار (ب أوبيتا) ، إلا أننا سنستخدم الرمز (م) ليدل على معاملات المسارات المعيارية . وقد تكون معاملات المسار عادية مثل معاملات الانحدار (ب) ، أومعاملات مسار معيارية مثل معاملات الانحدار (بيتا) . ويرى دنكان (Duncan, 1975) أنه يفضل استخدام معاملات المسار العادية . ومعامل المسار المعيارى يدل على الوزن النسبي للمتغير

$$\text{معامل المسار المعيارى} = \text{معامل المسار العادى} \times \frac{\text{الانحراف المعيارى للمتغير التابع}}{\text{الانحراف المعيارى للمتغير المستقل}}$$

وهذه المعادلة تشبه معادلة معامل الانحدار المعيارى

$$\text{حيث بيتا} = \text{ب} \times \frac{\text{ع ص}}{\text{ع س}}$$

ومعامل المسار المعيارى من الدرجة الاولى يساوى معامل الارتباط البسيط، أما في حالة وجود عدة مكونات فان علاقة معامل الارتباط البسيط بين متغيرين ومعامل المسار المعيارى تحسب من المعادلة :

$ر_{٢١} = مجـ_{ك}\ م_{١ك}\ ر_{٢ك}$ حيث $ر_{٢١}$ معامل ارتباط المتغيرين (١ ، ٢) مثلا

$م_{١ك}$ معامل مسار من المتغير الاول الى المتغير (ك) ،

$ر_{٢ك}$ معامل ارتباط المتغير الثانى مع المتغير (ك) .

والصورة العامة للمعادلة هى :

$$ر_{وز} = مجـ_{ك}\ م_{وك}\ ر_{زك} \quad \text{.........................} \quad (١)$$

فاذا كان لدينا ثلاثة متغيرات فان :

$$ر_{٢١} = م_{٢١}\ ر_{٢٢} + م_{٣١}\ ر_{٣٢} = م_{٢١} + م_{٣١}\ ر_{٣٢} \quad (\text{حيث}\ ر_{٢٢} = ١)$$

$$ر_{٣١} = م_{٢١}\ ر_{٣٢} + م_{٣١}\ ر_{٣٣} = م_{٢١}\ ر_{٣٢} + م_{٣١} \quad (\text{حيث}\ ر_{٣٣} = ١)$$

مثال (١) : لنموذج أحادى الاتجاه من ثلاثة متغيرات :

إذا مثلنا نموذج أحادى الاتجاه لثلاثة متغيرات كما بالشكل(١٥ – ١)

فاننا نلاحظ أن : المتغيرين $\text{س}_{١}$ ، $\text{س}_{٢}$ هما متغيران مستقلان ، المتغير ($\text{س}_{٣}$) متغير تابع ، بينما المتغير (ى) هو متغير غير متضمن لكنه يؤثر على ($\text{س}_{٣}$) وتكون معادلات النموذج هى :

شكل (١٥-١)

$$\text{س}_{٣} = \text{م}_{٣١}\,\text{س}_{١} + \text{م}_{٣٢}\,\text{س}_{٢} + \text{م}_{ى}\,\text{س}_{ى} \quad ....(٢)$$

وباستخدام الدرجات المعيارية (ذ) للمتغيرات وكذلك معاملات المسار المعيارية فان

$$\text{ذ}_{٣} = \text{م}_{٣١}\,\text{ذ}_{١} + \text{م}_{٣٢}\,\text{ذ}_{٢} + \text{م}_{ى}\,\text{ذ}_{ى} \quad ....(٣)$$

ويضرب المعادلة فى $\text{ذ}_{١}$ والجمع لأفراد العينة فان

$$\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}\,\text{ذ}_{٣} = \text{م}_{٣١}\,\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}^{٢} + \text{م}_{٣٢}\,\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}\,\text{ذ}_{٢} + \text{م}_{ى}\,\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}\,\text{ذ}_{ى}$$

وحيث أن $\dfrac{\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}\,\text{ذ}_{٣}}{\text{ن}} = \text{ر}_{٣١}$ ، $\dfrac{\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}^{٢}}{\text{ن}} = ١$ ، $\dfrac{\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}\,\text{ذ}_{٢}}{\text{ن}} = \text{ر}_{٢١}$

فإن : $\text{ر}_{٣١} = \text{م}_{٣١} + \text{م}_{٣٢}\,\text{ر}_{٢١}$ ....(٤) (حيث $\text{مجـ}\,\text{ذ}_{١}\,\text{ذ}_{ى} = \text{صفر}$)

$$\text{م}_{٣١} = \text{ر}_{٣١} - \text{م}_{٣٢}\,\text{ر}_{٢١}$$

وباستخدام المعادلة (٣) والضرب في $\text{ذ}_{٢}$ ثم الجمع والقسمة على (ن) فإن :

$$\text{ر}_{٣٢} = \text{م}_{٣١}\,\text{ر}_{٢١} + \text{م}_{٣٢} \quad ....(٥)$$

$$\text{م}_{٣٢} = \text{ر}_{٣٢} - \text{م}_{٣١}\,\text{ر}_{٢١}$$

كذلك $\text{ر}_{٣٣} = \text{م}_{٣١}\,\text{ر}_{٣١} + \text{م}_{٣٢}\,\text{ر}_{٣٢} + \text{م}_{ى}\,\text{ر}_{٣ى}$

(حيث أن $\text{ر}_{٣٣} = ١$ ، $\text{ر}_{٣ى} = \text{م}_{ى}$ لأن المتغير ى مرتبط مع $\text{س}_{٣}$ فقط فيكون معامل مسارهما المعيارى يساوى معامل الارتباط البسيط)

$$١ = م_{٣١} ر_{٣١} + م_{٣٢} ر_{٣٢} + م_{ى}^{٢} \quad \text{.............. (٦)}$$

وبحل المعادلات ٤ ، ٥ ، ٦ يمكن التوصل الى :

$$م_{ى}^{٢} = ١ - (م_{٣١} ر_{٣١} + م_{٣٢} ر_{٣٢}) = ١ - ر^{٢} \quad ،$$

$$م_{ى} = \sqrt{١ - ر^{٢}} \quad \text{.............. (٧)}$$

حيث $ر^{٢}$ = مربع معامل الارتباط المتعدد بين $س_{٣}$ وكلاً من $س_{١}$ ، $س_{٢}$

حيث أن $م_{٣٢} = ر_{٣٢} - م_{٣١} ر_{١٢}$

فــإن $م_{٣١} = ر_{٣١} - م_{٣٢} ر_{١٢}$

$$= ر_{٣١} - (ر_{٣٢} - م_{٣١} ر_{١٢}) ر_{١٢}$$

$$= ر_{٣١} - ر_{١٢} ر_{٣٢} + م_{٣١} ر_{١٢}^{٢}$$

$$م_{٣١} - م_{٣١} ر_{١٢}^{٢} = ر_{٣١} - ر_{١٢} ر_{٣٢}$$

$$م_{٣١} (١ - ر_{١٢}^{٢}) = ر_{٣١} - ر_{١٢} ر_{٣٢}$$

وتكون $$م_{٣١} = \frac{ر_{٣١} - ر_{١٢} ر_{٣٢}}{١ - ر_{١٢}^{٢}} \quad \text{.............. (٨)}$$

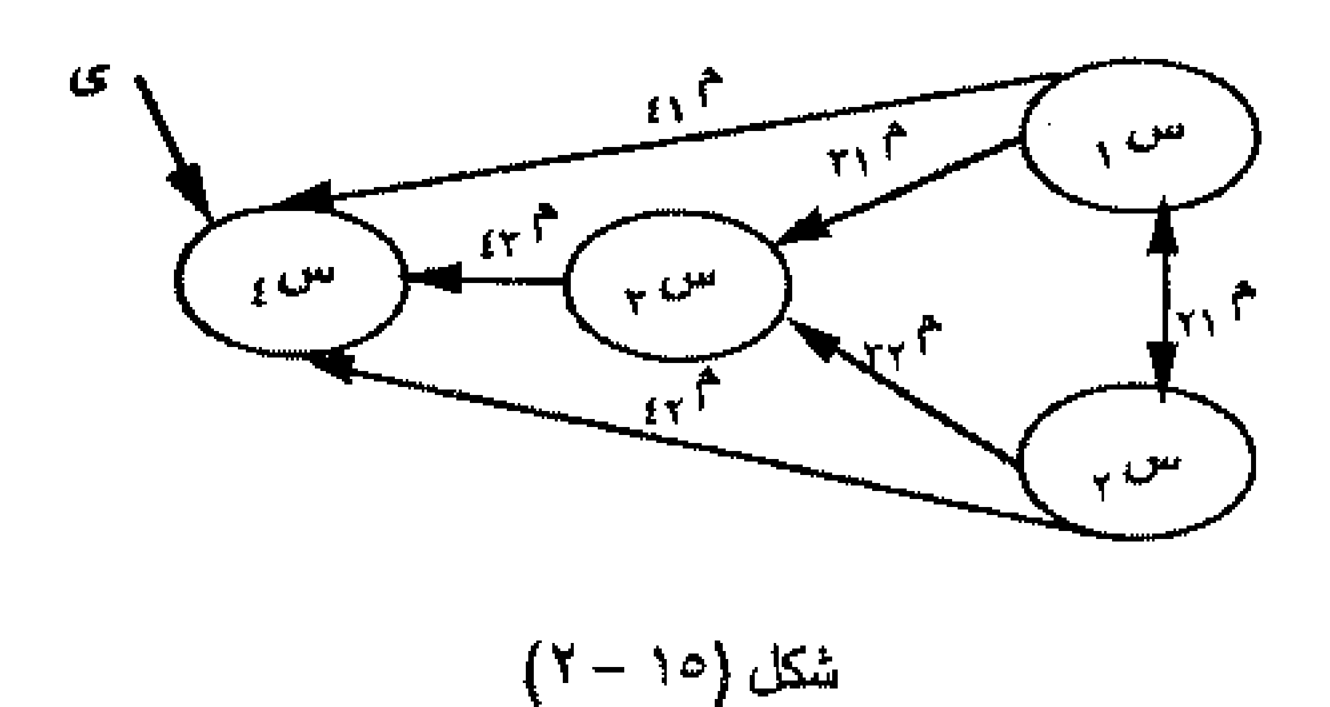
وبالمثل $$م_{٣٢} = \frac{ر_{٣٢} - ر_{١٢} ر_{٣١}}{١ - ر_{١٢}^{٢}} \quad \text{.............. (٩)}$$

ومعاملات المسارات $م_{٣١}$ ، $م_{٣٢}$ هما أوزان الانحدار المعيارية (بيتا) ، وهما الأثر المباشر للمتغيرين (١ ، ٢) على المتغير (٣) . أما الأثر غير المباشر للمتغير (١) على أى متغير = $ر_{هـ} - م_{هـ}$

وتستخدم المعادلات ٧ ، ٨ ، ٩ فى حساب معاملات المسار $م_{٣١}$ ، $م_{٣٢}$ ، $م_{ى}$.

مثال(٢) : نموذج أحادى الاتجاه يتضمن أربعة متغيرات

يتضح من الشكل (١٥ – ٢) أن النموذج يتضمن أربعة متغيرات بالاضافة الى المتغير (ى) الذى يؤثر على المتغير التابع $س_{٤}$.



شكل (١٥ – ٢)

كما أن المتغيرين $س_{١}$ ، $س_{٢}$ هما متغيران مستقلان يؤثران على المتغيرين $س_{٣}$ ، $س_{٤}$. والمتغير $س_{٣}$ يؤثر على المتغير $س_{٤}$ ، بمعنى أن $س_{٣}$ يعمل كمتغير تابع (بالنسبة الى $س_{١}$ ، $س_{٢}$) ومتغير مستقل (بالنسبة للمتغير $س_{٤}$) .

وقد توجد متغيرات بواقى أخرى تؤثر على $س_{٣}$ ، وأخرى تؤثر على $س_{١}$ ، $س_{٢}$ وهكذا مما يؤدى الى تعقد النموذج . ومثل هذه المتغيرات تعتمد على الظاهرة موضوع الدراسة . لاحظ أن المتغيرين $س_{١}$ ، $س_{٢}$ مستقلان بالنسبة للمتغيرين $س_{٣}$ ، $س_{٤}$ لكنهما مرتبطين ببعضهما البعض.

ومعادلات النموذج (شكل ١٥ – ٢) هى:

$$س_{٣} = م_{٣١} س_{١} + م_{٣٢} س_{٢} ،$$

$$س_{٤} = م_{٤١} س_{١} + م_{٤٢} س_{٢} + م_{٤٣} س_{٣} + م_{ى} س_{ى}$$

وباستخدام الدرجات المعيارية (ذ) ومعاملات المسار المعيارية أيضا فان :

$$ذ_{٣} = م_{٣١} ذ_{١} + م_{٣٢} ذ_{٢} \quad ، \quad \text{.............. (١٠)}$$

$$ذ_{٤} = م_{٤١} ذ_{١} + م_{٤٢} ذ_{٢} + م_{٤٣} ذ_{٣} + م_{ى} ذ_{ى} \quad \text{.............. (١١)}$$

وباستخدام المعادلتين (١٠) ، (١١) يمكن التوصل الى حساب قيم معاملات المسارات $م_{٣١}$ ، $م_{٣٢}$ ، $م_{٤١}$ ، $م_{٤٢}$ ، $م_{٤٣}$ ، $م_{ى}$

حيث ينتج من المعادلة (١٠) ما يلى :

$$ر_{٣١} = م_{٣١} + م_{٣٢} ر_{٢١}$$

$$ر_{٣٢} = م_{٣١} ر_{٢١} + م_{٣٢}$$

$$ر_{٣٣} = م_{٣١} ر_{٣١} + م_{٣٢} ر_{٣٢} = ١$$

ومن المعادلة (١١) ينتج أن :

$$١ = م_{٤١} ر_{٤١} + م_{٤٢} ر_{٤٢} + م_{٤٣} ر_{٤٣} + م_{ى}^{٢}$$

وتكون $م_{ى}^{٢} = ١ - (م_{٤١} ر_{٤١} + م_{٤٢} ر_{٤٢} + م_{٤٣} ر_{٤٣})$

$م_{ى}^{٢} = ١ - ر^{٢}$ حيث $ر^{٢}$ = مربع الارتباط المتعدد بين $س_{٤}$ والمتغيرات الثلاثة

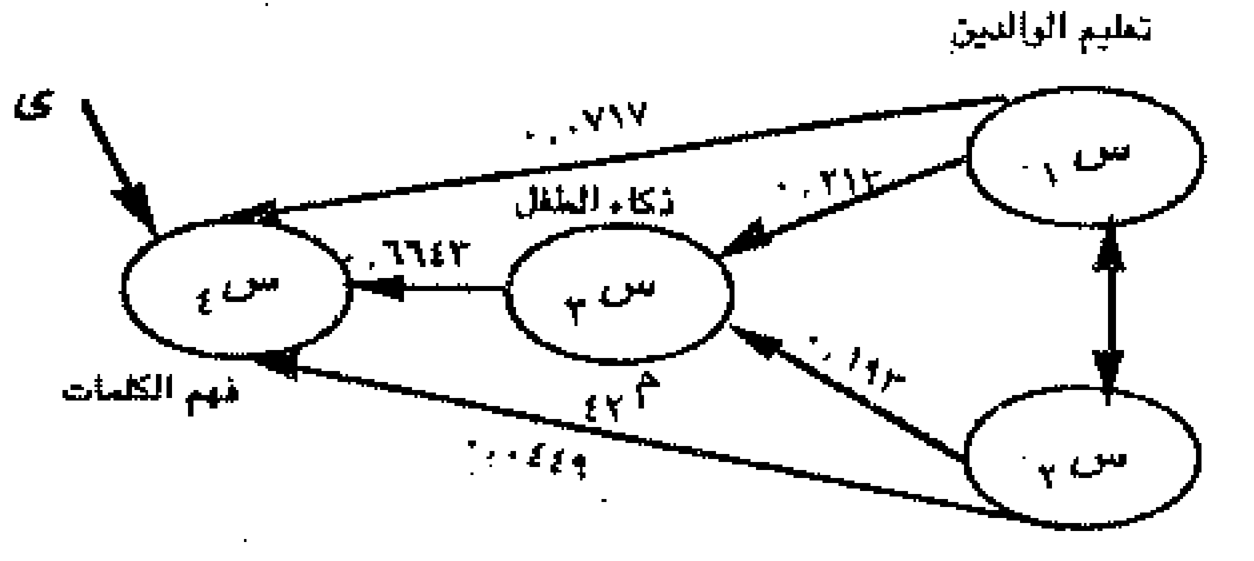
$$م_{ى} = \sqrt{١ - ر^{٢}}$$

مثال عددى (١) : نعرض المثال التالى فى حالة أربعة متغيرات مأخوذ عن (Wolfe,1980)

جدول (١٥ - ١)

معاملات الإرتباط البسيط بين المتغيرات الأربعة

المتغير		تعليم الوالدين	المستوى الاقتصادى	ذكاء الطفل	فهم الكلمات
س ١	تعليم الوالدين	١			
س ٢	المستوى الاقتصادى	٠,٥	١		
س ٣	ذكاء الطفل	٠,٣١	٠,٣	١	
س ٤	فهم الكلمات	٠,٣	٠,٢٨	٠,٧	١



شكل (١٥-٣)

معادلات النموذج فى صورة درجات معيارية هى :

$$\text{ذ}_{٣} = \text{م}_{٣١}\,\text{ذ}_{١} + \text{م}_{٣٢}\,\text{ذ}_{٢} \quad ، \quad \text{ذ}_{٤} = \text{م}_{٤١}\,\text{ذ}_{١} + \text{م}_{٤٢}\,\text{ذ}_{٢} + \text{م}_{٤٣}\,\text{ذ}_{٣}$$

ومنها

$$\text{م}_{٣١} = \frac{\text{ر}_{٣١} - \text{ر}_{٢١}\,\text{ر}_{٣٢}}{١ - \text{ر}_{٢١}^{٢}} = \frac{٠,٣١ - ٠,٥ \times ٠,٣}{١ - (٠,٥)^{٢}} = ٠,٢١٣$$

$$\text{م}_{٣٢} = \frac{\text{ر}_{٣٢} - \text{ر}_{٢١}\,\text{ر}_{٣١}}{١ - \text{ر}_{٢١}^{٢}} = \frac{٠,٣٠ - ٠,٥ \times ٠,٣١}{١ - (٠,٥)^{٢}} = ٠,١٩٣$$

$$\text{م}_{٤١} = \text{ر}_{٤١} - \text{م}_{٤٢}\,\text{ر}_{٢١} - \text{م}_{٤٣}\,\text{ر}_{٣١}$$

$$\text{م}_{٤٢} = \text{ر}_{٤٢} - \text{م}_{٤١}\,\text{ر}_{٢١} - \text{م}_{٤٣}\,\text{ر}_{٣٢}$$

$$\text{م}_{٤٣} = \text{ر}_{٤٣} - \text{م}_{٤١}\,\text{ر}_{٣١} - \text{م}_{٤٢}\,\text{ر}_{٣٢}$$

وبحل هذه المعادلات الثلاث معا ينتج مايلى :

$$\text{م}_{٤٣} = \frac{(١ - \text{ر}_{٢١}^{٢})(\text{ر}_{٢١}\,\text{ر}_{٤٣} - \text{ر}_{٤١}\,\text{ر}_{٣٢}) + (\text{ر}_{٣٢} - \text{ر}_{٣١}\,\text{ر}_{٣١})(\text{ر}_{٤١} - \text{ر}_{٣١}\,\text{ر}_{٤٣})}{(١ - \text{ر}_{٢١}^{٢})(\text{ر}_{٢١} - \text{ر}_{٣١}\,\text{ر}_{٣٢}) + (\text{ر}_{٣٢} - \text{ر}_{٣١}\,\text{ر}_{٣١})(\text{ر}_{٣١} - \text{ر}_{٣١}\,\text{ر}_{٣٢})}$$

وبالتعويض عن قيم معاملات الارتباط

$$\text{م}_{٤٣} = \frac{(١ - ٠,٢٥)(٠,٥ \times ٠,٧ - ٠,٣ \times ٠,٣) + (٠,٣ - ٠,٥ \times ٠,٣١)(٠,٣ - ٠,٥ \times ٠,٢٨)}{(١ - ٠,٢٥)(٠,٥ - ٠,٣١ \times ٠,٣) + (٠,٣ - ٠,٥ \times ٠,٣١)(٠,٣١ - ٠,٥ \times ٠,٣)}$$

$$= \frac{٠,١٩٥ + ٠,٠٢٣٢}{٠,٣٠٥٢٥ + ٠,٠٢٣٢} = \frac{٠,٢١٨٢}{٠,٣٢٨٤٥} = ٠,٦٦٤٣$$

لاحظ إننا إستخدمنا أربعة أو خمسة أرقام عشرية لضمان دقة حساب المعاملات .

$$\text{م}_{\text{٤١}} = \frac{\text{ر}_{\text{٤١}} - \text{ر}_{\text{٢١}}\,\text{ر}_{\text{٤٢}} - \text{م}_{\text{٤٣}}\,(\text{ر}_{\text{٣١}} - \text{ر}_{\text{٢١}}\,\text{ر}_{\text{٣٢}})}{(\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٢١}})}$$

$$= \frac{\text{٠,٣} - \text{٠,٥} \times \text{٠,٢٨} - \text{٠,٦٦٤٣}\,(\text{٠,٣١} - \text{٠,٥} \times \text{٠,٣})}{(\text{١} - \text{٠,٢٥})}$$

$$= \frac{\text{٠,٣} - \text{٠,١٤} - \text{٠,١٠٦٢٣}}{\text{٠,٧٥}} = \text{٠,٠٧١٧}$$

$$\text{م}_{\text{٤٢}} = \text{ر}_{\text{٤٢}} - \text{م}_{\text{٤١}}\,\text{ر}_{\text{٢١}} - \text{م}_{\text{٤٣}}\,\text{ر}_{\text{٣٢}}$$

$$= \text{٠,٢٨} - \text{٠,٠٧١٧} \times \text{٠,٥} - \text{٠,٦٦٤٣} \times \text{٠,٣} = \text{٠,٠٤٤٩}$$

وبذلك يكون الأثر المباشر للمتغير الاول (مستوى تعليم الوالدين) على المتغير الرابع (فهم الكلمات عند الاطفال) يساوى $\text{م}_{\text{٤١}}$ = ٠,٠٧١٧

أما الأثر غير المباشر = $\text{ر}_{\text{٤١}} - \text{م}_{\text{٤١}}$ = ٠,٣ − ٠,٠٧١٧ = ٠,٢٢٨٣

والاثر المباشر للمتغير الثانى (المستوى الاقتصادى والاجتماعى) على المتغير الرابع(فهم الكلمات) هو $\text{م}_{\text{٤٢}}$ = ٠,٠٤٤٩

بينما الاثر غير المباشر للمتغير الثانى على المتغير الرابع = $\text{ر}_{\text{٤٢}} - \text{م}_{\text{٤٢}}$

= ٠,٢٨ − ٠,٠٤٤٩

= ٠,٢٣٥١

والاثر المباشر للمتغير الثالث (ذكاء الطفل) على المتغير الرابع (فهم الكلمات) = $\text{م}_{\text{٤٣}}$ = ٠,٦٦٤٣ بينما الأثر غير المباشر = ٠,٧ − ٠,٦٦٤٣ = ٠,٠٣٥٧

وكذلك الأثر المباشر لمستوى تعليم الوالدين على ذكاء الطفل = $\text{م}_{\text{٣١}}$ = ٠,٢١٣

والاثر غير المباشر = $\text{ر}_{\text{٣١}} - \text{م}_{\text{٣١}}$ = ٠,٣١ − ٠,٢١٣ = ٠,٠٨٧

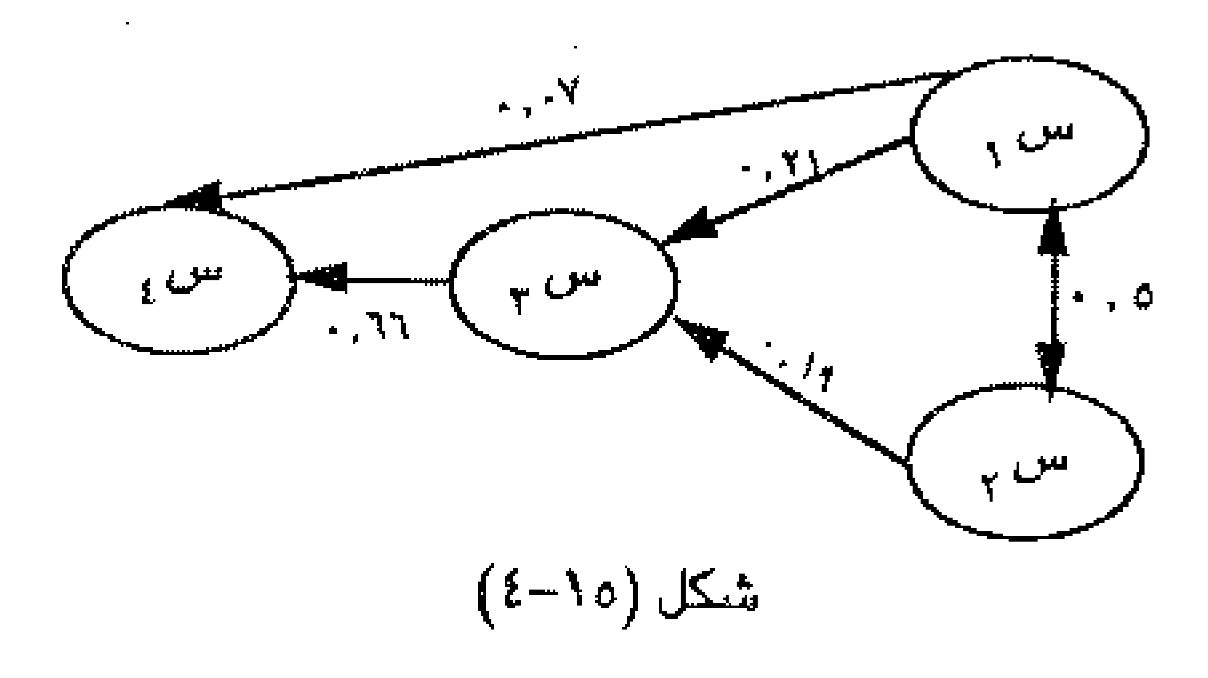
أما الأثر المباشر للمستوى الاقتصادى على ذكاء الطفل = $\text{م}_{\text{٣٢}}$ = ٠,١٩٣

والأثر غير المباشر= $\text{ر}_{\text{٣٢}} - \text{م}_{\text{٣٢}}$ = ٠,٣ − ٠,١٩٣ = ٠,١٠٧

ويتضح من النتائج أن الأثر المباشر للذكاء على فهم الكلمات مرتفع عن الأثر غير المباشر ، وكذلك الأثر المباشر لكل من مستوى تعليم الوالدين والمستوى الاقتصادى الاجتماعى على ذكاء الاطفال أعلى من الأثر غير المباشر.

وعندما يكون الأثر المباشر لمتغير على متغير آخر ضعيفا فيمكن اهمال المسار الذى يربط بينهما، ويعاد تخطيط النموذج مرة أخرى.

ومن النتائج السابقة يتضح أن الأثر المباشر للمستوى الاقتصادى الاجتماعى على فهم الكلمات ضعيف (٠,٠٤٤٩) ، وبالتالى يمكن اهمال المسار بين المستوى الاقتصادى الاجتماعى وفهم الكلمات ويصبح النموذج كما بالشكل (١٥ – ٤) .



شكل (١٥-٤)

وقد يرى البعض أن الأثر المباشر بين مستوى تعليم الوالدين وفهم الاطفال للكلمات (٠,٠٧) أثرا ضعيفا وبالتالى يلغى هذا المسار . وعموما بعد تعديل المسار يجب إعادة حساب معاملات المسار للنموذج المعدل ، ثم استخدامها فى حساب معاملات الارتباط بين كل متغيرين ومقارنتها بمعاملات الارتباط الاصلية.

وتكون معاملات المسار الجديدة $\text{م}_{٤١}$ ، $\text{م}_{٤٣}$ أما $\text{م}_{٣١}$ ، $\text{م}_{٣٢}$ فتبقى كما حسبت من قبل ومعادلة النموذج بشأن $\text{س}_{٤}$ هى : $\text{ذ}_{٤} = \text{م}_{٤١}\,\text{ذ}_{١} + \text{م}_{٤٣}\,\text{ذ}_{٣}$

ومنها $\text{م}_{٤١} = \text{ر}_{٤١} - \text{م}_{٤٣}\,\text{ر}_{٣١}$

$\text{م}_{٤٣} = \text{ر}_{٤٣} - \text{م}_{٤١}\,\text{ر}_{٣١}$

وبحل المعادلتين معا ينتج أن :

$$\text{م}_{٤١} = \frac{\text{ر}_{٤١} - \text{ر}_{٣١}\,\text{ر}_{٤٣}}{(١ - \text{ر}^{٢}_{٣١})} = \frac{٠,٣ - ٠,٣١ \times ٠,٧}{[١ - (٠,٣١)^{٢}]} = ٠,٠٩١٨$$

$$م_{٤٣} = \frac{ر_{٤٣} - ر_{٣١}\, ر_{٤١}}{(١ - ر_{٣١}^{٢})} = \frac{٠,٧ - ٠,٣١ \times ٠,٣}{١ - (٠,٣١)} = ٠,٦٧١٥$$

ومن الواضح أن الأثر المباشر لكل من مستوى تعليم الوالدين ، وذكاء الاطفال على فهم الكلمات قد إزداد بعد تعديل النموذج . ويمكن حساب معاملات الارتباط البسيط الجديدة بين المتغيرات بعد تعديل النموذج وهي :

$$ر_{٣٢} = \frac{\text{مجـ}\, ذ_{٢}\, ذ_{٣}}{ن} = \frac{\text{مجـ}\, ذ_{٢}\, (م_{٣١}\, ذ_{١} + م_{٣٢}\, ذ_{٢})}{ن}$$

$$= م_{٣١}\, ر_{٢١} + م_{٣٢} = ٠,٢٩٩٥$$

$$ر_{٤١} = \frac{\text{مجـ}\, ذ_{١}\, ذ_{٤}}{ن} = \frac{١}{ن}\text{مجـ}\, ذ_{١}\, (م_{٤١}\, ذ_{١} + م_{٤٣}\, ذ_{٣})$$

$$= م_{٤١} + \frac{م_{٤٣}}{ن}\, \text{مجـ}\, ذ_{١}\, (م_{٣١}\, ذ_{١} + م_{٣٢}\, ذ_{٢})$$

$$ر_{٤١} = م_{٤١} + م_{٤٣}\, (م_{٣١} + م_{٣٢}\, ر_{٢١})$$

$$= ٠,٠٩١٨ + ٠,٦٧١٥\, (٠,٢١٣ + ٠,١٩٣ \times ٠,٥) = ٠,٢٩٩٦$$

$$ر_{٤٢} = \frac{\text{مجـ}\, ذ_{٢}\, ذ_{٤}}{ن} = \frac{١}{ن}\text{مجـ}\, ذ_{٢}\, (م_{٤١}\, ذ_{١} + م_{٤٣}\, ذ_{٣})$$

$$= م_{٤١}\, ر_{٢١} + \frac{م_{٤٣}}{ن}\, \text{مجـ}\, ذ_{٢}\, (م_{٣١}\, ذ_{١} + م_{٣٢}\, ذ_{٢})$$

$$= م_{٤١}\, ر_{٢١} + م_{٤٣}\, (م_{٣١}\, ر_{٢١} + م_{٣٢})$$

$$= ٠,٠٩١٨٨ \times ٠,٥ + ٠,٦٧١٥\, (٠,٢١٣ \times ٠,٥ + ٠,١٩٣) = ٠,٢٤٧$$

$$ر_{٤٣} = \frac{\text{مجـ}\, ذ_{٣}\, ذ_{٤}}{ن} = \frac{١}{ن}\text{مجـ}\, ذ_{٣}\, (م_{٤١}\, ذ_{١} + م_{٤٣}\, ذ_{٣})$$

$$= \frac{١}{ن}\text{مجـ}\, م_{٤١}\, ذ_{١}\, ذ_{٣} + م_{٤٣}$$

$$ر_{٤٣} = \frac{م_{٤١}}{ن} مجـ ذ_{١} (م_{٣١} ذ_{١} + م_{٣٢} ذ_{٢}) + م_{٤٣}$$

$$= م_{٤١} م_{٣١} + م_{٤١} م_{٣٢} ر_{٢١} + م_{٤٣}$$

$$= ٠,٠٩١٨ \times ٠,٢١٣ + ٠,٠٩١٨ \times ٠,١٩٣ \times ٠,٥ + ٠,٦٧١٥$$

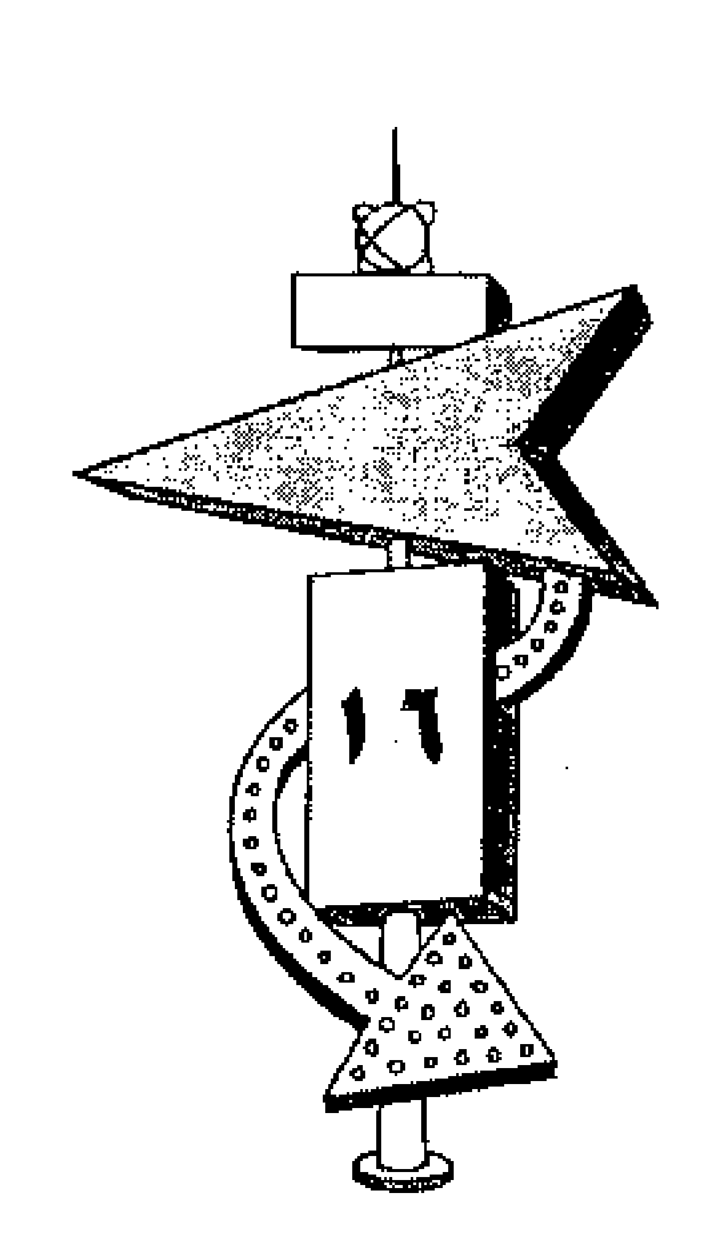
$$= ٠,٠١٩٦ + ٠,٠٠٨٩ + ٠,٦٧١٥ = ٠,٦٤٦$$

وبمقارنة معاملات الارتباط البسيط المقدرة باستخدام معاملات المسار مع معاملات الارتباط الأصلية يتضح وجود اختلاف بسيط في معامل الارتباط بين المستوى الاقتصادي الاجتماعي وفهم الكلمات (٠,٢٤٧ بدلا ٠,٢٨) وكذلك معامل الارتباط بين ذكاء الاطفال وفهم الكلمات (٠,٦٤٦ بدلا من ٠,٧) .

واذا كانت الفروق بين معاملات الارتباط المقدرة والاصلية ضئيلة فاننا نستنتج أن البيانات متسقة مع نموذج المسارات المعدل .

ولذلك يجب توخي الحذر والدقة عند اقتراح نموذج مسارات ، فاذا كان النموذج غير منطقي أو ليس له أسس علمية فاننا لا نستطيع مطابقة البيانات مع النموذج المقترح .

وفي حالة وجود عدد كبير من المتغيرات فان المسارات تتعقد وبالتالي يستلزم استخدام الحاسوب في اجراء تحليل المسار ، ويمكن استخدام برامج Spss لتحليل المسار.



الفصل السادس عشر

التحليل العاملي

Factor Analysis



الفصل السادس عشر

التحليل العاملي

التحليل العاملى هو طريقة احصائية متعددة المتغيرات تستخدم فى تحليل البيانات أو مصفوفات الارتباط (وهى معاملات ارتباط بسيط) ، أو مصفوفات التباينات (للمتغيرات وحواصل ضربها) . ويكون الهدف هو توضيح العلاقات بين تلك المتغيرات ، وينتج عنها عدد من المتغيرات الجديدة (المفترضة) تسمى بالعوامل . وعادة ما تكون البيانات هى درجات أفراد على متغيرات نفسية أو اجتماعية أو تربوية . ويرجع أصل التحليل العاملى الى التربية وعلم النفس ثم إنتشر استخدامها بعد ذلك فى مجالات الاقتصاد والانثروبولوجى والفسيولوجى وغيرها .

وقد اعتمد ظهور التحليل العاملى على دراسات فى مجالى علم النفس والبيولوجى مثل دراسات جالتون فى القرن التاسع عشر ونظرية مندل عن الوارثة عام ١٨٦٦ وبحوث جاوس فى الوراثة أيضا . وقد تم توصيف نتائج هذه الدراسات توصيفا تراكميا للخصائص الوراثية أدت إلى التفكير فى وجود أسلوب مناسب لها . وبذلك مهدت هذه الدراسات الطريق لوجود الاساليب الاحصائية التى تناسب تلك المشكلات .

وقد توصل بيرسون فى نهاية القرن التاسع عشر إلى قانون الارتباط الخطى البسيط المعلوم لدينا ، كما أجرى يول عام ١٨٩٧ دراسة جيدة عن الارتباط المتعدد والارتباط الجزئى . وفى عام ١٩٠٠ توصل العلماءإلى وضع أفكار عن تحليل يتضمن عدة متغيرات . وكانت درسة بيرسون عام ١٩٠١ عن الخطوط والسطوح والفراغ هى أساس أسلوب التحليل العاملى المعروف باسم (Mulaik, 1977) principal Axes .

وقد سارع سبيرمان ، عالم النفس المشهور ، إلى اجراء دراسة نفسية متبعا الطريقة الجديدة فى التحليل لإثبات نظريته فى الذكاء بأن الأنشطة العقلية تنتج من قدرة عقلية عامة وقدرات نوعية ، وأدى ظهور أول نموذج للتحليل العاملى عام ١٩٠٤ عن التكوين العقلى وسميت النظرية باسم نظرية العاملين . حيث لاحظ

سبيرمان وجود علاقة مشتركة بين ستة متغيرات عقلية أطلق عليها العامل العام ، كما لاحظ أيضا وجود عوامل خاصة بتلك المتغيرات أطلق عليها اسم العوامل النوعية . وقد اختلف العلماء الانجليز مع سبيرمان ومنهم تومبسون وسيرل بيرت وفيليب ڤرنون بشأن نموذج سبيرمان . إلا أن نموذج سبيرمان دعمته دراسات جرانت Granett عام ١٩١٩ وثرستون عام ١٩٣١ بوضع أسس لعوامل متعددة .

وقد تبع سبيرمان العديد من الدراسات التى قام بها علماء آخرون مثل تومسون وسبيرمان وهو تلنج Hotelling وجنيلفورد . ففى عام ١٩٣١ تمكن ثرستون بجامعة شيكاغو من التوصل إلى نظرية العوامل المتعددة فى التكوين العقلى . وبذلك فهو قد إختلف إيضا مع العلماء الانجليز فى نظرية العاملين أو العوامل المتتابعة التى تحدث عنها ڤرنون وغيره . ثم ظهرت عدة كتب عن التحليل العاملى لكل من: كيلى (Kelly,1935) ، وبيرت (Burt,1941)، وثرستون (Thurston, 1947)، تومسون (Thomson, 1951) وكاتل Cattall, 1952)، وفروتشتر (Fruchter,1954)، وهنريسون(Henrysson,1957)، وهارمان Har-) man,1960) وغيرهم .

كما ساهم علماء الاحصاء الرياضى فى تطوير أسلوب التحليل العاملى ونذكر منهم : هوتلنج (Hotelling.1933) ، ولاولى lawley, 1940, 1956,) 1958)، وبارتلت (Bartlett,1948) ، وجتمان (Guttman, 1953,1954)، وراو (Rao,1952,1955) ، وأهماڤارا (Ahmavaara,1954)، وأندرسون وروبن (Anderson & Rubin,1956) . كما ساهمت الدراسات الحديثة لكل من كارول (Carroll,1953)، وفيرجسون (Ferguson, 1954)، وكايزر(Kaiser, 1958) وغيرها فى وضع أسس لتدوير المحاور وتحديد عدد العوامل . وتم اقتباس اسلوب التحليل العاملى من علم النفس الى عدد من العلوم الاخرى مثل علم الاجتماع عن طريق جولدنر (Gouldner,1957) ، والتربية الرياضية (Cureton,1947) والاقتصاد (Quenouille,1957)، والانثروبولوجى (Driver,1956)، والفسيولوجى (Mefferd,1965) وغيرها من العلوم المختلفة .

وقد ساهم تطور الحاسب الآلى فى الخمسينيات فى إجراء العمليات الحسابية للتحليل العاملى ، إلا أن العلماء لم يستطيعوا التفرقة فى ذلك الوقت بين التكوين البسيط والتكوين المفترض نظريا ، ولذلك فان فترة نهاية الخمسينيات وحتى أوائل الستينيات من القرن العشرين كان يستخدم فيها التحليل العاملى إستخداما غير مدروسًا . فقد استخدم التحليل العاملى بكثرة لبحث تكوين النظريات النفسية والاجتماعية والفيزيقية والكيميائية ، كما استخدمت بيانات متعددة موضوعية

وذاتية وإسقاطية على أمل أن يوضح التحليل العاملي تصنيف وترتيب المتغيرات والعلاقات بينها . ولكن أفضل ما يمكن أن يتوصل إليه التحليل العاملي فى ذلك الوقت هو تجميع عدة بنود أو متغيرات في مجموعات متشابهة المحتوى ولكنها لاتصل الى مرحلة وضع نظريات ، وإنما تؤدى إلى وضع تصنيفات للبنود أو المتغيرات.

وفى النصف الثاني من الستينيات فى القرن العشرين بدأ إستخدام التحليل العاملي فى اختبار صحة الفروض ، وذلك عندما أجرى موسير Mosier عام ١٩٣٩ دراسته التى نشرت فى مجلة سيكومتريكا Psychometrica حيث استخدم طريقة لتحويل العوامل الناتجة تحويلاً خطيا حتى تتشابه مع مصفوفة العوامل المتوقعة للتكوين المفترض . وبعد ذلك يتم إختبار المصفوفة الناتجة من حيث درجتها ومدى ملاءمتها للتكوين المفترض وسمى هذا النظام باسم Procrustean وإستخدم جيلفورد هذا الاسلوب فى عزل العوامل عام ١٩٦٧ لإثبات نظريته عن التكوين العقلي .

وقد استخدم عدد من العلماء (فى ذلك الوقت) التحليل العاملي لاختبار الفروض ومدى ملائمة النموذج المفترض للبيانات . وأجرى العديد من الباحثين من علماء علم النفس وعلماء الاحصاء الرياضى دراسات عن معالم التحليل العاملي وعلاقة الناتج بالتكوين المفترض ومدى ملائمة ذلك للنظريات . وتم تطوير عدة طرق للتحليل العاملي مما شجع الباحثين على استخدامه ومحاولة التوصل الى النظريات التى تتسق مع البيانات ، وبذلك يكون للتحليل العاملي فوائد كثيرة فى تطوير النظريات النفسية القائمة والمستخدمة (mulaik,1977) .

والمهمة الاساسية للتحليل العاملي هى تحليل بيانات المتغيرات للتوصل الى مكونات تتضمنها تلك المتغيرات . حيث يقدم التحليل العاملي نموذج عن التكوين النظرى ، ويتحدد هذا النموذج من العلاقات الخطية بين المتغيرات . ومعنى هذا أن التحليل العاملي يقوم على إفتراض وجود علاقات خطية بين المتغيرات وعدم وجود علاقات صفرية . فاذا وجدت العلاقات الخطية فانه يمكن استنتاج المكونات المشتركة بين المتغيرات والتى تفسر تلك العلاقات . ويتوصل التحليل العاملي إلى هدفه بطريقتين : الاولى هى خفض عدد المتغيرات الاصلية الى عدد أقل من المتغيرات يسمى عوامل . والثانية أن معنى العوامل ينتج من خصائص التكوين الموجود داخل مجموعة العلاقات .

وعملية خفض عدد المتغيرات ،ومفهوم التكوين هما أساس فهم التحليل العاملي (Ferguson&Takane,1989) .

خفض عدد المتغيرات :

يهدف التحليل االعاملى الى التوصل الى عدد قليل من المكونات (العوامل) التى تفسر العلاقات بين المتغيرات . وعملية خفض عدد المتغيرات الى عدد أقل هى علمية ذاتية . ومن المألوف النظر الى خفض عدد المتغيرات بأنه أمر أساسى لفهم العلاقات المشتركة بين المتغيرات أو لفهم السببية . فاذا قررنا أن طالب ما متميز فى التحصيل لكونه مرتفع الذكاء ، فان هذا يعد حكما ذاتيا لخفض العديد من المتغيرات المؤثرة على التحصيل الى متغير واحد هو الذكاء . كما أن القرار بشأن الاتجاهات السياسية والاجتماعية للافراد قد يعتمد على موقعهم على بعد التحفظ – التحرر ، أو اليسار – اليمين ٠

ويوجد العديد من السلوكيات التى يقوم بها الافراد ونرجعها إلى متغير واحد مثل الديانة أو الجنسية ، ويعد هذا من ظاهرة العامل العام الذاتى . وبصفة عامة ، فان الخفض الذاتى لمجموعة من المتغيرات لوصف مواقف معقدة إلى عدد أقل من العوامل لوصف تلك المواقف هى ظاهرة عامة (Frguson & Takane,1989 : 522) .

ويقوم التحليل العاملى على إجراء هذا الخفض للمتغيرات ، حيث يختار الباحث موقفا معقدا مثل الذكاء الانسانى أو التحصيل الدراسى أو النشاط الزائد للأطفال ، ثم يحدد عدد من المتغيرات التى يظن أنها تصف الموقف (أو مرتبطة به) . ويجمع بيانات عن المتغيرات ، ثم يجرى تحليلا عامليا للبيانات ليقلل عدد المتغيرات الى عدد أقل من العوامل والتى يطلق عليها أسماء وخصائص معينة لوصف الموقف الاصلى .

وطريقة خفض عدد المتغيرات الاصلية الى عدد أقل هى طريقة معقدة ، وحتى يمكن فهم هذه الطريقة نعرض المثاليين التاليين (من : Ferguson & Takane,1989) لفهم عملية خفض المتغيرات.

مثال (١) : يوضح جدول (١٦ – ١) مصفوفة معاملات إرتباط بسيط بين خمسة متغيرات فإذا حسبنا معامل الإرتباط الجزئى لعزل أثر المتغير الاول من معاملات الارتباط بين المتغيرات من الثانى

جدول (١٦–١)

مصفوفة معاملات ارتباط بين خمسة متغيرات

المتغير	١	٢	٣	٤	٥
١	—	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨
٢	—	—	٠,٣	٠,٣٥	٠,٤٠
٣			—	٠,٤٢	٠,٤٨
٤				—	٠,٥٦
٥					—

الى الخامس فان :

$$ر_{٢٣.١} = \frac{ر_{٢٣} - ر_{٢١}\, ر_{٣١}}{\sqrt{(١ - ر_{٢١}^{٢})\,(١ - ر_{٣١}^{٢})}}$$

$$= \frac{٠,٣ - ٠,٥ \times ٠,٦}{\sqrt{(١ - ٠,٢٥)\,(١ - ٠,٣٦)}} = \text{صفر}$$

معامل الارتباط الجزئى بين المتغيرين (٣،٢) بعد عزل أثر المغير الاول = صفر. ويعنى هذا أن المتغير الاول هو المسئول عن العلاقة بين المتغيرين (٢ ، ٣) .

وكذلك إذا عزلنا أثر المتغير الاول من العلاقات الاخرى بين المتغيرات (بالجدول) ، نجد أن الارتباطات الجزئية = صفر ، مما يعنى أن العلاقات بالجدول يفسرها المتغير الأول .

فاذا كان المتغير الاول هو العمر الزمنى والمتغيرات الاخرى هى الاداء المهارى لمجموعة من الاطفال ، فيكون العمر الزمنى هو الذى أدى الى هذه الارتباطات ، وبالتالى يمكن خفض المتغيرات الخمسة الى متغير واحد.

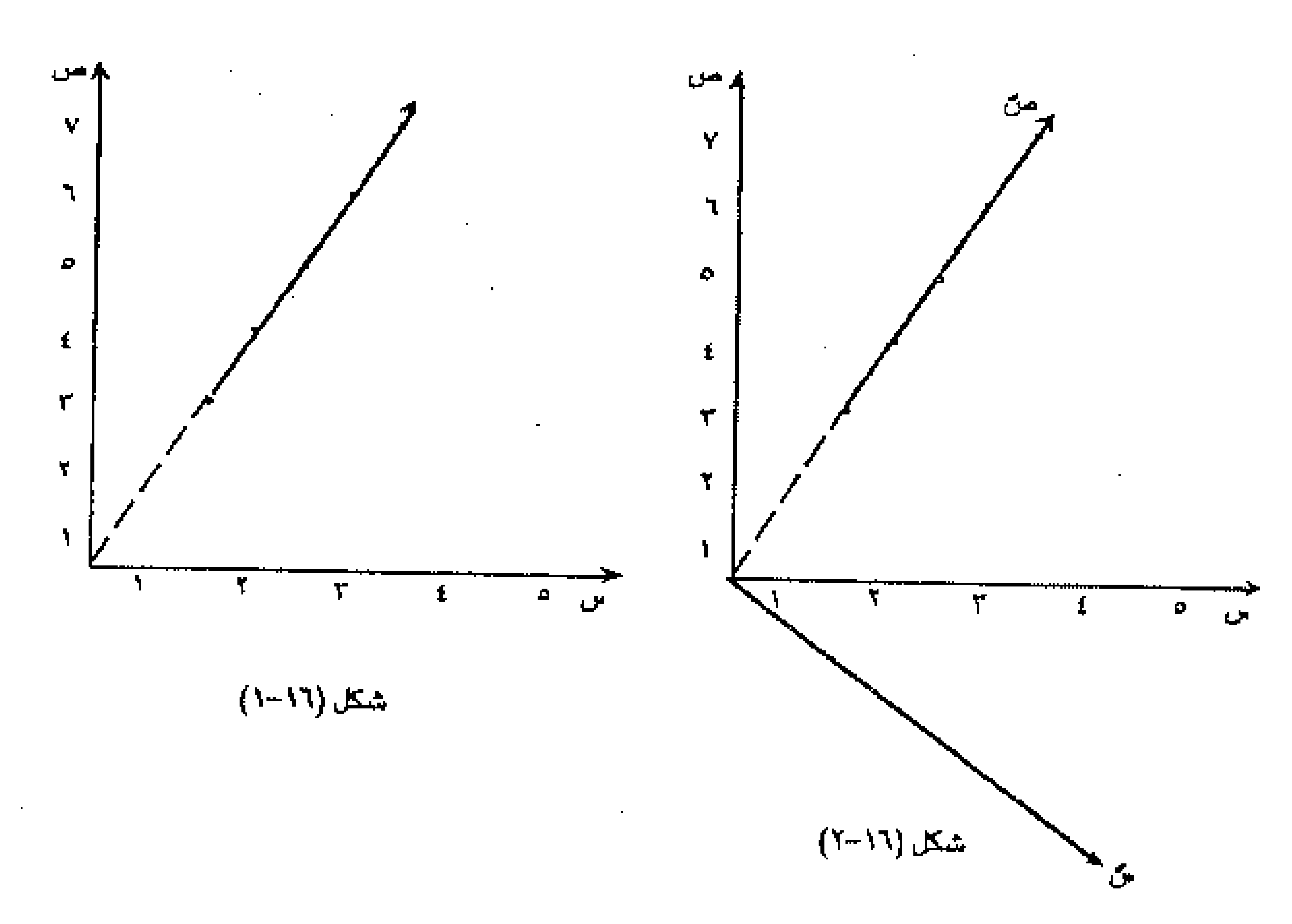
مثال (٢) : إذا كان لدينا متغيرين (س، ص) كما بالجدول (١٦ – ٢)، فيمكن تمثيل هذه البيانات بالشكل البيانى (١٦ – ١).

ويتضح من الشكل أن جميع النقاط تقع على خط مستقيم .

فاذا دورنا المحورين الاساسين (س، ص) إلى موقع آخر يسمى (س ، ص) كما بالشكل (١٦ – ٢) فاننا نلاحظ أن جميع نقاط الخط المستقيم تقع على محور (ص) . وبالتالى تتحول درجات النقاط بالجدول (١٦ – ٢) الى درجات أخرى (جدول ١٦ – ٣) ، حيث نلاحظ أن جميع قيم س/ = صفر (لأن النقاط تقع على المحور ص/) وموقع كل نقطة على المحور ص/ يتمثل بقيمة جديدة . ومعنى هذا أن المتغيرين (س، ص) تم تخفيضهما الى متغير واحد هوص/ . ونلاحظ أيضا أن تمثيل النقاط (س،ص)

جدول (١٦–٢)

س	ص
١,٥	٣
٢	٤
٢,٥	٥
٣	٦
٣,٥	٧



شكل (١٦-١)

شكل (١٦-٢)

يستخدم محورين متعامدين (مجال في بعدين) أما تمثيل النقاط كمسافات على المحور(ص/) كمسافات من نقطة الأصل (نقطة تقاطع المحورين) فاننا نستخدم محور واحد فقط (مجال في بعد واحد) .

جدول (١٦-٣)

س/	ص/
صفر	٣,٣٥
صفر	٤,٤٧
صفر	٥,٥٩
صفر	٦,٧١
صفر	٧,٨٣

وهذه الفكرة الموضحة يمكن تعميمها على عدد من المتغيرات . فاذا كان لدينا درجات النقاط على خط مستقيم يمر بنقطة الاصل (إستخدام الدرجات المعيارية يؤدى الى مرور الخط المستقيم بنقطة الاصل) ، فان شكل المتغيرات الثلاثة فى المجال ثلاثى الابعاد يتم خفضها الى شكل فى متغير واحد له بعدين ويمر بنقطة الاصل ، فإن موضع النقاط يتحدد فى بعدين ، وبذلك تنخفض المتغيرات الثلاثة إلى متغيرين.

ويمكن تعميم هذه الفكرة على عدد كبير من المتغيرات، والتى يمكن تمثيلها بنقاط فى فضاء متعدد الأبعاد (يساوى عدد المتغيرات) . وقد تحتل النقاط عدد من الابعاد (تقريبا) أقل من عدد المتغيرات ، وبذلك يتم خفض عدد المتغيرات الى عدد أقل هو العوامل (Ferguson & Takane,1989).

مفهوم التكوين :

يهتم التحليل العاملي باكتشاف ووصف التكوين لمجموعة من العلاقات بين المتغيرات . فمثلا بيانات متغيرين (س ، ص) يمكن تمثيلها بخط مستقيم فيكون شكل التكوين خطيا ، وتتضح الخطية بخصائص معينة للنقاط وعلاقتها ببعضها البعض . وقد تدل النقاط على شكل منحنى تربيعي أو تكعيبي أو أي شكل آخر معقد . أما إذا كانت النقاط عشوائية فانها لا تدل على تكوين محدد.

ويمكن تمثيل العلاقة بين متغيرين هندسيا باستخدام المتجهات . والمتجهVector هو خط له إتجاه وطول ، فاذا كان طول المتجه هو الوحدة فان معامل الارتباط بين متجهين يساوي جيب الزاوية المحصورة بينهما . فمثلا معامل الارتباط ٠,٧٠٧ يمثل متجهين بينهما زاوية ٤٥° ، أما معامل الارتباط –٠,٥ فانه يمثل متجهين بينهما زاوية ١٢٠° وهكذا . أما الارتباط من ثلاثة متغيرات فيمكن تمثيله بثلاثة متجهات ، كما يمكن تعميم هذه الفكرة لأي عدد من المتغيرات .

ومن النموذج الهندسي المستخدم في التحليل العاملي فأن أطوال المتجهات لها معنى . فاذا رمزنا للمتجة بالرمز (هـ) فان العلاقة بين متجهين هي حاصل ضرب المتجهين في جيب الزاوية بينهما (هـ هـ حاى) فاذا كان طول المتجه هو الوحدة فان معامل الارتباط يساوي جيب الزاوية .

وبالطبع فان فهم العلاقات بين عدة متغيرات يعتمد على شكل نموذج المتجهات ، حيث تختلف أطوال المتجهات والزوايا بينها . فاذا كان لدينا عدد(ن) من المتجهات بينها $\frac{ن(ن - ١)}{٢}$ من الزوايا ، فان هذا النموذج قد يكون عشوائيا أو قد يدل على خصائص تكوين معين . فقد ينتظم عدد من المتجهات في تجمع معين ، وعدد آخر في مكان مختلف . وبالتالي فان عدد (ن) من المتجهات في تجمع معين ، وعدد آخر في مكان مختلف . وبالتالي فان عدد (ن) من المتجهات قد يتشكل في عدد (ك) من التجمعات ، ويكون الغرض من التحليل العاملي هو وصف تشكيل المتجهات بطريقة اقتصادية توضح خصائص التكوين ، وهذه الخصائص التكوينية تحدد معنى العوامل (Ferguson & Takane,1989) .

وإذا رمزنا للعامل بالرمز (ل) وللمتغير في صورته المعيارية بالرمز (ذ) والاوزان (ب) والعامل النوعي (و) و فيمكن كتابة المعادلات الخطية للتحليل

العاملى ، وهى معادلات للتنبؤ بدرجات المتغيرات من العوامل كما يلى :

$$ذ_{١} = ب_{١١} ل_{١} + ب_{٢١} ل_{٢} + ب_{٣١} ل_{٣} + ... + ب_{ك١} ل_{ك} + ب_{١} و_{١}$$

$$ذ_{٢} = ب_{١٢} ل_{١} + ب_{٢٢} ل_{٢} + ب_{٣٢} ل_{٣} + ... + ب_{ك٢} ل_{ك} + ب_{٢} و_{٢}$$

وهكذا لبقية المتغيرات . وتعنى هذه المعادلات أن الدرجة المعيارية للمتغير تساوى حاصل ضرب الدرجات المعيارية للعوامل فى أوزانها بالاضافة إلى درجة العامل النوعى لهذا المتغير مضروبة فى وزنها . والاوزان $ب_{١١}$ ، $ب_{٢١}$ ، ..... الخ تشير الى تشبعات العوامل وهى أوزان لدرجات العوامل ، أما $ب_{١}$ فهى وزن لدرجة العامل النوعى للمتغير الاول ، $ب_{٢}$ للمتغير الثانى وهكذا.

ويهتم التحليل العاملى بالتوصل الى قيم هذه المعاملات أو التشبعات .

والعامل هو متغير مثل المتغيرات الأخرى مع فرق بسيط وهو أن معظم المتغيرات يمكن قياسها مباشرة أما العوامل فهى متغيرات إفتراضية مشتقة من تحليل بيانات مجموعة متغيرات تم قياسها قياساً مباشراً .

ويتم وضع المتغيرات والعوامل تشبعاتها كما بالجدول (١٦ – ٤).

جدول (١٦ – ٤)

مصفوفة تشبعات العوامل والاشتراكيات

العامل / المتغير	I	II	III	......	الاشتراكيات $هـ^{٢}$
١	$ب_{١١}$	$ب_{٢١}$	$ب_{٣١}$	....	$هـ^{٢}_{١}$
٢	$ب_{١٢}$	$ب_{٢٢}$	$ب_{٣٢}$	....	$هـ^{٢}_{٢}$
٣	$ب_{١٣}$	$ب_{٢٣}$	$ب_{٣٣}$	....	$هـ^{٢}_{٣}$
٤	$ب_{١٤}$	$ب_{٢٤}$	$ب_{٣٤}$	....	$هـ^{٢}_{٤}$
.	.	.	.	....	.
.	.	.	.	....	.
.	.	.	.	....	.
ن	$ب_{١ن}$	$ب_{٢ن}$	$ب_{٣ن}$	....	$هـ^{٢}_{ن}$

ويتضح من الجدول (١٦ – ٤) تشبعات العوامل والاشتراكيات . والتشبعات (الاوزان) هى دليل على العلاقة بين درجات كل متغير ودرجات العامل . أما الاشتراكيات($هـ^٢$) للمتغير فهى مجموع مربعات تشبعات العوامل لكل متغير (أفقيا) . وهى نسبة التباين الكلى للمتغير التى ترجع الى العوامل ، وهى بذلك تشبه مربع الارتباط المتعدد بين المتغير (كمتغير تابع) ودرجات العوامل (كمنبئات) . أما المجموع الكلى لاشتراكيات المتغيرات ($هـ^٢$) = $هـ_١^٢ + هـ_٢^٢ + ... + هـ_ن^٢$

لاحظ أيضا أن $هـ_١$ هى طول متجه المتغير الاول ، $هـ_٢$ طول متجه المتغير الثاني وهكذا.

مكونات التباين :

يهتم التحليل العاملى بتوضيح التباين المشترك بن المتغيرات فى صورة تكوينات فرضية (عوامل) . فاذا كانت علاقات الصف الدراسي ودرجات الاستعداد والذكاء غير صفرية فان ذلك يقترح وجود تكوينات فرضية مشتركة بينها . وفى هذه الحالة قد تكون التكوينات لفظية أو مهارية ، وهذه التكوينات الفرضية هى العوامل المشتركة بين المتغيرات .

ولكن عدم توفر العلاقات التامة بين المتغيرات يؤدى الى وجود عوامل خاصة بكل متغير منها ، وهذه العوامل الخاصة هى التى توضح التباين الخاص بالمتغير ، وقد يرجع جزء من التباين الخاص الى أخطاء القياس . وحيث أنه من المفترض استقلالية الاخطاء فى كل متغير عن درجات المتغيرات الأخرى ، فان هذه الاخطاء لا تسهم فى التباين المشترك ولكنها تسهم فى التباين الخاص بكل متغير . ويعتقد كثير من المتخصصين فى التحليل العاملى أن التباين الخاص يحتوى على تباين حقيقى (مستقل عن المتغيرات الاخرى) ولكنه يسمى بالتباين الخاص للمتغير .

وبناء على ذلك فان تباين المتغيرات جزء منه مشترك وجزء آخر مستقل وهو التباين الخاص . ويمكن تقسيم التباين الكلى للمتغيرات الى :

تباين مشترك + تباين خاص + تباين الخطأ.

أما التباين الحقيقى = التباين المشترك + جزء من التباين الخاص

والتباين النوعى = ما تبقى من التباين الخاص + جزء من تباين الخطأ

ومن المفترض أن تباين الخطأ يساوي الصفر (إذا كان الخطأ عشوائيا ومستقلا) وعندئذ يكون التباين الكلي = التباين المشترك + التباين الخاص.

وبالرجوع الى معادلات التحليل العاملي المذكورة في الجزء السابق وهي في صورة درجات معيارية ، ومن المعلوم أن تباين الدرجات المعيارية لأي متغير يساوي الوحدة ، وعليه فان تربيع المعادلة السابقة للمتغيرالاول هو :

$$ذ_{١}^{٢} = ب_{١١}^{٢} + ب_{٢١}^{٢} + ب_{٣١}^{٢} + ... + ب_{ك١}^{٢} + ب_{١}^{٢} = ١$$

لاحظ أنه لا يوجد حواصل ضرب لاستقلال العوامل عن بعضها البعض .

وتعني هذه المعادلة أن : تباين المتغير الاول = جزء من التباين يرجع لكل عامل من العوامل المشتركة وجزء أخير ($ب_{١}^{٢}$) للعامل الخاص بالمتغير .

وقد ذكرنا من قبل أن مجموع مربعات تشبعات العوامل للمتغير تساوي الاشراكيات للمتغير أي أن : $هـ_{١}^{٢} = ب_{١١}^{٢} + ب_{٢١}^{٢} + ب_{٣١}^{٢} + ... + ب_{ك١}^{٢}$

(وهي إشتراكيات المتغير الاول) ، وبالمثل لبقية المتغيرات . ومعنى هذا أن الاشتراكيات هي جزء من التباين الكلي يرجع ال العوامل العامة ، والجزء المتبقي هو تباين خاص بالمتغير ($ب_{١}^{٢}$)

والتباين الخاص بالمتغير ينقسم الى جزئين : تباين نوعي ، وتباين للخطأ . والجزء النوعي من التباين يرجع الى عوامل نوعية للمتغيرات ولا يرجع الى خطأ القياس . وحيث أن كل المقاييس تتضمن أخطاء في القياس ، فإن كل تطبيقات التحليل العاملي ترجع جزء من التباين الخاص إلي خطأ القياس . ولا نستطيع معرفة تباين الخطأ أو التباين النوعي إلا إذا علمنا معامل ثبات المتغير حيث : تباين الخطأ للمتغير = ١ - معامل الثبات .

وحيث أن التباين الكلي للمتغير = الاشتراكيات + التباين الخاص + تباين الخطأ . ولاننا نستخدم الدرجات المعيارية فإن التباين الكلي للمتغير = الوحدة ، وعليه فإن :

١ = الاشتراكيات + التباين الخاص + تباين الخطأ

وتكون الاشتركيات + التباين الخاص = ١ - تباين الخطأ

= معامل ثبات المتغير

$$هـ^{٢} + ع^{٢}_{الخاص} = ر_{معامل الثبات}$$

وبذلك فان اشتراكيات المتغير أقل (أو تساوى أحيانا) معامل ثبات المتغير .

ومن الصعب حساب $ع^{٢}$خطأ ، $ع^{٢}$ الخاص لكل متغير بسبب تداخل المتغيرات معا . ويعد تحديد هذه المكونات السابقة مشكلة كبرى في التحليل العاملي وتوجد لها حلول مقترحة سنوضحها فيما بعد .

ويبدأ التحليل العاملي بحساب مصفوفة معاملات الارتباط البسيط بين المتغيرات ، واستخدامها في التحليل . إذا رمزنا لمصفوفة الارتباط بالرمز [ر] والتي تتكون من عوامل مشتركة وعوامل نوعية فان :

[ر] =[ل ل/] +$و^{٢}$ ($و^{٢}$للعوامل النوعيه)

وتحسب معاملات الارتباط بين المتغيرات باستخدام الدرجات المعيارية

حيث $ر = \frac{مجـ ذ_{١} ذ_{٢}}{ن - ١}$

وإذا إستخدمنا معادلات المتغيرات في ضوء العوامل الناتجة وهى :

$$ذ_{١} = ب_{١١} ل_{١} + ب_{٢١} ل_{٢} + \dots + ب_{١ك} ل_{ك} + ب_{١} و_{١}$$

$$ذ_{٢} = ب_{١٢} ل_{١} + ب_{٢٢} ل_{٢} + \dots + ب_{٢ك} ل_{ك} + ب_{٢} و_{٢}$$

فيمكن حساب معامل الارتباط بين المتغيرين (١ ، ٢) وهو يساوى مجموع حواصل ضرب تشبعات العوامل في المتغيرين :

$$ر_{٢١} = ب_{١١} ب_{١٢} + ب_{٢١} ب_{٢٢} + \dots + ب_{١ك} ب_{٢ك}$$

وكذلك $ر_{٣١} = ب_{١١} ب_{١٣} + ب_{٢١} ب_{٢٣} + \dots + ب_{١ك} ب_{٣ك}$

كما نستطيع معرفة الزاوية بين كل متجهين من العلاقة $ر_{٢١} = هـ_{١} هـ_{٢}$ جا ى

حيث $هـ_{١}$، $هـ_{٢}$ هما طولى المتجهين للمتغيرين الاول والثاني ، جاى هى جيب الزاوية (ى) المحصورة بينهما ، وبالمثل لبقية المتغيرات.

التحليل العاملي الاستطلاعي والوكيدي :

Exploratatory and Confirmatory Factor Analysis.

التحليل العاملي هو أسلوب إحصائي يستخدم للتعرف على العلاقات المشتركة بين المتغيرات ، والتوصل إلى مسببات هذه العلاقات . أو هو الطريقة الاحصائية التي تعمل على خفض عدد المتغيرات المرتبطة الى عدد أقل من العوامل والتي تفسر العلاقات بين المتغيرات . ويوجد نوعان أساسيان من التحليل العاملي: استطلاعي Exploratatory وتوكيدي Confirmatory .

ويستخدم التحليل العاملي الاستطلاعي (الاستكشافي) في الحالة التي تكون فيها العلاقات بين المتغيرات والعوامل غير معلومة أو غير مؤكدة . ويسير التحليل في طريق الاستكشاف لتحديد العوامل الكامنة وعلاقتها بالمتغيرات المستخدمة . وعادة ما يتوصل التحليل الى عدد من العوامل أقل من عدد المتغيرات لتفسير العلاقات بين المتغيرات . ولا يكون لدى الباحث معلومة مسبقة عن العوامل الناتجة من التحليل .

أما التحليل العاملي التوكيدي فيستخدم لاختبار الفرض بوجود صلة معينة بين المتغيرات والعوامل الكامنة ، إعتماداً على نظرية مسبقة أو أدبيات البحث ، ثم يختبر الباحث نظام الصلة المفترض إختباراً إحصائيا . وعليه فان التحديد المسبق لنموذج التحليل االعاملي التوكيدي يسمح للمتغيرات بحرية التشبع على عوامل محددة دون غيرها ، ثم يتم تقويم النموذج بطريقة إحصائية لتحديد دقة مطابقته للبيانات المستخدمة (Byrne,1994:5-6) .

وباختصار يركز التحليل العاملي (الاستطلاعي أو التوكيدي) على توضيح الصلة بين المتغيرات المستخدمة وعواملها الكامنة . وبتحديد اكثر فهو يهتم بامكانية التوصل الى المتغيرات عن طريق المكونات الكامنة ، أو مدى تأثير المكونات الكامنة في التوصل الى المتغيرات . ولذلك فهو يهتم بقوة مسارات الانحدار من العوامل إلى المتغيرات ، وعلى الرغم من الاهتمام بنظام التكوين الارتباطي بين العوامل ، إلا أننا لا نهتم بنظام الانحدار ، وإنما نركز اهتمامنا على الصلة بين العوامل ومتغيراتها . وفي التحليل التوكيدي يكون الاهتمام بالنموذج المسبق الذي يضعه الباحث اعتماداً على نظرية معينة أو دراسات سابقة أو كليهما ، ثم يحاول إختبار صحة النموذج باستخدام بيانات العينة عن المتغيرات الموجودة في النموذج ، ومدى ملاءمة البيانات للنموذج (Byrne,1994 :6-7) وسوف نركز هنا على التحليل العاملي الاستطلاعي وطرق إجرائه ، ونشر فيما بعد الى التحليل العاملي التوكيدي .

طرق التحليل العاملي الاستطلاعي :

يبدأ إجراء التحليل العاملى الإستطلاعى باستخدام مصفوفة الارتباط بين المتغيرات أو مصفوفة التباينات . ثم يتم استخراج العوامل الاساسية ، حيث يتم استخراج العامل الاول وهو عادة عامل عام ويعد أفضل معادلة خطية للمتغيرات وتحتوى على اكبر تباين ممكن لها ، وتكون هذه المعادلة على الصورة :

$$ذ_{ل} = ب_{١١} ذ_{١} + ب_{١٢} ذ_{٢} + ب_{١٣} ذ_{٣} + ... + ب_{ن١} ذ_{ن}$$

حيث $ذ_{ل}$ هى درجة الفرد على العامل المستخرج ، $ب_{١١}$ ، $ب_{١٢}$ ، ... $ب_{ن١}$ هى تشبعات العامل على المتغيرات المختلفة (جدول ١٦ - ٤) ، وهى معاملات إرتباط بين العامل والمتغيرات ، ومجموع مربعات هذه المعاملات يسمى الجذر الكامن Eigenvalue ، وإذا قسم على عدد المتغيرات تنتج النسبة المئوية من التباين الكلى للمتغيرات (جزء من التباين المشترك) الذى يفسره العامل الاول ويتم استخراج تشعبات العامل الاول (بالطريقة المركزية) بقسمة مجموع ارتباطات الأعمدة (بعد إضافة تقدير الاشتراكيات فى قطر المصفوفة) على الجذر التربيعى لمجموع المصفوفة . ثم نحسب مصفوفة البواقى بطرح مصفوفة تشبعات العامل الاول من المصفوفة الاصلية للارتباطات ، ونستخدمها بنفس الطريقة لاستخراج تشبعات العامل الثانى والذى يكون مستقلا عن العامل الاول ويمثل أفضل معادلة خطية تحتوى على جزء من التباين المتبقى ، ثم تتكرر الخطوات السابقة لاستخراج العوامل التالية حتى نصل إلى آخر عامل (فؤاد البهى ١٩٧٨) . وتسمى هذه الطريقة بالطريقة المركزية Centroid ، وهى الطريقة القديمة التى طورها ثرستون . والعديد من أمثلة التحليل العاملى التى نشرت قبل استخدام الحاسوب كانت تستخدم الطريقة المركزية . وتتضمن الطريقة المركزية وضع أول محور مرجعى فى منتصف تشكيل متجهات المتغيرات ، ثم الحصول على مصفوفة المتبقى من الارتباطات وإجراء بعض التعديلات اعتماد على العامل الاول ، ثم نستخرج العامل الثانى ويكون محوره متعامدا مع الاول وهكذا حتى نصل إلى آخر عامل . والطريقة المركزية هى تعديل لطريقة العوامل الاساسية Principal axes التى استخدامها سبيرمان .

والتى تم تطويرها بعد ذلك وأصبحت تعرف باسم المكونات الاساسية Prin-cipal Components ، وهى من اكثر الطرق استخداما فى الوقت الحاضر للحصول على حل مباشر لمصفوفة الارتباط . وتوجد طرق أخرى للتحليل العاملى

وهي طريقة العوامل الاساسية Ptincipal Factors ، وطريقة راو للتحليل العاملي Rao Canonical Factoring ، وطريقـة ألفـا Alpha Factoring، والطريقـة التخيلية Image Factoring.

١ - طريقة المكونات الاساسية (PC) Principal Components

وهي طريقة مباشرة لتحويل المتغيرات الى مكونات أساسية متعامدة ، وهذه المكونات هي أفضل تجمعات خطية Linear Combinations للمتغيرات والتي تفسر أكبر قدرمن التباين الكلي في البيانات . حيث يكون المكون (العامل) الأول هو أفضل تجمع خطي للعلاقات بين المتغيرات والذي يفسر اكبر قدر من التباين ، وعادة مايكون عامل عام . أما العامل (المكون) الثاني فهو ثاني أفضل تجمع خطي لتفسير جزء من التباين لم يتم تفسيره بالعامل الاول ، أي بعد عزل تباين العامل الاول ، ويعني هذا أن العامل الثاني متعامد على العامل الأول ، وهكذا في بقية العوامل .

وتعتمد طريقة المكونات الاساسية على وضع العدد واحد في قطر مصفوفة الارتباط ، بافتراض أن تباين أي متغير هو الوحدة ، ثم تجرى التحليلات على هذا الاساس . ولكن إذا تم وضع الاشتراكيات بدلاً من الوحدة في قطر مصفوفة الارتباط ، فان هذا يقلل رتبة المصفوفة وبالتالي يقلل عدد العوامل المستخرجة . إذا أن عدد العوامل المناسب لتفسير العلاقات بين المتغيرات يعتمد على رتبة مصفوفة الارتباط (Kim, 1965:472)

٢ - طريقة العوامل الاساسية : Principal Factors (PF)

وهي مشابهة لطريقة المكونات الاساسية إلى حدما ، لكنها تختلف عنها في أنها تضع تقديراً للاشتراكيات في قطر مصفوفة الارتباط ، مما يؤدي الى خفض رتبة المصفوفة وبالتالي يقل عدد العوامل المستخرجة .

وتقدير الاشتراكيات قد يكون مربع الارتباط المتعدد بين متغير ما وبقية المتغيرات الاخرى ، أو أعلى إرتباط بسيط في كل عمود من أعمدة المصفوفة .

والعوامل الناتجة من طريقة العوامل الاساسية ليست تحويلا خطيا مباشرا للمتغيرات ، بسبب تغيير قطر مصفوفة الارتباط ، وإنما هي عوامل مستنتجة In-ferred . حيث تفترض أن جزء معين من تباين المتغيرات هو المتضمن في نمط التكوين العاملي لهذه المتغيرات . كما تفترض هذه الطريقة وجود عامل نوعي أو

تباين نوعى لكل متغير مستقل عن المتغيرات الأخرى ، وعن طريق إحلال قطر مصفوفة الارتباط بتقدير للاشتراكيات ، فاننا نعزل هذا التباين النوعى لكل متغير ونجرى تحليلاً للاجزاء المتبقية من تباين المتغيرات .

وتقدير الاشتراكيات الذى يوضع فى قطر مصفوفة الارتباط يكون أقل من الوحدة واكبر من الصفر . وبالطبع لاتوجد طريقة واحدة متفق عليها لتقدير الاشتراكيات ، لكن حدها الأعلى هو معامل الثبات وحدها الادنى هو مربع معامل الارتباط المتعدد لمتغير ما مع المتغيرات الأخرى (Kim,1975: 480) .

وفى حالة عدم وجود مقلوب لمصفوفة الارتباط أو تكون محددة المصفوفة Determinant صغيرة جدا يستخدم أعلى معامل ارتباط بسيط فى كل عمود ليوضع فى قطر المصفوفة كتقدير للاشتراكيات .

كما تستخدم طريقة العوامل الاساسية نظام يسمى تكرار التقدير Iteration . حيث يتم تحديد عدد العوامل من مصفوفة الارتباط الاساسية ، ثم يحسب مربع معامل الارتباط المتعدد للمتغير مع المتغيرات الاخرى فى كل عمود ، وتعد هذه المعاملات تقديرات للاشتراكيات التى توضع فى قطر المصفوفة وبالتالى تقلل من رتبتها . ثم يستخرج نفس العدد من العوامل وتستخدم تشبعاتها فى تقدير الاشتراكيات التى توضع فى قطر مصفوفة الارتباط ، وهكذا تتكرر عملية استخراج العوامل وتقدير الاشتراكيات حتى يكون الفرق فى تقدير الاشتراكيات من محاولتين متتاليتين قريب من الصفر . وهذه الطريقة هى أكثر طرق التحليل العاملى تقبلا وملاءمة فى التوصل الى العوامل الاساسية .

٣ - الطرق الاخرى للتحليل العاملى الاستطلاعى :

ذكرنا من قبل أن هناك طرق أخرى للتحليل العاملى الاستطلاعى وهى : راو Rao ، الفا Alpha ، التخيل Image .

حيث تعمل طريقة راو على التوصل إلى أعلى معامل ارتباط بين مجموعة المتغيرات وبين العوامل مجتمعة ، وهى تتبع طريقة العوامل الاساسية ، ويعد تقدير الاشتراكيات مشكلة أساسية فى هذه الطريقة . وتحاول طريقة راو تقدير معالم المجتمع (العوامل الاساسية للمجتمع) باستخدام بيانات العينة . ولا تستخدم هذه الطريقة بكثرة بالرغم من أنها تستخرج عدد أقل من العوامل .

أما طريقة ألفا فهى تعتبر المتغيرات المستخدمة عينة من مجتمع

المتغيرات . وتحاول التوصل الى العوامل الأكثر تعميما ، والاستدلال من عينة المتغيرات الى المجتمع . ويتم اجراء طريقة ألفا ، مثل طريقة العوامل الاساسية ، باستخدام مربع معامل الارتباط المتعدد للمتغير فى قطر المصفوفة ، وتعديل معاملات الارتباط على أساس أ ن المتغيرات هى عينة من مجتمع المتغيرات .

وتعد هذه الطريقة اكثر تعقيدا من طريقة راو ، ولذلك فهى قليلة الاستخدام.

وتقوم طريقة التخيل Imageعلى نظرية جتمان فى تقدير الاشتراكيات للمتغير بمربع معامل الارتباط المتعدد بين المتغير والمتغيرات الاخرى بالاضافة الى جميع المتغيرات فى المجتمع . وتسمى الطريقة Image Factoing لأنها تقدر التباين المشترك للمتغير من مجموع حواصل ضرب معاملات الانحدار المعيارية فى الدرجات المعيارية للمتغيرات الأخرى ، وهذا التباين المشترك يسمى Image وتستخدم هذه الطريقة مصفوفة التباين بوضع Image فى قطر مصفوفة الارتباط مع تعديل معاملات الارتباط . وعادة ما تتوصل هذه الطريقة الى عدد من العوامل يعادل نصف عدد المتغيرات وهو عدد اكبر من اللازم . ولا تستخدم هذه الطريقة كثيرا لتعقيدات العمليات الحسابية .

ويتضح مما سبق أن طريقتى المكونات الاساسية (PC) والعوامل الاساسية (PF)هما الأكثر إستخداما فى التحليل العاملى الاستطلاعى .

وتكمن المشكلة فى هاتين الطريقتين فى تقدير الاشتراكيات الذى يوضع فى قطر مصفوفة الارتباط وبالتالى يؤثر على رتبتها وعدد العوامل بها . كما أن معرفة عدد العوامل يساعد فى التوصل الى تقدير جيد للاشتراكيات.

عدد العوامل :

ذكرنا أن قيمة الاشتراكيات التى توضع فى قطر مصفوفة الاتباط تؤثر على تحديد رتبة المصفوفة وبالتالى عدد العوامل التى تتضمنها . كما أن القيمة الفعلية للإشتراكيات تعتمد على عدد العوامل المستنتجة من مصفوفة الارتباط . وبذلك فان عمليتى تقدير الاشتراكيات وتحديد عدد العوامل تعتمدان على بعضهما البعض ، وهى إحدى مشكلات التحليل العاملى الاستطلاعى .

وتوجد ثلاثة مداخل لتحديد عدد العوامل (Cattell,1965) هى :

١ - المدخل الرياضى :

قيمة الاشتراكيات التى توضع فى قطر مصفوفة الارتباط تحدد رتبة المصفوفة . وحيث أننا نرغب فى التوصل للاشتراكيات التى تقلل رتبة المصفوفة ، فان الاقتراح بوضع مربع معامل الارتباط المتعدد للمتغير مع المتغيرات الاخرى يؤدى الى أقل رتبة ممكنة للمصفوفة ، لأن مربع الارتباط المتعدد يمثل الحد الأدنى للاشتراكيات . واستخدام هذا المدخل عليه اعتراض منطقى وهو أننا لا نهدف الى تقليل عدد العوامل ، وإنما نهدف الى معرفة عدد العوامل ذاتها التى تتضمنها مصفوفة الارتباط . ولذلك فان البحث يكون عن أفضل تقدير ممكن للعدد الفعلى للعوامل التى تدل عليها البيانات المستخدمة .

٢ - المدخل الاحصائى :

ويهتم هذا المدخل بالتوصل الى أفضل موائمة ممكنة فى ضوء الاحتمالات والذى يعتمد بدوره على حجم العينة وعدد المتغيرات . وتوجد عدة طرق لهذا المحك والتى قدمها كل من بارتلت عام ١٩٥١ ، بيرت عام ١٩٥٢ ، لاولى عامى ١٩٤٠ ، ١٩٥٦ ، راو عام ١٩٥٢ وغيرهم . وقد ركزوا فى هذا المدخل على التطبيقات الفعلية للتحليل العاملى . فاستخدام طريقة Maximum Likelihood تعد طريقة لكشف التغير الآنى Simultaneous أو المزدوج لعدد العوامل والاشتراكيات معا للتوصل الى ما يلائم مصفوفة الارتباط الاصلية عند مستوى دلالة مناسب . ويجب الحذر من الافتراض بأن عملية إستخراج العوامل تتوصل فى البداية الى عوامل خالية من الخطأ وبعدها تستخرج عوامل الخطأ . لأن تباين الخطأ يظهر منذ البداية مع التباين الحقيقى ، وعند تدوير العوامل يتم تدوير تباين الخطأ الى عوامل للخطأ . وعادة تظل نسبة تباين الخطأ ثابتة ولانستطيع عزل تباين الخطأ دون فقد جزء من التباين الحقيقى إذا توقفنا مبكرا عن إستخراج عوامل إضافية .

٣ - مدخل التكوين العاملى :

من المألوف أن المصادر التى تؤثر فى تباين عدة متغيرات قد يزيد على عدد المتغيرات ذاتها . وحيث أن رتبة المصفوفة لا تزيد عن درجتها ، فاننا لا نستطيع تجاهل الموقف الفعلى الذى يحاول النموذج العاملى موائمته . فاذا وافق عالم الرياضيات على ٣٠ عامل مستخرجة من ٨٠ متغير تؤثر على أداء ١٠٠ من الافراد ، واذا قسنا متغيرين عند فردين فقط بعد ذلك ، فلا يزال هناك ٣٠ عاملا

تؤثر على الاداء وليس المتغيرين . ولذلك فان الهدف هو التوصل الى العوامل التى يسمح بها المدخل الرياضى ثم نصنفها الى عوامل حقيقية وعوامل للخطأ .

وأحيانا تكون العوامل الحقيقية بعضها مهم والبعض الآخر بسيط ولا يفسر شئ يذكر . فعدد العوامل الممكنة فى المصفوفة قد يساوى عدد المتغيرات (ن)، ولكننا لا نستطيع التعامل مع هذا العدد الكبير للعوامل . ويكون الأقل فى التوصل إلى قيم جيدة للاشتراكيات تؤدى الى تقارب الخطأ ، وعليه يجب التوقف عند عدد من العوامل = $\frac{ن}{٢}$ وفى معظم البحوث قد يكون عدد العوامل $\frac{ن}{٢}$ عدداً كبيراً يتضمن عوامل بسيطة وعوامل للخطأ .

ويبدو من العرض السابق للمداخل الثلاثة أن تقدير عدد العوامل أمر ذاتى بدرجة كبيرة ، وذلك لعدم معرفة رتبة المصفوفة أو القيم الحقيقية للاشتراكيات . وقد يجرى باحث تحليلا عامليا لعدد من المتغيرات ويستخرج منه عددا من العوامل ، ثم يقرر تغيير عدد العوامل الى عدد أقل ، وربما يتوصل الى عدة حلول للعوامل التى تتضمنها مصفوفة الارتباط . ويستطيع الباحث تبرير هذه الحلول المختلفة بأنها تؤدى الى تكوين قابل للتفسير أو غير ذلك من التبريرات مثل ثبات العوامل أو البعد عن عوامل الخطأ ، وكل هذه التبريرات أو بعضها قد يكون صحيحا . وعليه فان تقدير عدد العوامل التى تتضمنها مصفوفة الإرتباط بين مجموعة من المتغيرات يعتمد على ذاتية الباحث.

وقد يرى البعض أن الحل الصحيح لتحديد عدد العوامل هو استخراج العوامل التى لا يقل جذرها الكامن Eigenvalue عن الوحدة ، وهو الحل الذى قدمه هوتلنج Hotelling . ويقوم هذا الحل على إفتراض أنه لايجوز استخراج عاملا يحتوى على تباين أقل من تباين متغير واحد . ومع أن هذا الحل مقبول إلا أنه يؤدى الى عدد كبير أيضا من العوامل .

أما الحل الثانى الذى يلاقى تأييدا كبيرا الآن هو الاعتماد على نظرية معينة أو دراسات سابقة أو كليهما فى تحديد عدد العوامل . وهذا ما يحدث فى التحليل العاملى التوكيدى . حيث يحدد الباحث عددا من العوامل معتمداً على أسس نظرية أو بحثية سابقة ويتوصل بعد ذلك الى مدى مناسبة النتائج مع ما هو مفترض.

تدوير العوامل : Factor Rotation

بعد اجراء التحليل العاملي والتوصل الى العوامل وتشبعاتها ، يأتى دور المرحلة الثانية التى تستلزم تدوير المحاور إلى موقع آخر (كما وضحنا فى مثال رقم ٢) يساعد فى تفسير العوامل . وقد أشار هارمان إلى العوامل الناتجة بعد التدوير بأنها عوامل مستنتجة . وتوجد طرق متعددة للوصول الى العوامل المستنتجة ، وجميع هذه الطرق تتضمن وضع المحاور في موضع يتحدد من خصائص تشكيل متجهات المتغيرات . وفى بدايات تاريخ التحليل العاملى كان يتم التدوير بوضع تشبعات كل عاملين على صفحة مستقلة ، وتقدير الزاوية بينهما ثم تدوير المحاور بمقدار هذه الزاويه أما الآن فقد تم التوصل الى طرق أخرى تحليلية لتدوير العوامل كبديل للطريقة الهندسية .

والقصد من عملية تدوير العوامل هو التوصل الى تشكيل (تكوين) مناسب للعوامل له معنى ويمكن تفسيره ، وتوجد طرق مختلفة للتدوير يمكن أن ينتج عنها تشكيلات عاملية مختلفة وغيرمخالفة لأى إفتراضات رياضية أو إحصائية . بمعنى أنه توجد عدة طرق إحصائية متكافئة للتوصل الى الابعاد المتضمنة فى البيانات المستخدة فى التحليل .

وعدم تحديد طريقة واحدة لتدوير العوامل يعد مشكلة أخرى فى استخدام التحليل العاملى . فقد تتوصل طريقة للتدوير الى تكوين عاملى مختلف عن طريقة أخرى ، وليست كل التكوينات العاملية التى نتوصل اليها لنفس البيانات مرتبطة بمعان نظرية معينة . وهنا تكمن المشكلة فى إختيار طريقة للتدوير تساعد فى تفسير العوامل الناتجة . حيث أننا نرغب فى اختيار الطريقة الجيدة التى تؤدى الى حل يحقق الأسس المنطقية النظرية والعملية لموضوع البحث .

وتوجد طريقتان أساسيتان لتدوير العوامل هما : التدوير المتعامد Orthogo-nal والتدوير المائل Oblique. وكل من الطريقتين تحاول التوصل الى تكوين عاملى بسيط وله معنى . فالعوامل المتعامدة يسهل التعامل معها وتفسيرها لأنها مستقلة عن بعضها البعض ، أما العوامل المائلة فهى اكثر ملاءمة للواقع الفعلى وذلك لتداخل المتغيرات فى الموقف الواحد وصعوبة تفسيره بعوامل مستقلة . ولا يوجد أساس علمى لتفضيل طريقة تدوير على الأخرى ، وانما أساس التفضيل هو الطبيعة الخاصة لموضوع البحث .

وقد لخص هارمان (Harman, 1967) القواعد التى وضعها ثرستون

لتدوير العوامل وهى :

١ – كل متغير فى مصفوفة العوامل يكون تشبعه صفراً على عامل واحد على الاقل .

٢ – كل عامل من العوامل العامة يكون به عدد من التشبعات الصفرية مساو لعدد العوامل العامة .

٣ – لكل زوج من العوامل عدة متغيرات بعضها يتشبع على أحد العاملين والبعض الآخر على العامل الثانى .

٤ – لكل زوج من العوامل عدد كبير من المتغيرات لا تتشبع عليهما وانما تتشبع على العوامل الأخرى

٥ – لكل زوج من العوامل عدد قليل من المتغيرات لها تشبعات على العاملين .

وتستخدم هذه القواعد في أى طريقة من طرق التدوير المتعامد أو المائل وهى تركز على التشبعات الصفرية وغير الصفرية

أ – التدوير المتعامد :

وهى تتضمن ثلاث طرق فرعية هى : كوارتيماكس Quartimax وڤاريماكس Varimax واكويماكس Equimax، وفيما يلى توضيح لهذه الطرق :

١ – **طريقة كوارتيماكس** : وهى تهتم بتقليل تشبعات المتغيرات على العوامل بحيث يتشبع المتغير مرتفعا على عامل ومنخفضا على العوامل الاخرى ، أى أنها تهتم بتبسيط تشبعات المتغيرات على العوامل . وتعتمد طريقة كواريتماكس على تقليل مجموع مربعات حواصل ضرب تشبعات المتغيرات على العوامل . بمعنى أن مجـ$_{١}^{ن}$ (ب $_{ر١}$ ب $_{ر٢}$)^{٢} للمتغيرات في حالة عاملين تكون آقل ما يمكن. وحيث أن التدوير المتعامد لا يغير مجموع الاشتراكيات (أى يظل ثابتا) . فان تقليل مجموع مربعات حواصل ضرب تشبعات المتغيرات على العوامل ، يعنى تكبير مربع مربعات تشبعات العوامل (أى مجـ ب^{٤}) . ويتم هذا إذا تشبع كل متغير على عامل ولم يتشبع على العوامل الأخرى . وتميل هذه الطريقة الى أن يكون العامل الاول عاملاً عاماً .

٢ – **طريقة ڤاريماكس :**

حيث أن طريقة كوارتيماكس تركز على تبسيط التشبعات فى الصفوف (المتغيرات) ، فان طريقة ڤاريماكس تركز على تبسيط التشبعات فى الأعمدة (العوامل) (Kaiser, 1958) ففى طريقة كواريتماكس يمكن لعدد من المتغيرات أن

تتشبع مرتفعاً أو متوسطًا على عامل واحد ، أما طريقة ڤاريماكس فان التشبعات على العامل تكون واحد أو صفر . وحتى يحدث هذا التبسيط للتشبعات فان تباين مربعات التشبعات فى كل عمود (عامل) يكون أكبر ما يمكن ، ولهذا سميت ڤاريماكس . وتعد هذه الطريقة تعديل لطريقة كوارتيماكس ، كما أن طريقة ڤاريماكس هى اكثر طرق التدوير المتعامد إستخداما.

٣ – طريقة إكويماكس :

وهى تستخدم نفس الاسلوب المتبع فى الطريقتين السابقتين ، وتحاول أن توازن بينهما ، بمعنى أنها تهتم بتبسيط تشبعات المتغيرات (الصفوف) وتبسيط تشبعات العوامل (الاعمدة) ، ولهذا سميت إكويماكس .

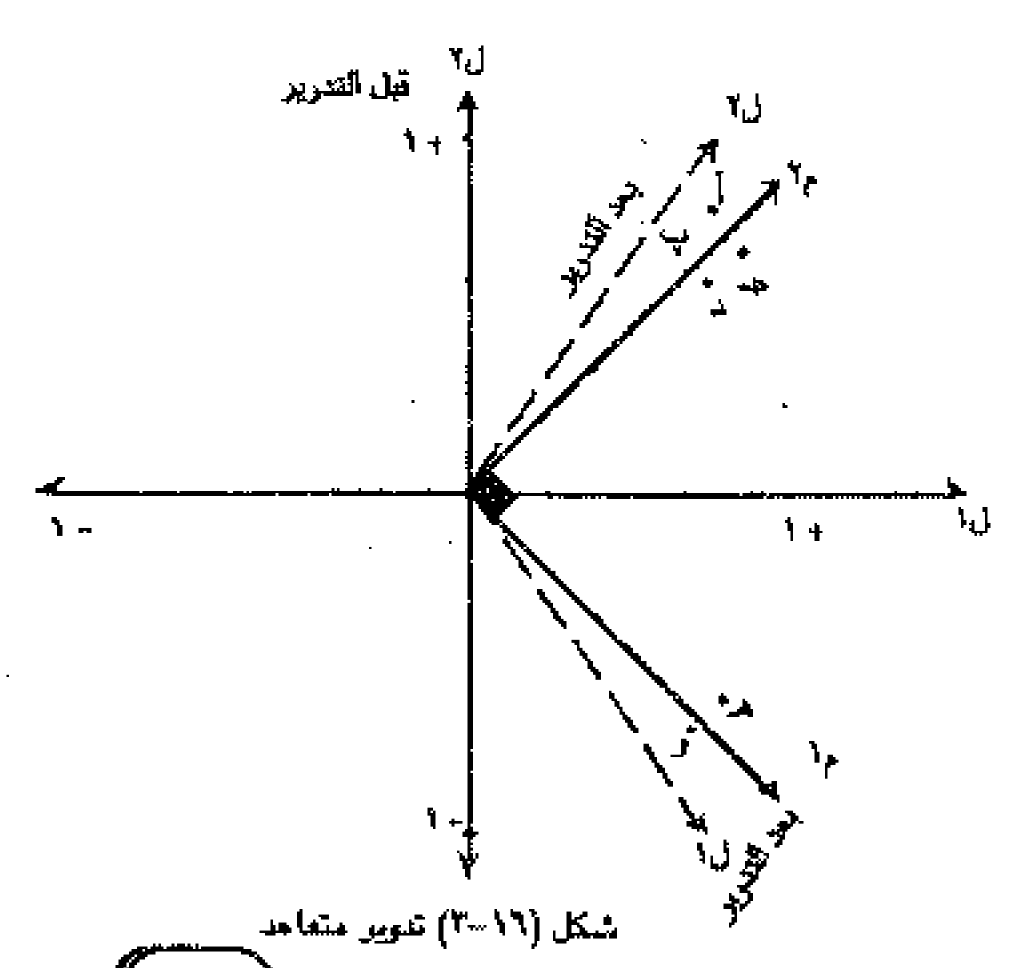
ب – التدوير المائل :

وهى تعتمد أيضا على فكرة تبسيط التشبعات ، وتعطى للمتغيرات الحرية فى التشبع على العامل القريب منها ، وهى تحاول تجميع كل عد من المتغيرات معا لتكوين عامل . ويمكن فهم هذه الطريقة هندسيا (كما سبق فى شكل ١٦–٣) وتستخدم طريقة التدوير المائل فكرة تقليل حواصل ضرب تشبعات العوامل على المحاور الاسسية حتى يمكن تبسيط تشبعات العوامل قبل التدوير . وتسمح طريقة التدوير المائل للعوامل بالارتباط فما بينها ، ويعتمد هذا الارتباط على البيانات المستخدمة ، ويحدد أو يختار الباحث الزوايا بين العوامل المائلة .

مثال (٣) : يوضح شكل (١٦ – ٣) تدوير متعامد لعاملين ل١ ، ل٢ يمثلان ستة متغيرات (أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، و) حيث يتضح أن تشبعات المتغيرات (أ ، ب ، جـ) موجبة ومرتفعة على العاملين ل١ ، ل٢ قبل التدوير .

بينما المتغير (د) تشبعه موجب ومتوسط على كل من العاملين أيضا .

أما المتغيران (هـ ، و) فتشبعاتهما موجبة ومتوسطة على العامل الأول (ل١) وسالبة



شكل (١٦–٣) تدوير متعامد

ومتوسطة على العامل الثاني (ل٢) .

كما يتضح من الشكل (١٦ – ٣) وجود تجمعين للمتغيرات حيث نلاحظ تقارب مجموعة المتغيرات (أ ، ب ، جـ ، د) ، بينما المتغيرين (د ، هـ) يتجمعان معا . وإذا دورنا محوري العاملين فان تشبعات المتغيرات على العاملين تتغير ويصبح بعضها مرتفعا على عامل ومنخفضا على العامل الآخر مما يسهل عملية تفسير العاملين ، كما أن مجموع الاشتراكيات الكلي لايتغير .

ويتبين من الجدول (١٦ – ٥) تشبعات المتغيرات على العاملين بعد التدوير المتعامد ، حيث تتشبع المتغيرات أ ، ب ، جـ ، د تشبعا مرتفعا على العامل الثاني ، ومنخفضا على العامل الاول . بينما يتشبع المتغيران هـ ، و تشبعا مرتفعا على العامل الاول ومنخفضا على العامل الثاني . كما نلاحظ أن التشبعات السالبة للمتغيرين هـ ، و على العامل الثاني أصبحت موجبة بعد التدوير .

جدول (١٦–٥)

تشبعات العوامل قبل وبعد التدوير

العوامل / المتغيرات	قبل التدوير		بعد التدوير	
	ل١	ل٢	ل١	ل٢
أ	٠,٧٨	٠,٥٣	٠,١٥	٠,٩٥
ب	٠,٦٩	٠,٤٧	٠,١٠	٠,٨٣
جـ	٠,٨١	٠,٤٢	٠,٢٢	٠,٩٠
د	٠,٦٧	٠,٣١	٠,١٩	٠,٧٢
هـ	٠,٧٥	٠,٤٥–	٠,٨٦	٠,٢٠
و	٠,٦٥	٠,٤٢–	٠,٧٥	٠,٢٧
الجذر الكامن	٣,١٧٥	١,١٥٣	١,٤١٩	٣,٠٣٣
نسبة التباين	٠,٥٢٩	٠,١٩٢		

أما التدوير المائل للعاملين (ل١ ، ل٢) فيتضح في الشكل (١٦ – ٣) من المحورين (م١ ، م٢) حيث يمثل كل منهما عاملا بعد التدوير المائل . ونلاحظ أن العامل الاول م١ يمر وسط تجمع المتغيرات (أ ، ب ، جـ ، د) بينما العامل الثاني م٢ يمر بين المتغيرين (هـ ، و) .

درجات العوامل : Factor Scores

ذكرنا أن تشبعات المتغيرات على العوامل هو أوزان معيارية ومجموع مربعاتها (أفقيا) يساوى اشتراكيات المتغير المعنى . وتكون العلاقة بين المتغير الاول في صورته المعيارية والعوامل (ك) هى :

ذ$_{١}$ = ب$_{١١}$ ل$_{١}$ + ب$_{١٢}$ ل$_{٢}$ + ب$_{١٣}$ ل$_{٣}$ + ... + ب$_{١ك}$ ل$_{ك}$ + ب$_{١}$ و$_{١}$

وهى معادلة انحدار المتغير الاول على العوامل (كمنبئات) ، وبالمثل معادلات المتغيرات الأخرى تكون مشابهة لهذه المعادلة .

كما أن العلاقة بين العامل والمتغيرات هى أيضا علاقة خطية وتعنى أنه يمكن التنبؤ بدرجات العامل من المتغيرات ، وتكون تشبعات المتغيرات على العوامل هى أيضا أوزان معيارية ومجموع مربعاتها (رأسيا) يساوى الجذر الكامن Eigenvalue للعامل . وتكون معادلة العامل الاول مع عدد (ن) من المتغيرات هى :

ل$_{١}$ = ب$_{١١}$ ذ$_{١}$ + ب$_{١٢}$ ذ$_{٢}$ + ب$_{١٣}$ ذ$_{٣}$ + ... + ب$_{ن}$ ذ$_{ن}$

وتستخدم هذه المعادلة فى حساب الدرجات المعيارية للعامل الاول وبالمثل درجات العامل الثانى تحسب من المعادلة :

ل$_{٢}$ = ب$_{٢١}$ ذ$_{١}$ + ب$_{٢٢}$ ذ$_{٢}$ + ب$_{٢٣}$ ذ$_{٣}$ + ... + ب$_{٢ن}$ ذ$_{ن}$

وبتطبيق هذه المعادلات على المثال (٣) فان :

ل$_{١}$ = ٠,١٥ ذ$_{١}$ + ٠,١٠ ذ$_{٢}$ + ٠,٢٢ ذ$_{٣}$ + ٠,١٩ ذ$_{٤}$ + ٠,٨٦ ذ$_{٥}$ + ٠,٧٥ ذ$_{٦}$

ل$_{٢}$ = ٠,٩٥ ذ$_{١}$ + ٠,٨٣ ذ$_{٢}$ + ٠,٩٠ ذ$_{٣}$ + ٠,٧٢ ذ$_{٤}$ + ٠,٢٠ ذ$_{٥}$ + ٠,٢٧ ذ$_{٦}$

ويتم حساب درجات العوامل بإستخدام الدرجات المعيارية للمتغيرات .

وتعتمد برامج التحليل العاملى الاستطلاعى فى مجموعة برامج Spss على استخدام هذا الاسلوب فى حساب درجات العوامل ،

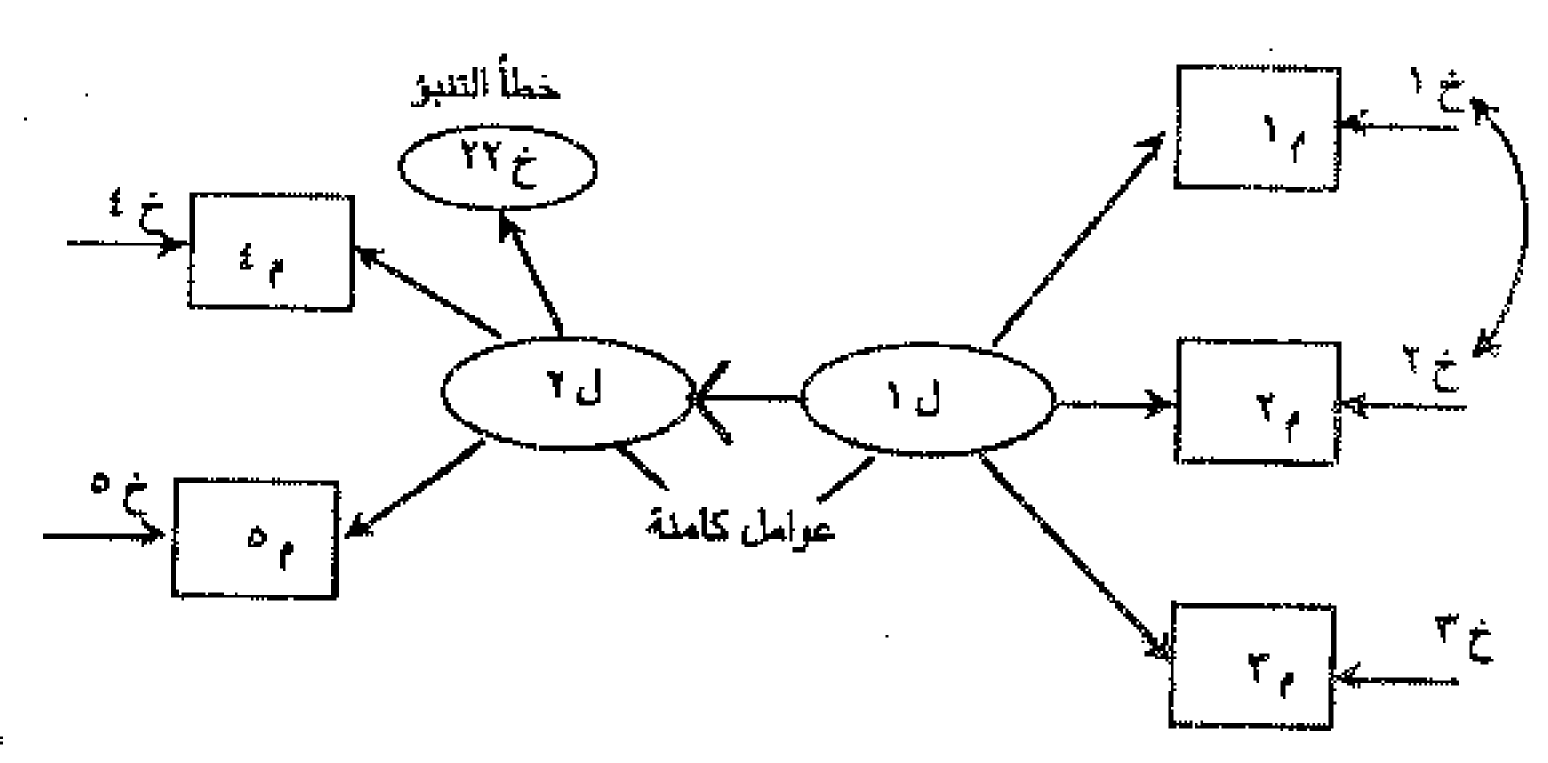
وأحيانا يقوم بعض الباحثين عند حساب درجات العوامل باستخدام الاوزان (التشبعات) التى تساوى ٠,٣ أو اكثر وإهمال الاوزان (التشبعات) الأقل من ٠,٣ ويعد هذا الاجراء ذاتى (وغير صحيح) ويعنى تقدير متحيز لدرجات العوامل، ويؤدى هذا إلى وجود علاقات بين درجات العوامل المتعامدة والتى من المفترض أنها مستقلة عن بعضها البعض خاصة عند استخدام التدوير المتعامد .

التحليل العاملى التوكيدى : Confirmatory Factor Analysis (CFA)

يهتم التحليل العاملى التوكيدى باستخدام بيانات مجموعة من المتغيرات لاختبار صحة تكوين معين يعتمد على معرفة سابقة نظرية أو بحثية ، بمعنى أنه يبدأ بتصور لتكوين معين يجمع بين المتغيرات المستخدمة فى التحليل ، ويحاول التأكد من صحة هذا الافتراض ، ويوضح الصلة المفترضة بين المتغيرات وتكوينها العاملى . وهو بذلك يضع تحديدا مسبقا للعوامل وتظاما للعلاقات أو الصلة بينها وبين المتغيرات ، ثم يحاول مطابقة النموذج المقترح مع البيانات المستخدمة . وبالطبع لا يكون التطابق تاما بين النموذج المقترح والبيانات وإنما يكون هناك جزء للخطأ يدل على الانحراف عن النموذج.

وفيما يلى مقترح للعلاقات بين خمس مغيرات مقتبس من بيرنى ١٩٩٤) Byrne, 1994 : 7-11)

ويفترض النموذج المقترح فى الشكل (١٦ – ٤) وجود خمسة متغيرات محددة بمربعات ، وعاملين (ل١ ، ل٢) محددة بدوائر قطع ناقص وخطأ للتنبؤ بالعامل الثانى (ل٢) هو (خ٢٢) ، كما توجد أخطأ بالمتغيرات الخمسة (خ١ إلى خ٥) وتدل الاسهم على معاملات الانحدار ، وأثر كل متغير على الآخر ويتضح من الشكل أن المتغيرات م١ ، م٢ ، م٣ متصلة بالعامل الاول (ل١) وهو المسبب لهذه المتغيرات (حيث يشير إتجاه السهم من العامل الى المتغيرا ت) وكذلك العامل الثانى (ل٢) هو المسبب للمتغيرين (م٤ ، م٥) . كما يتضح أن العامل ل١ يؤثر على العامل ل٢ . ويدل السهم ذو الاتجاه الواحد على تأثير متغير على آخر ، أما إذا كان السهم يشير فى الاتجاهين فانه يدل على علاقة إرتباطية .



شكل (١٦–٤) نموذج لمسار العلاقات المفترضة بين المتغيرات

وتذكر بيرنى أن بنتلر –ويكس Bentler- Weeks قدما نظاما لتمثيل المتغيرات يعتمد على تقسيمها الى مستقلة وتابعة . فكل متغير يشير إليه سهم فى إتجاه واحد هو متغير تابع ، وإذا لم يصل إليه سهم بإتجاه واحد يعد متغيرا مستقلا . وبالطبع المتغير التابع تفسره متغيرات أخرى فى النموذج ، أما المتغيرات المستقلة فتقوم بدو التفسير للمتغيرات التابعة . ويتضح من الشكل أن السهم أحادى الاتجاه يربط العوامل مع المتغيرات ، وكذلك السهم من ($ل_{١}$) الى ($ل_{٢}$) ، وهى تدل على معاملات انحدار حسب اتجاه السهم .

وتفسير إتصال الاخطاء بمتغيراتها يدل على أن الخطأ متضمن فى التنبؤ بمتغير من متغير آخر ، وعليه تعد الاخطاء معلومة ومحددة بمعامل انحدار يساوى الوحدة . فمثلا فى الانحدار البسيط يكون التنبؤ بالمتغير الاول($م_{١}$) من العامل الاول ($م_{٢}$) يمكن كتابته على الصورة

$$م_{١} = ب_{١١}\ ل_{١} + خ_{١}$$

حيث $ب_{١١}$ هى معامل الانحدار المعيارى (بيتا) ، وقيمتها غير معلومة ، أما $خ_{١}$ فهو خطأ التنبؤ بالمتغير الاول ، لاحظ أن معامل $خ_{١}$ هو الوحدة وعليه فان الوزن (بيتا) المرتبط بالخطأ لا يتم حسابه ونفترض أنه يساوى الوحدة .

وبالمثل التنبؤ بالعامل ($ل_{٢}$) من العامل ($ل_{١}$) يمكن كتابته على الصوره

$ل_{٢} = ب_{٢١}\ ل_{١} + خ_{٢٢}$ حيث $خ_{٢٢}$ تدل على خطأ التنبؤ بالعامل ($ل_{٢}$) ، وحيث أن هذا التنبؤ بعامل من عامل آخر ، وهو مختلف عن التنبؤ بمتغير من عامل وبذلك فان الخطأ الاول ($خ_{١}$) يختلف عن الخطأ ($خ_{٢٢}$).

ويمكن ترجمة النموذج المقترح فى الشكل (١٦ – ٤) الى معادلات إنحدار كما يلى :

$م_{١} = ب_{١١}\ ل_{١} + خ_{١}$ $م_{٤} = ب_{٢٤}\ ل_{٢} + خ_{٤}$

$م_{٢} = ب_{١٢}\ ل_{١} + خ_{٢}$ $م_{٥} = ب_{٢٥}\ ل_{٢} + خ_{٥}$

$م_{٣} = ب_{١٣}\ ل_{١} + خ_{٣}$ وكذلك $ل_{٢} = ب٢١\ ل_{١} + خ_{٢٢}$

وعلى الرغم من سهولة ترجمة شكل (١٦ – ٤) الى معادلات انحدار ، إلا أنها لا تشير إلى تباينات المتغيرات المستقلة ($ل_{١}$ ، $ل_{٢}$) هى معالم فى النموذج، وهامة فى وضع المعادلات وفى اجراء التحليل كله.

نموذج عوامل الدرجة الاولى فى التحليل التوكيدى :
First- order CFA Model

يركز التحليل العاملى التوكيدى على العلاقات بين المتغيرات والعوامل . وقد وضحنا نموذج للعلاقات بين خمسة متغيرات يمثلها عاملين (ل١ ، ل٢) ، ويتضح من النموذج أن العاملين من الدرجة الأولى ، لأنهما مسئولان عن المتغيرات ولاتوجد عوامل أخرى مسئولة عن هذين العاملين .

ويمكن عرض نماذج التكوين العاملى في مجموعة من معادلات الانحدار ، والتى تدل على عوامل الدرجة الاولى . وفيما يلى نعرض مثالا لذلك مقتبس من بيرنى (Byrne,1994 : 13 - 17)

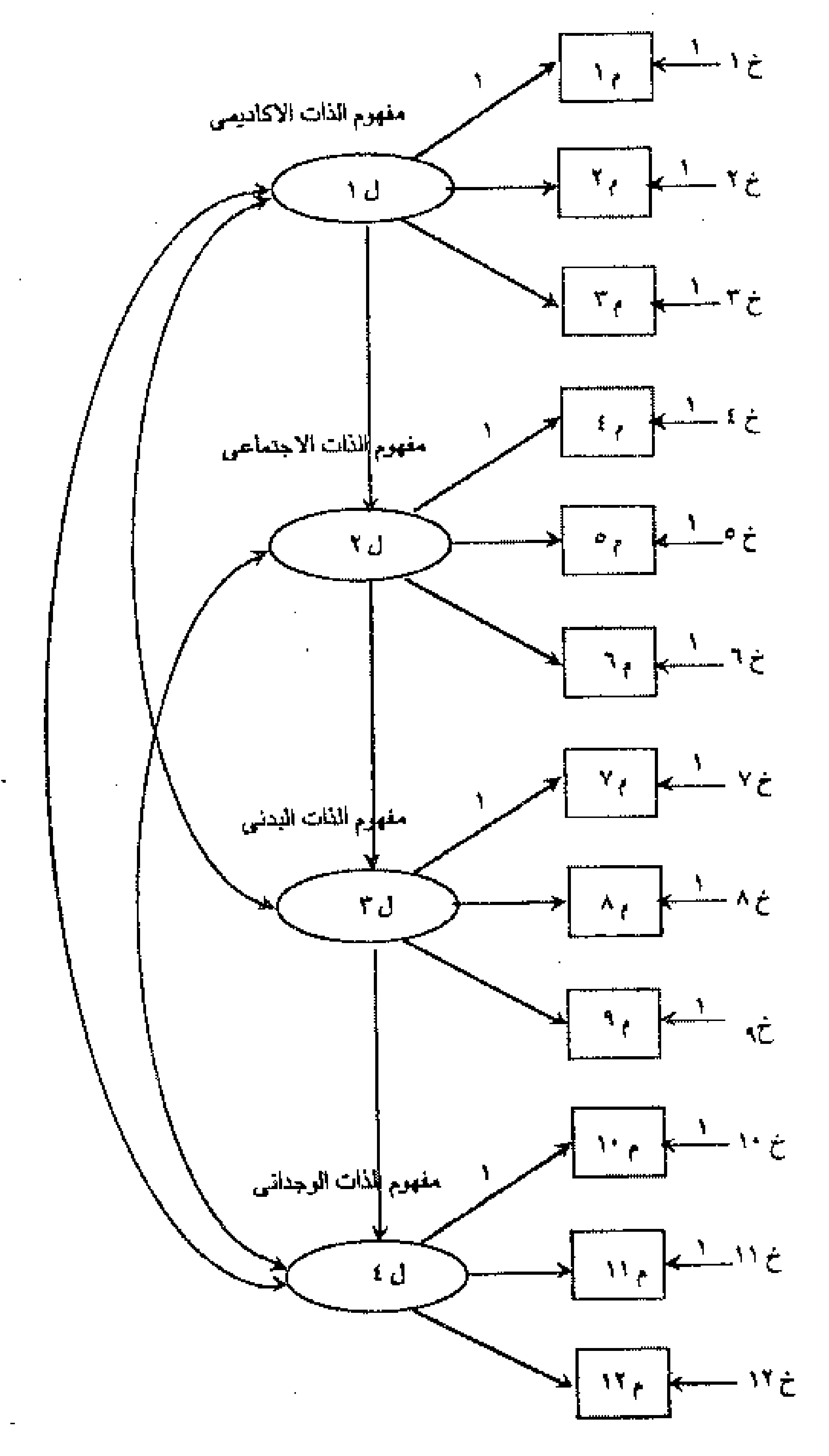
نفترض أن لدينا نموذج رباعى عن مفهوم الذات ، وكل عامل من العوامل الاربعة تم قياسه بثلاثة متغيرات . فاذا كانت العوامل الاربعة هى : مفهوم الذات الأكاديمى ، ومفهوم الذات الاجتماعى ، ومفهوم الذات البدنى ، ومفهوم الذات الوجدانى . فان تمثيل هذا النموذج يوضحه الشكل (١٦ – ٥) .

ويتضح من الشكل وجود معاملات إنحدار محددة قيمتها بالوحدة، حيث يدل العدد (١) بالشكل على معاملات الانحدار المحددة للاخطاء وبين كل عامل وأول متغير مرتبط به . وهذه القيم مرتبطة بالنموذج الذى قدمه بنتلر – ويكس ولتسهيل تقدير معالم النموذج المقترح . فاذا توصلنا إلى حل واحد لقيم معالم النموذج ، فيصبح النموذج قابلا للاختبار . أما إذا لم نستطع تحديد النموذج فتكون معالمه موضع تقديرات متحيزة . أى أنه قد توجد قيما مختلفة لمعالم نفس النموذج، مما يعنى أن التوصل الى قيم لكل المعالم غير ممكن ، ويصبح النموذج غير قابل للتقويم التجريبى .

وتوجد ثلاثة احتمالات لتحديد النموذج وهى :

تحديد واضح Just-identified وتحديد اكثر من اللازم Over-identified ، وتحديد أقل من اللازم Under - identified

والنموذج المحدد تحديدا واضحا هو الذى يتضمن تناظراً أحاديا بين البيانات ومعالم التكوين . بمعنى أن عدد تباينات المتغيرات يساوى عدد المعالم المقدرة أو المطلوب تقديرها . وعلى الرغم من قدرة النموذج على التوصل الى حل وحيد لكل معالمه ، فيكون النموذج المناسب غير دال علميا لعدم وجود درجات حرية ، ومن ثم لا يمكن رفضه .



شكل (١٦-٥) نموذج لعوامل درجة أولي مقترحة
عن التحليل العاملي التوكيدي

أما النموذج المحدد اكثر من اللازم فهو الذى يكون عدد معالمه المقدرة أقل من عدد تباينات المتغيرات ، ويؤدى هذا الموقف الى درجات حرية موجبة تسمح باختبار النموذج ، وتوضيح مدى مطابقته للبيانات .

بينما النموذج المحدد أقل من اللازم يكون عدد معالمه المقدرة أكثر من عدد تباينات المتغيرات ، وفى هذه الحالة يحتوى النموذج على معلومات غير كافية (من وجهة نظر البيانات) للتوصل الى حل مجدد لتقدير المعالم ، مما يؤدى الى حلول عديدة (لا نهائية) .

وعدد تباينات المتغيرات = $\frac{ن (ن + ١)}{٢}$ ، وفى حالة ١٢ متغير (شكل ١٦ - ٥)

فان عدد التباينات = $\frac{١٢(١٢ + ١)}{٢}$ = ٧٨ .

وعدد المعالم المطلوب تقديرها فى النموذج المقترح هى : ٨ معاملات انحدار (بين العوامل والمتغيرات) ، ٤ تباينات للعوامل ، ٦ تغايرات للعوامل (علاقات بين العوامل) ، ١٢ للخطأ فيكون المجموع = ٣٠ ، وهو أقل من عدد تباينات المتغيرات . وعليه يكون تحديد النموذج اكثر من اللازم بدرجات حرية =٧٨ - ٣٠ = ٤٨ .

والتحديد الزائد للنموذج أمر هام لكنه غير كاف لحل مشكلة التحديد ، أما وضع قيود على معالم النموذج يمكن أن تفيد فى مساعدة الباحث فى التوصل الى النموذج الاكثر تحديدا . وأحد هذه القيود هى المرتبطة بالاخطاء حيث أننا نحدد معاملات انحدارها بالوحدة ثم نحسب تبايناتها ، أو يمكن أن نحدد التباينات بالوحدة ثم نقدر معاملات الانحدار .أما عدم وضع قيود على المعاملات أو التباينات فانه يؤدى الى نموذج أقل تحديدا ولا نستطيع تقدير كل معالمه . كما أننا لا نستطيع تقييد بعض تشبعات العوامل بقيمة محددة .

وفى النموذج المقترح (شكل ١٦ - ٥) نحدد بعض معاملات الانحدار بين مفهوم الذات الاكاديمى والمتغيرات الثلاثة ، والبديل لهذا التحديد هو أن نضع تباين العامل مساويا للوحدة (فى حالة المتغيرات المستقلة فقط) ثم نقدر تشبعات العامل . ومن المهم ملاحظة أن المتغيرات التابعة لا يمكن تحديدها بهذه الطريقة لأن تبايناتها ليست معالم فى النموذج .

وتكون معادلات مفهوم الذات الاكاديمى مثلا فى النموذج هى :

$م_{١} = ل_{١} + خ_{١}$

$م_{٢} = ب_{٢١}\, ل_{١} + خ_{٢}$

$م_{٣} = ب_{٣١}\, ل_{١} + خ_{٣}$

وبالمثل معادلات مفهوم الذات الاجتماعي ، والبدني ، والوجداني ، حيث يوجد في المعادلات تقييد لمعامل انحدار المتغير الاول (لكل عامل) بقيمة تساوى الوحدة .

ويتم اجراء التحليل لحساب قيم المعالم (بيتا) .

نموذج عوامل الدرجة الثانية في التحليل التوكيدي :

Second-order CFA Model

يوجد في النموذج السابق أربعة عوامل تعد متغيرات مستقلة وكل منها يعد مستوى واحد يدل عليه أتجاه السهم . وهذه العوامل هي عوامل الدرجة الأولى . وقد ترى النظرية القائم عليها النموذج وجود عوامل من درجة أعلى تكون مسئولة عن المتغيرات . واتجاهات الاسهم من العوامل الى المتغيرات تحدد إذا ما كان نموذج التكوين يتضمن عوامل من درجة أعلى من الدرجة الاولى .

وتشير العلاقات بين العوامل الاربعة في شكل (١٦ – ٥) والتي تدل عليها اتجاهات الاسهم ، إلى وجود عوامل من الدرجة الثانية . ولذلك فقد اقترحت بيرنى وجود عامل آخر من الدرجة الثانية مسئول عن العوامل الاربعة وهو مفهوم الذات العام . ولذلك يمكن إضافة هذا العامل (مفهوم الذات العام) وتخرج منه أسهم الى العوامل الأربعة في النموذج المقترح . ويعد هذا العامل من الدرجة الثانية ولايرتبط بالمتغيرات مباشرة ، وانما علاقته تكون بعوامل الدرجة الاولى الأربعة والتي ترتبط مباشرة بالمتغيرات .

ويتضمن النموذج في هذه الحالة أسهم من عامل مفهوم الذات العام الى العوامل الاربعة ، ثم أسهم من العوامل الاربعة الى متغيراتها . ويعنى هذا أن العوامل الاربعة تعد متغيرات مستقلة وتابعة في نفس الوقت . ويدل هذا أيضا على أن تباينات العوامل الاربعة لا تعد معالم في النموذج ، لأنها أصبحت متغيرات تابعة ومسئولة من عامل الدرجة الثانية . وتدل الاسهم من عامل الدرجة الثانية الى عوامل الدرجة الاولى على مسارات الانحدار ، أو تشبعات عامل الدرجة الثانية والتي يجب تقديرها من التحليل .

والتنبؤ بعوامل الدرجة الاولى من عامل الدرجة الثانية يصاحبه أخطاء مرتبطة بعوامل الدرجة الأولى . ولأن تباينات هذه الاخطاء مهم فيمكن تحديد قيمة أوزان الاخطاء بالوحدة (كما حدث مع اخطاء المتغيرات) .

والخطوة الاولى لتحديد عامل الدرجة الثانية ، هى حساب عدد المعالم المطلوب تقديرها وهى : ٨ معاملات انحدار من الدرجة الاولى ، ٤ معاملات انحدار من الدرجة الثانية ، ١٢ تباينات أخطاء القياس (للمتغيرات) ، ٤ للأخطاء المرتبطة بعوامل الدرجة الاولى ويكون المجموع = ٢٨ • وحيث أن عدد تباينات المتغيرات هو ٧٨ ، فان النموذج يتحدد بدرجات حرية = ٧٨ - ٢٨ = ٥٠

ثم نجرى التحليل لحساب معالم النموذج وإختبار مدى مطابقته للبيانات المتاحة .

ويجب التنويه بأنه قد توجد نماذج معقدة بها عدد من تكوينيات العوامل الكامنة التى لا نستطيع رؤيتها منفصلة . فعلى الرغم من إمكانية تحديد عوامل الدرجة الاولى فى النموذج (باستخدام البيانات) فقد تكون عوامل الدرجة الثانية أقل تحديدا ويصعب التوصل إليها . أما النموذج السابق عرضه عن مفهوم الذات حيث إفترضنا وجود أربعة عوامل وتبايناتها هى ٤ × ٥ ÷ ٢ = ١٠ ، والمطلوب تقدير ٨ معالم انحدار من الدرجة الأولى ، فيتبقى لنا درجتى حريه تجعل النموذج أكثر تحديدا ويمكن اختباره .

وإذا فرضنا وجود عاملين فقط من الدرجة الاولى فان عدد التباينات = ٢×٣÷٣ = ٣ ، وعدد المعالم المطلوب تقديرها هى أربعة ، وبالتالى فلا نستطيع اختبار النموذج إلا إذا وضعنا قيودا عليه . ومعنى هذا أن الباحث يضع نموذجه فى ضوء فكرة إمكانية اختبار بناء على درجات الحرية .

المراجع

١- أحمد عبادة سرحان : طرق التحليل الاحصائى، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٨.

٢- السيد محمد خيرى : الاحصاء في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية (ط- ٤)، دار النهضة العربية، القاهرة، ١٩٧٠.

٣- رجاء أبوعلام : مدخل الى مناهج البحث التربوى، مكتبة الفلاح، الكويت، ١٩٨٩.

٤- صلاح أحمد مراد : المقارنات المتعددة للمتوسطات، مجلة كلية التربية، جامعة المنصورة، العدد الرابع، ١٩٨١، ٥٧-٨٨.

٥- صلاح أحمد مراد : القياس النفسى والاحصاء، قسم علم النفس التربوى، كلية التربية جامعة المنصورة، ١٩٩٢.

٦- صلاح الدين علام : الاساليب الاحصائية الاستدلالية البارامترية واللابارامترية، دار الفكر العربى، القاهرة، ١٩٩٣.

٧- صفوت فرج : الاحصاء فى علم النفس (ط-٢) دار النهضة العربية، القاهرة، ١٩٨٥.

٨- فؤاد أبو حطب، آمال صادق : مناهج البحث وطرق التحليل الاحصائى، الانجلو المصرية، القاهرة، ١٩٩١.

٩- فؤاد البهى السيد : علم النفس الاحصائى وقياس العقل البشرى، دار الفكر العربى، القاهرة، ١٩٧٨.

١٠- محمود عبد الحليم منسى : الاحصاء الوصفى والاستدلالى فى العلوم النفسية والتربوية، مكتبة الفلاح، الكويت، ١٩٨٦.

١١- محمود السيد أبو النيل : الاحصاء النفسى والاجتماعى والتربوى، دار انهضة العربية، القاهرة، ١٩٨٧.

12. Backham, D.X Mayas, J. Aspects of educational technology, vol. V. England : Pitman, 1971.

13. Box , G. E. P. Some theorems on quadrative forms applied in the study of analysis of variance problem I : Effect of inequality of variance in the one-way classification : Annals of Math. Statistics, 1954 , 25 , 290 - 302 .

14. Byrne , B. M. Structural equation modeling with EQS and EQS-Windows . London : SAGE, 1994.

15. Cattell, B. C. Factor analysis : An introduction to essentials . Biometrics, 1965, 21, 190 - 215 .

16. Cohen, J. Statistical power and analysis for the behavioral sciences (2nd ed.) Hillsdale, N. J. : Lawrence Erlbaum Associates, 1988 .

17. David, F. N. Games, gods and gambling . N. Y. : Hafner, 1962 .

18. Duncan, O. D. Introduction to structural equation models . N. Y. : Academic press, 1975.

19. Edwards, A. L. Experimental design in Psychological research (3rd ed.) N. Y.: Holt, Rinehart and winston, 1968.

20. Ferguson, G. A. Statisrical analysis in psychology and education . N. Y. : Mc Graw Hill, 1971

21. Ferguson, G. A. & Takane, Y. Statistical analysis in psychology and education (6th ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1989 .

22. Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. How to design and evaluate research in education (3rd ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1996 .

23. Freund , R. J. & Wilson , W. J. Statistical methods (2nd ed.) N. Y. : Academic press, 1997.

24. Games, P. A. Multiple comparisons of means . AERJ , 1971 , 8 , 531 - 565 .

25. Gibbons, J. D. Nonparametric methods for quantitative analysis. Newyork : Holt, Rinehart and Winston, 1976.

26. Glass, G. V. & Stanley, J. C. Statical methods in education and psychology . Englewood Cliffs, N. J. : prentice Hall, 1970 .

27. Gronlund, N. E. How to Constract achievement tests (4th ed.) . Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall, 1988.

28. Guilford, J. P. Fundamental statistics in psychology and educa-

tion. New york : Mc Graw Hill, 1956.

29. Haase, R. F., Waechter, D. M. & Solomon, G. S. How significant is a significant difference ? Average effect size of research in Counseling psychology . Journal of Counseling Psychology, 1982, 29, 58 - 65 .

30 - Hald, A. Ahistory of mathematical statistics Ftom 1750 to 1930. N. Y. : John Wiley & Sons, 1998 .

31. Harman , H. H. Modern Factor analysis . Chicago : university of chicago press, 1967.

32. Harter, H. L. Error rates and sample sizes for rang tests in multiple compsrison . Biometrics , 1957 , 13 , 511 - 536 .

33. Hays, W. L. Statistics . New York : Holt , Rinehart and Winston , 1981 .

34. Hopkins, H. D. , Glass, G. V. & Hopkins , B. R. Basic statistics for the behavioral sciences. Boston : Allyn and Bacon, 1987 .

35. Huberty , C. J. Applied discriminant analysis . N. Y. : John Wiley & Sons , 1994

36. Huberty , C. J. & Mourad, S. A. Variable selection in discriminant analysis . AERA Annual meeting, San Francisco , CA, 1979 .

37. Huberty , C. J. & Mourad , S. A. Estimation in multiple correlation / prediction . Journal of Educational Measurement , 1980 , 40 , 101- 112 .

38. Kendall, M. G. Rank correlation methods (4th ed.) London : Charles Griffin & Company , 1970 .

39. Kenny , D. A. Statistics for the social and behavioral sciences . Boston : Little Brown & Company , 1987 .

40. Keppel, G. Design and analysis : A researcher handbook. Englewood Cliffs , N. J. : Prentice Hall, 1973.

41. Kerlinger, F. N. & Pedhazur , E. J. Multiple Regression in behavioral research. N. Y. : Holt , Rinehart and Winston, 1973 .

42. Kiess, H. O. Statistical concepts for the behavioral sciences . Boston : Allyn and Bacon, 1989.

43. Kim, J. Factor analysis . In N. H. Nie et al. : Statistcal Pakage for the Social Sciences (2nd ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1975.

44. Kimble, G. A. How to use and misuse statistics. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall, 1978.

45. Kramer, C. Y. Extension of multiple range tests to means with unequal numbers of replications. Biometrics, 1956, 12, 307 - 310

46. Linton, M. & Gallo, P. S. Jr. The practical statistician : Simplified handbook of statistics. Monterarey, CA : Brooks Cole, 1975.

47. Milewski, E. G. The essentials of statistics I. Piscataway, N. J. : Research and education Association, 1996.

48. Milewski, E. G. The essentials of statistics II. Piscataway, N. J. : Research and education Association, 1996.

49. Mulaik, S. A. The foundation of factor analysis N. Y. : Mc Graw Hill, 1972.

50. Payne, D. A. Measuring and evaluating educational outcomes (2nd ed.) N. Y. : Maxwell Macmillan, Int., 1992 .

51. Pedhazur, E. J. & Schmelkin, L. P. Measurement Design, and analysis : An integrated approach. Hills dale, N. J. : Lawrence Erlbaum Associates, 1991.

52. Petrinovich, L. F. & Hardyek, C. D. Error rates for multiple comparison methods : Some evidence concerning the frequency of erronous conclusions. Psychological Bulletin,

1969, 71, 43 - 54.

53. Scheffe, H. A. The analysis of variance. N. Y. : Wiley, 1959.

54. Shavelson, R. J. Statistical reasoning for the behavioral sciences (3rd ed.) . Boston : Allyn and Bacon, 1988 .

55. sirkin, R. M. statistics for the social Sciences. Thous and Oaks, London : SAGE, 1995 .

56. Warwick, P. V. Cononical correlation. In N. H. Nie etal. Statistical Pakage for Social sciences (2nd ed.) N. Y. : Me Graw Hill, 1975 .

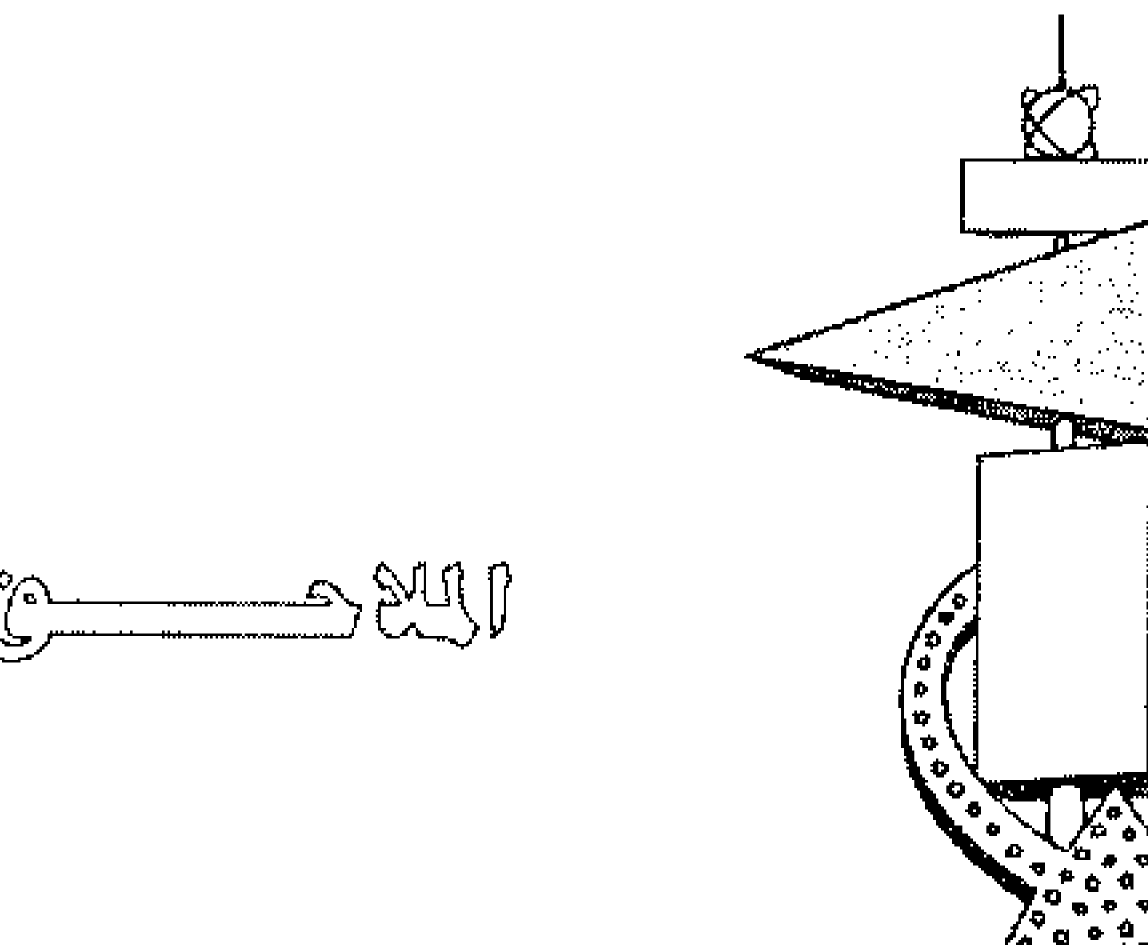
57. Weinberg, S. L. & Goldberg, K. P. Basic Statistics for education and behavioral sciences. Boston : Hughton Mifflin, 1979.

58. Winer, B. J. Statistical principles in experimental design (2nd ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1971

59. Winer, B. J. , Brown, D. r. & Michels, K. m. Statistical principles in experimental design (3rd ed.) N. Y. : Me Graw Hill, 1991.

60. Wolfle, L. M. Strategies of path analysis. AERA , 1980 , 17 (2) , 183 - 209 .





الملاحق

ملحق رقم (١)
جدول توزيع المنحنى الاعتدالى

الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى
صفر	,٥٠٠	٠,٢٣	,٥٩١	٠,٤٥	,٦٧٤	٠,٦٧٤	,٧٥٠
٠,٠١	,٥٠٤	٠,٢٤	,٥٩٥	٠,٤٦	,٦٧٧	٠,٦٨	,٧٥٢
٠,٠٢	,٥٠٨	٠,٢٥	,٥٩٩	٠,٤٧	,٦٨١	٠,٦٩	,٧٥٥
٠,٠٣	,٥١٢	٠,٢٥٣	,٦٠٠	٠,٤٨	,٦٨٤	٠,٧٠	,٧٥٨
٠,٠٤	,٥١٦	٠,٢٦	,٦٠٣	٠,٤٩	,٦٨٨	٠,٧١	,٧٦١
٠,٠٥	,٥٢٠	٠,٢٧	,٦٠٦	٠,٥٠	,٦٩١	٠,٧٢	,٧٦٤
٠,٠٦	,٥٢٤	٠,٢٨	,٦١٠	٠,٥١	,٦٩٥	٠,٧٣	,٧٦٧
٠,٠٧	,٥٢٨	٠,٢٩	,٦١٤	٠,٥٢	,٦٩٩	٠,٧٤	,٧٧٠
٠,٠٨	,٥٣٢	٠,٣٠	,٦١٨	٠,٥٢٤	,٧٠٠	٠,٧٥	,٧٧٣
٠,٠٩	,٥٣٦	٠,٣١	,٦٢٢	٠,٥٣	,٧٠٢	٠,٧٦	,٧٧٦
٠,١٠	,٥٤٠	٠,٣٢	,٦٢٦	٠,٥٤	,٧٠٥	٠,٧٧	,٧٧٩
٠,١١	,٥٤٤	٠,٣٣	,٦٢٩	٠,٥٥	,٧٠٩	٠,٧٨	,٧٨٢
٠,١٢	,٥٤٨	٠,٣٤	,٦٣٣	٠,٥٦	,٧١٢	٠,٧٩	,٧٨٥
٠,١٢٦	,٥٥٠	٠,٣٥	,٦٣٧	٠,٥٧	,٧١٦	٠,٨٠	,٧٨٨
٠,١٣	,٥٥٢	٠,٣٦	,٦٤١	٠,٥٨	,٧١٩	٠,٨١	,٧٩١
٠,١٤	,٥٥٦	٠,٣٧	,٦٤٤	٠,٥٩	,٧٢٢	٠,٨٢	,٧٩٤
٠,١٥	,٥٦٠	٠,٣٨	,٦٤٨	٠,٦٠	,٧٢٦	٠,٨٣	,٧٩٧
٠,١٦	,٥٦٤	,٢٨٥	,٦٥٠	٠,٦١	,٧٢٩	٠,٨٤٢	,٨٠٠
٠,١٧	,٥٦٧	٠,٣٩	,٦٥٢	٠,٦٢	,٧٣٢	٠,٨٥	,٨٠٢
٠,١٨	,٥٧١	٠,٤٠	,٦٥٥	٠,٦٣	,٧٣٦	٠,٨٦	,٨٠٥
٠,١٩	,٥٧٥	٠,٤١	,٦٥٩	٠,٦٤	,٧٣٩	٠,٨٧	,٨٠٨
٠,٢٠	,٥٧٩	٠,٤٢	,٦٦٣	٠,٦٥	,٧٤٢	٠,٨٨	,٨١١
٠,٢١	,٥٨٣	٠,٤٣	,٦٦٦	٠,٦٦	,٧٤٥	٠,٨٩	,٨١٣
٠,٢٢	,٥٨٧	٠,٤٤	,٦٧٠	٠,٦٧	,٧٤٩	٠,٩٠	,٨١٦

الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى
٠,٩١	,٨١٩	١,١٤	,٨٧٣	١,٣٨	,٩١٦	١,٦٢	,٩٤٧
٠,٩٢	,٨٢١	١,١٥	,٨٧٥	١,٣٩	,٩١٨	١,٦٣	,٩٤٨
٠,٩٣	,٨٢٤	١,١٦	,٨٧٧	١,٤٠	,٩١٩	١,٦٤	,٩٤٩
٠,٩٤	,٨٢٦	١,١٧	,٨٧٩	١,٤١	,٩٢١	١,٦٤٥	,٩٥٠
٠,٩٥	,٨٢٩	١,١٨	,٨٨١	١,٤٢	,٩٢٢	١,٦٥	,٩٥١
٠,٩٦	,٨٣١	١,١٩	,٨٨٣	١,٤٣	,٩٢٤	١,٦٦	,٩٥٢
٠,٩٧	,٨٣٤	١,٢٠	,٨٨٥	١,٤٤	,٩٢٥	١,٦٧	,٩٥٣
٠,٩٨	,٨٣٦	١,٢١	,٨٨٧	١,٤٥	,٩٢٦	١,٦٨	,٩٥٤
٠,٩٩	,٨٣٩	١,٢٢	,٨٨٩	١,٤٦	,٩٢٨	١,٦٩	,٩٥٤
١,٠٠	,٨٤١	١,٢٣	,٨٩١	١,٤٧	,٩٢٩	١,٧٠	,٩٥٥
١,٠١	,٨٤٤	١,٢٤	,٨٩٣	١,٤٨	,٩٣١	١,٧١	,٩٥٦
١,٠٢	,٨٤٦	١,٢٥	,٨٩٤	١,٤٩	,٩٣٢	١,٧٢	,٩٥٧
١,٠٣	,٨٤٨	١,٢٦	,٨٩٦	١,٥٠	,٩٣٣	١,٧٣	,٩٥٨
١,٠٣٦	,٨٥٠	١,٢٧	,٨٩٨	١,٥١	,٩٣٤	١,٧٤	,٩٥٩
١,٠٤	,٨٥١	١,٢٨٢	,٩٠٠	١,٥٢	,٩٣٦	١,٧٥	,٩٦٠
١,٠٥	,٨٥٣	١,٢٩	,٩٠١	١,٥٣	,٩٣٧	١,٧٥١	,٩٦٠
١,٠٦	,٨٥٥	١,٣٠	,٩٠٣	١,٥٤	,٩٣٨	١,٧٦	,٩٦١
١,٠٧	,٨٥٨	١,٣١	,٩٠٥	١,٥٥	,٩٣٩	١,٧٧	,٩٦٢
١,٠٨	,٨٦٠	١,٣٢	,٩٠٧	١,٥٦	,٩٤١	١,٧٨	,٩٦٢
١,٠٩	,٨٦٢	١,٣٣	,٩٠٨	١,٥٧	,٩٤٢	١,٧٩	,٩٦٣
١,١٠	,٨٦٤	١,٣٤	,٩١٠	١,٥٨	,٩٤٣	١,٨٠	,٩٦٤
١,١١	,٨٦٧	١,٣٥	,٩١١	١,٥٩	,٩٤٤	١,٨١	,٩٦٥
١,١٢	,٨٦٩	١,٣٦	,٩١٣	١,٦٠	,٩٤٥	١,٨٢	,٩٦٦
١,١٣	,٨٧١	١,٣٧	,٩١٥	١,٦١	,٩٤٦	١,٨٣	,٩٦٦

الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى
١,٨٤	,٩٦٧	٢,٠٦	,٩٨٠	٢,٣٠	,٩٨٩	٢,٥٣	,٩٩٤
١,٨٥	,٩٦٨	٢,٠٧	,٩٨١	٢,٣١	,٩٩٠	٢,٥٤	,٩٩٤
١,٨٦	,٩٦٩	٢,٠٨	,٩٨١	٢,٣٢	,٩٩٠	٢,٥٥	,٩٩٥
١,٨٧	,٩٦٩	٢,٠٩	,٩٨٢	٢,٣٢٦	,٩٩٠	٢,٥٦	,٩٩٥
١,٨٨	,٩٧٠	٢,١٠	,٩٨٢	٢,٣٣	,٩٩٠	٢,٥٧	,٩٩٥
١,٨٨١	,٩٧٠	٢,١١	,٩٨٣	٢,٣٤	,٩٩٠	٢,٥٧٦	,٩٩٥
١,٨٩	,٩٧١	٢,١٢	,٩٨٣	٢,٣٥	,٩٩١	٢,٥٨	,٩٩٥
١,٩٠	,٩٧١	٢,١٣	,٩٨٣	٢,٣٦	,٩٩١	٢,٥٩	,٩٩٥
١,٩١	,٩٧٢	٢,١٤	,٩٨٤	٢,٣٧	,٩٩١	٢,٦٠	,٩٩٥
١,٩٢	,٩٧٣	٢,١٥	,٩٨٤	٢,٣٨	,٩٩١	٢,٧٠	,٩٩٦
١,٩٣	,٩٧٣	٢,١٦	,٩٨٥	٢,٣٩	,٩٩٢	٢,٨٠	,٩٩٧
١,٩٤	,٩٧٤	٢,١٧	,٩٨٥	٢,٤٠	,٩٩٢	٢,٩٠	,٩٩٨
١,٩٥	,٩٧٤	٢,١٨	,٩٨٥	٢,٤١	,٩٩٢	٣,٠٠	,٩٩٩
١,٩٦	,٩٧٥	٢,١٩	,٩٨٦	٢,٤٢	,٩٩٢	٣,٢٠	,٩٩٩
١,٩٧	,٩٧٦	٢,٢٠	,٩٨٦	٢,٤٣	,٩٩٢	٣,٤٠	,٩٩٩٧
١,٩٨	,٩٧٦	٢,٢١	,٩٨٦	٢,٤٤	,٩٩٣	٣,٦٠	,٩٩٩٩٨
١,٩٩	,٩٧٧	٢,٢٢	,٩٨٧	٢,٤٥	,٩٩٣	٣,٨٠	,٩٩٩٩
٢,٠٠	,٩٧٧	٢,٢٣	,٩٨٧	٢,٤٦	,٩٩٣	٤,٠٠	,٩٩٩٩٧
٢,٠١	,٩٧٨	٢,٢٤	,٩٨٧	٢,٤٧	,٩٩٣	٥,٠٠	,٩٩٩٩٩٧
٢,٠٢	,٩٧٨	٢,٢٥	,٩٨٨	٢,٤٨	,٩٩٣		
٢,٠٣	,٩٧٩	٢,٢٦	,٩٨٨	٢,٤٩	,٩٩٤		
٢,٠٤	,٩٧٩	٢,٢٧	,٩٨٨	٢,٥٠	,٩٩٤		
٢,٠٥	,٩٨٠	٢,٢٨	,٩٨٩	٢,٥١	,٩٩٤		
٢,٠٥٤	,٩٨٠	٢,٢٩	,٩٨٩	٢,٥٢	,٩٩٤		

ملحق رقم (٢)

جدول دلالة معامل ارتباط بيرسون

ن	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١	ن	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١
٣	,٩٩٧	,٩٩٩٩	,٩٩٩٩٤	٢٧	,٣٨١	,٤٨٧	,٥٩٧
٤	,٩٥٠	,٩٩٠	,٩٩٩	٢٨	,٣٧٤	,٤٧٩	,٥٨٨
٥	,٨٧٨	,٩٥٩	,٩٩١	٢٩	,٣٦٧	,٤٧١	,٥٧٩
٦	,٨١١	,٩١٧	,٩٧٤	٣٠	,٣٦١	,٤٦٣	,٥٧٠
٧	,٧٥٤	,٨٧٤	,٩٥١	٣٥	,٣٣٤	,٤٢٨	,٥٣١
٨	,٧٠٧	,٨٣٤	,٩٢٥	٤٠	,٣١٢	,٤٠٢	,٥٠١
٩	,٦٦٦	,٧٩٨	,٨٩٨	٤٥	,٢٩٦	,٣٨١	,٤٧١
١٠	,٦٣٢	,٧٦٥	,٨٧٢	٥٠	,٢٧٦	,٣٦١	,٤٥١
١١	,٦٠٢	,٧٣٥	,٨٤٧	٦٠	,٢٥٤	,٣٣٠	,٤١٤
١٢	,٥٧٦	,٧٠٨	,٨٢٣	٧٠	,٢٣٥	,٣٠٥	,٣٨٥
١٣	,٥٥٣	,٦٨٤	,٨٠١	٨٠	,٢٢٠	,٢٨٦	,٣٦١
١٤	,٥٣٢	,٦٦١	,٧٨٠	٩٠	,٢٠٨	,٢٧٠	,٣٤٢
١٥	,٥١٤	,٦٤١	,٧٦٠	١٠٠	,١٩٦	,٢٥٦	,٣٢٤
١٦	,٤٩٧	,٦٢٣	,٧٤٢	١٥٠	,١٦١	,٢١٠	,٢٦٧
١٧	,٤٨٢	,٦٠٦	,٧٢٥	٢٠٠	,١٣٩	,١٨٢	,٢٣٢
١٨	,٤٦٨	,٥٩٠	,٧٠٨	٢٥٠	,١٢٤	,١٦٣	,٢٠٧
١٩	,٤٥٦	,٥٧٥	,٦٩٣	٣٠٠	,١١٣	,١٤٨	,١٨٩
٢٠	,٤٤٤	,٥٦١	,٦٧٩	٤٠٠	,٠٩٨	,١٢٨	,١٦٩
٢١	,٤٣٣	,٥٤٩	,٦٦٥	٥٠٠	,٠٨٨	,١١٥	,١٤٧
٢٢	,٤٢٣	,٥٣٧	,٦٥٢	١٠٠٠	,٠٦٢	,٠٨١	,١٠٤
٢٣	,٤١٣	,٥٢٦	,٦٤٠	٥٠٠٠	,٠٢٧٨	,٠٣٦٤	,٠٤٦٥
٢٤	,٤٠٤	,٥١٥	,٦٢٩	١٠٠٠٠	,٠١٩٦	,٠٢٥٨	,٠٣٩٣
٢٥	,٣٩٦	,٥٠٥	,٦١٨				
٢٦	,٣٨٨	,٤٩٦	,٦٠٧				

ملحق رقم (٣)
جدول دلالة معامل ارتباط الرتب

ن	٠,٠٥	٠,٠١	ن	٠,٠٥	٠,٠١
٥	–	–	١٨	,٤٧٦	,٦٢٥
٦	,٨٨٦	–	١٩	,٤٦٢	,٦٠٨
٧	,٧٨٦	,٩٢٩	٢٠	,٤٥٠	,٥٩١
٨	,٧٣٨	,٨٨١	٢١	,٤٣٨	,٥٧٦
٩	,٧٠٠	,٨٣٣	٢٢	,٤٢٨	,٥٦٢
١٠	,٦٤٨	,٧٩٤	٢٣	,٤١٨	,٥٤٩
١١	,٦١٨	,٨١٨	٢٤	,٤٠٩	,٥٣٧
١٢	,٩٥١	,٧٨٠	٢٥	,٤٠٠	,٥٢٦
١٣	,٥٦٦	,٧٤٥	٢٦	,٣٩٢	,٥١٥
١٤	,٥٤٥	,٧١٦	٢٧	,٣٨٥	,٥٠٥
١٥	,٥٢٥	,٦٨٩	٢٨	,٣٧٧	,٤٩٦
١٦	,٥٠٧	,٦٦٦	٢٩	,٣٧٠	,٤٨٧
١٧	,٤٩٠	,٦٤٥	٣٠	,٣٦٤	,٤٧٨

ملحق رقم (٤)
جدول تحويلات فيشر لمعاملات الارتباط

معامل الارتباط (ر)	تحويل فيشر (ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)
صفر	صفر	,١٣٠	,١٣١	,٢٦٠	,٢٦٦	,٣٩٠	,٤١٢
٠,٠٠٥	٠,٠٠٥	,١٣٥	,١٣٦	,٢٦٥	,٢٧١	,٣٩٥	,٤١٨
,٠١٠	,٠١٠	,١٤٠	,١٤١	,٢٧٠	,٢٧٧	,٤٠٠	,٤٢٤
,٠١٥	,٠١٥	,١٤٥	,١٤٦	,٢٧٥	,٢٨٢	,٤٠٥	,٤٣٠
,٠٢٠	,٠٢٠	,١٥٠	,١٥١	,٢٨٠	,٢٨٨	,٤١٠	,٤٣٦
,٠٢٥	,٠٢٥	,١٥٥	,١٥٦	,٢٨٥	,٢٩٣	,٤١٥	,٤٤٢
,٠٣٠	,٠٣٠	,١٦٠	,١٦١	,٢٩٠	,٢٩٩	,٤٢٠	,٤٤٨
,٠٣٥	,٠٣٥	,١٦٥	,١٦٧	,٢٩٥	,٣٠٤	,٤٢٥	,٤٥٤
,٠٤٠	,٠٤٠	,١٧٠	,١٧٢	,٣٠٠	,٣١٠	,٤٣٠	,٤٦٠
,٠٤٥	,٠٤٥	,١٧٥	,١٧٧	,٣٠٥	,٣١٥	,٤٣٥	,٤٦٦
,٠٥٠	,٠٥٠	,١٨٠	,١٨٢	,٣١٠	,٣٢١	,٤٤٠	,٤٧٢
,٠٥٥	,٠٥٥	,١٨٥	,١٨٧	,٣١٥	,٣٢٦	,٤٤٥	,٤٧٨
,٠٦٠	,٠٦٠	,١٩٠	,١٩٢	,٣٢٠	,٣٣٢	,٤٥٠	,٤٨٥
,٠٦٥	,٠٦٥	,١٩٥	,١٩٨	,٣٢٥	,٣٣٧	,٤٥٥	,٤٩١
,٠٧٠	,٠٧٠	,٢٠٠	,٢٠٣	,٣٣٠	,٣٤٣	,٤٦٠	,٤٩٧
,٠٧٥	,٠٧٥	,٢٠٥	,٢٠٨	,٣٣٥	,٣٤٨	,٤٦٥	,٥٠٤
,٠٨٠	,٠٨٠	,٢١٠	,٢١٣	,٣٤٠	,٣٥٤	,٤٧٠	,٥١٠
,٠٨٥	,٠٨٥	,٢١٥	,٢١٨	,٣٤٥	,٣٦٠	,٤٧٥	,٥١٧
,٠٩٠	,٠٩٠	,٢٢٠	,٢٢٤	,٣٥٠	,٣٦٥	,٤٨٠	,٥٢٣
,٠٩٥	,٠٩٥	,٢٢٥	,٢٢٩	,٣٥٥	,٣٧١	,٤٨٥	,٥٣٠
,١٠٠	,١٠٠	,٢٣٠	,٢٣٤	,٣٦٠	,٣٧٧	,٤٩٠	,٥٣٦
,١٠٥	,١٠٥	,٢٣٥	,٢٣٩	,٣٦٥	,٣٨٣	,٤٩٥	,٥٤٣
,١١٠	,١١٠	,٢٤٠	,٢٤٥	,٣٧٠	,٣٨٨	,٥٠٠	,٥٤٩
,١١٥	,١١٦	,٢٤٥	,٢٥٠	,٣٧٥	,٣٩٤	,٥٠٥	,٥٥٦
,١٢٠	,١٢١	,٢٥٠	,٢٥٥	,٣٨٠	,٤٠٠	,٥١٠	,٥٦٣
,١٢٥	,١٢٦	,٢٥٥	,٢٦١	,٣٨٥	,٤٠٦	,٥١٥	,٥٧٠

تابع ملحق رقم (٤)

جدول تحويلات فيشر لمعاملات الارتباط

معامل الارتباط (ر)	تحويل فيشر (ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)
,٥٢٠	,٥٧٦	,٦٥٠	,٧٧٥	,٧٨٠	١,٠٤٥	,٩١٠	١,٥٢٨
,٥٢٥	,٥٨٣	,٦٥٥	,٧٨٤	,٧٨٥	١,٠٥٨	,٩١٥	١,٥٥٧
,٥٣٠	,٥٩٠	,٦٦٠	,٧٩٣	,٧٩٠	١,٠٧١	,٩٢٠	١,٥٨٩
,٥٣٥	,٥٩٧	,٦٦٥	,٨٠٢	,٧٩٥	١,٠٨٥	,٩٢٥	١,٦٢٢
,٥٤٠	,٦٠٤	,٦٧٠	,٨١١	,٨٠٠	١,٠٩٩	,٩٣٠	١,٦٥٨
,٥٤٥	,٦١١	,٦٧٥	,٨٢٠	,٨٠٥	١,١١٣	,٩٣٥	١,٦٩٧
,٥٥٠	,٦١٨	,٦٨٠	,٨٢٩	,٨١٠	١,١٢٧	,٩٤٠	١,٧٣٨
,٥٥٥	,٦٢٦	,٦٨٥	,٨٣٨	,٨١٥	١,١٤٢	,٩٤٥	١,٧٨٣
,٥٦٠	,٦٣٣	,٦٩٠	,٨٤٨	,٨٢٠	١,١٥٧	,٩٥٠	١,٨٣٢
,٥٦٥	,٦٤٠	,٦٩٥	,٨٥٨	,٨٢٥	١,١٧٢	,٩٥٥	١,٨٨٦
,٥٧٠	,٦٤٨	,٧٠٠	,٨٦٧	,٨٣٠	١,١٨٨	,٩٦	١,٩٤٦
,٥٧٥	,٦٥٥	,٧٠٥	,٨٧٧	,٨٣٥	١,٢٠٤	,٩٦٥	٢,٠١٤
,٥٨٠	,٦٦٢	,٧١٠	,٨٨٧	,٨٤٠	١,٢٢١	,٩٧٠	٢,٠٩٢
,٥٨٥	,٦٧٠	,٧١٥	,٨٩٧	,٨٤٥	١,٢٣٨	,٩٧٥	٢,١٨٥
,٥٩٠	,٦٧٨	,٧٢٠	,٩٠٨	,٨٥٠	١,٢٥٦	,٩٨٠	٢,٢٩٨
,٥٩٥	,٦٨٥	,٧٢٥	,٩١٨	,٨٥٥	١,٢٧٤	,٩٨٥	٢,٤٤٣
,٦٠٠	,٦٩٣	,٧٣٠	,٩٢٩	,٨٦٠	١,٢٩٣	,٩٩٠	٢,٦٤٧
,٦٠٥	,٧٠١	,٧٣٥	,٩٤٠	,٨٦٥	١,٣١٣	,٩٩٥	٢,٩٩٤
,٦١٠	,٧٠٩	,٧٤٠	,٩٥٠	,٨٧٠	١,٣٣٣		
,٦١٥	,٧١٧	,٧٤٥	,٩٦٢	,٨٧٥	١,٣٥٤		
,٦٢٠	,٧٢٥	,٧٥٠	,٩٧٣	,٨٨٠	١,٣٧٦		
,٦٢٥	,٧٣٣	,٧٥٥	,٩٨٤	,٨٨٥	١,٣٩٨		
,٦٣٠	,٧٤١	,٧٦٠	,٩٩٦	,٨٩٠	١,٤٢٢		
,٦٣٥	,٧٥٠	,٧٦٥	١,٠٠٨	,٨٩٥	١,٤٤٧		
,٦٤٠	,٧٥٨	,٧٧٠	١,٠٢٠	,٩٠٠	١,٤٧٢		
,٦٤٥	,٧٦٧	,٧٧٥	١,٠٣٣	,٩٠٥	١,٤٩٩		

ملحق رقم (٥) جدول توزيع (ت)
(إختبار الطرفين 2-tailed test)

درجات الحرية	مستوى الدلالة			درجات الحرية	مستوى الدلالة		
	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١		٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١
١	١٢,٧١	٦٣,٦٦	—	٢٥	٢,٠٦	٢,٧٩	٣,٧٢
٢	٤,٣٠	٩,٩٢	٣١,٦٠	٢٦	٢,٠٦	٢,٧٨	٣,٧٠
٣	٣,١٨	٥,٨٤	١٢,٩٢	٢٧	٢,٠٥	٢,٧٧	٣,٦٨
٤	٢,٧٨	٤,٦٠	٨,٦١	٢٨	٢,٠٥	٢,٧٦	٣,٦٧
٥	٢,٥٧	٤,٠٣	٦,٨٧	٢٩	٢,٠٥	٢,٧٦	٣,٦٦
٦	٢,٤٥	٣,٧١	٥,٩٦	٣٠	٢,٠٤	٢,٧٥	٣,٦٥
٧	٢,٣٦	٣,٥٠	٥,٤١	٤٠	٢,٠٢	٢,٧٠	٣,٥٥
٨	٢,٣١	٣,٣٦	٥,٠٤	٥٠	٢,٠١	٢,٦٨	٣,٥٠
٩	٢,٢٦	٣,٢٥	٤,٧٩	٦٠	٢,٠٠	٢,٦٦	٣,٤٦
١٠	٢,٢٣	٣,١٧	٤,٥٨	٨٠	١,٩٩	٢,٦٤	٣,٤٢
١١	٢,٢٠	٣,١١	٤,٤٤	١٠٠	١,٩٨	٢,٦٣	٣,٣٨
١٢	٢,١٨	٣,٠٥	٤,٣١	٢٠٠	١,٩٧	٢,٦٠	٣,٣٥
١٣	٢,١٦	٣,٠١	٤,٢٢	٥٠٠	١,٩٦	٢,٥٩	٣,٣٢
١٤	٢,١٤	٢,٩٨	٤,١٤	∞	١,٩٦	٢,٥٨	٣,٢٩
١٥	٢,١٣	٢,٩٥	٤,٠٧				
١٦	٢,١٢	٢,٩٢	٤,٠١				
١٧	٢,١١	٢,٩٠	٣,٩٦				
١٨	٢,١٠	٢,٨٨	٣,٩٢				
١٩	٢,٠٩	٢,٨٦	٣,٨٩				
٢٠	٢,٠٩	٢,٨٥	٣,٨٥				
٢١	٢,٠٨	٢,٨٣	٣,٨٢				
٢٢	٢,٠٧	٢,٨٢	٣,٧٩				
٢٣	٢,٠٧	٢,٨١	٣,٧٦				
٢٤	٢,٠٦	٢,٨٠	٣,٧٤				

ملحق رقم (٦)

جدول توزيع (ف)

الدلالة	د . ح المقام	د . ح البسط								
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٠٥	١	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٧	٢٣٩	٢٤١
٠,٠١		٤٠٥٢	٥٠٠٠	٥٤٠٣	٥٦٢٥	٥٧٦٤	٥٨٥٩	٥٩٢٨	٥٩٨٢	٦٠٢٢
٠,٠٠١		—	—	—	—	—	—	—	—	—
٠,٠٥	٢	١٨,٥	١٩,٠	١٩,٢	١٩,٣	١٩,٣	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤
٠,٠١		٩٨,٥	٩٩,٠	٩٩,٢	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤
٠,٠٠١		٩٩٨,٥	٩٩٩,-	٩٩٩,٢	٩٩٩,٢	٩٩٩,٣	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤
٠,٠٥	٣	١٠,١	٩,٥٥	٩,٢٨	٩,١٢	٩,٠١	٨,٩٤	٨,٨٩	٨,٨٥	٨,٨١
٠,٠١		٣٤,١	٣٠,٨	٢٩,٥	٢٨,٧	٢٨,٢	٢٧,٩	٢٧,٧	٢٧,٥	٢٧,٤
٠,٠٠١		١٦٧	١٤٩	١٤١	١٣٧	١٣٥	١٣٣	١٣٢	١٣١	١٣٠
٠,٠٥	٤	٧,٧١	٦,٩٤	٦,٥٩	٦,٣٩	٦,٢٦	٦,١٦	٦,٠٩	٦,٠٤	٦,٠٠
٠,٠١		٢١,٢	١٨,٠	١٦,٧	١٦,٠	١٥,٥	١٥,٢	١٥,٠	١٤,٨	١٤,٧
٠,٠٠١		٧٤,١	٦١,٣	٥٦,٢	٥٣,٤	٥١,٧	٥٠,٥	٤٩,٧	٤٩,-	٤٨,٥
٠,٠٥	٥	٦,٦١	٥,٧٩	٥,٤١	٥,١٩	٥,٠٥	٤,٩٥	٤,٨٨	٤,٨٢	٤,٧٧
٠,٠١		١٦,٣	١٣,٣	١٢,١	١١,٤	١١,٠	١٠,٧	١٠,٥	١٠,٣	١٠,٢
٠,٠٠١		٤٧,٢	٣٧,١	٣٣,٢	٣١,١	٢٩,٨	٢٨,٨	٢٨,٢	٢٧,٦	٢٧,٢
٠,٠٥	٦	٥,٩٩	٥,١٤	٤,٧٦	٤,٥٣	٤,٣٩	٤,٢٨	٤,٢١	٤,١٥	٤,١٠
٠,٠١		١٣,٨	١٠,٩	٩,٧٨	٩,١٥	٨,٧٥	٨,٤٧	٨,٢٦	٨,١٠	٧,٩٨
٠,٠٠١		٣٥,٥	٢٧,٠	٢٣,٧	٢١,٩	٢٠,٨	٢٠,٠	١٩,٥	١٩,-	١٨,٧
٠,٠٥	٧	٥,٥٩	٤,٧٤	٤,٣٥	٤,١٢	٣,٩٧	٣,٨٧	٣,٧٩	٣,٧٣	٣,٦٨
٠,٠١		١٢,٢	٩,٥٥	٨,٤٥	٧,٨٥	٧,٤٦	٧,١٩	٦,٩٩	٦,٨٤	٦,٧٢
٠,٠٠١		٢٩,٢	٢١,٧	١٨,٨	١٧,٢	١٦,٢	١٥,٥	١٥,٠	١٤,٦	١٤,٢
٠,٠٥	٨	٥,٣٢	٤,٤٦	٤,٠٧	٣,٨٤	٣,٦٩	٣,٥٨	٣,٥٠	٣,٤٤	٣,٣٩
٠,٠١		١١,٣	٨,٦٥	٧,٥٩	٧,٠١	٦,٦٣	٦,٣٧	٦,١٨	٦,٠٣	٥,٩١
٠,٠٠١		٢٥,٤	١٨,٥	١٥,٨	١٤,٤	١٣,٥	١٢,٩	١٢,٤	١٢,٠	١١,٨

تابع ملحق رقم (٦)

جدول توزيع (ف)

الدلالة	د . ح المقام	د . ح البسط								
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	٩	٥,١٢ ١٠,٦ ٢٢,٩	٤,٢٦ ٨,٠٢ ١٦,٤	٣,٨٦ ٦,٩٩ ١٣,٩	٣,٦٣ ٦,٤٢ ١٢,٦	٣,٤٨ ٦,٠٦ ١١,٧	٣,٣٧ ٥,٨٠ ١١,١	٣,٢٩ ٥,٥١ ١٠,٧	٣,٢٣ ٥,٤٧ ١٠,٤	٣,١٨ ٥,٣٥ ١٠,١
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	١٠	٤,٩٦ ١٠,٠ ٢١,٠	٤,١٠ ٧,٥٦ ١٤,٩	٣,٧١ ٦,٥٥ ١٢,٦	٣,٤٨ ٥,٩٩ ١١,٣	٣,٣٣ ٥,٦٤ ١٠,٥	٣,٢٢ ٥,٣٩ ٩,٩٢	٣,١٤ ٥,٢٠ ٩,٥٢	٣,٠٧ ٥,٠٦ ٩,٢٠	٣,٠٢ ٤,٩٤ ٨,٩٦
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	١١	٤,٨٤ ٩,٦٥ ١٩,٧	٣,٩٨ ٧,٢١ ١٣,٨	٣,٥٩ ٦,٢٢ ١١,٦	٣,٣٦ ٥,٦٧ ١٠,٤	٣,٢٠ ٥,٣٢ ٩,٥٨	٣,٠٩ ٥,٠٧ ٩,٠٥	٣,٠١ ٤,٨٩ ٨,٦٦	٢,٩٥ ٤,٧٤ ٨,٣٥	٢,٩٠ ٤,٦٣ ٨,١٢
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	١٢	٤,٧٥ ٩,٣٣ ١٨,٦	٣,٨٩ ٦,٩٣ ١٣,٠	٣,٤٩ ٥,٩٥ ١٠,٨	٣,٢٦ ٥,٤١ ٩,٦٣	٣,١١ ٥,٠٦ ٨,٨٩	٣,٠٠ ٤,٨٢ ٨,٣٨	٢,٩١ ٤,٦٤ ٨,٠	٢,٨٥ ٤,٥٠ ٧,٧١	٢,٨٠ ٤,٣٩ ٧,٤٨
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	١٣	٤,٦٧ ٩,٠٣ ١٧,٨	٣,٨١ ٦,٧٠ ١٢,٣	٣,٤١ ٥,٧٤ ١٠,٢	٣,١٨ ٥,٢١ ٩,٠٧	٣,٠٣ ٤,٨٦ ٨,٣٥	٢,٩٢ ٤,٦٢ ٧,٨٦	٢,٨٣ ٤,٤٤ ٧,٤٩	٢,٧٧ ٤,٣٠ ٧,٢١	٢,٧١ ٤,١٩ ٦,٩٨
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	١٤	٤,٦٠ ٨,٨٦ ١٧,١	٣,٧٤ ٦,٥١ ١١,٨	٣,٣٤ ٥,٥٦ ٩,٧٣	٣,١١ ٥,٠٤ ٨,٦٢	٢,٩٦ ٤,٦٩ ٧,٩٢	٢,٨٥ ٤,٤٦ ٧,٤٣	٢,٧٦ ٤,٢٨ ٧,٠٨	٢,٧٠ ٤,١٤ ٦,٨٠	٢,٦٥ ٤,٠٣ ٦,٥٨
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	١٥	٤,٥٤ ٨,٦٨ ١٦,٦	٣,٦٨ ٦,٣٦ ١١,٣	٣,٢٩ ٥,٤٢ ٩,٣٤	٣,٠٦ ٤,٨٩ ٨,٢٥	٢,٩٠ ٤,٥٦ ٧,٥٧	٢,٧٩ ٤,٣٢ ٧,٩	٢,٧١ ٤,١٤ ٦,٧٤	٢,٦٤ ٤,٠٠ ٦,٤٧	٢,٥٩ ٣,٨٩ ٦,٢٦
٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١	١٦	٤,٤٩ ٨,٥٣ ١٦,١	٣,٦٣ ٦,٢٣ ١١,٠	٣,٢٤ ٥,٢٩ ٩,٠٠	٣,٠١ ٤,٧٧ ٧,٩٤	٢,٨٥ ٤,٤٤ ٧,٢٧	٢,٧٤ ٤,٢٠ ٦,٨١	٢,٦٦ ٤,٠٣ ٦,٤٦	٢,٥٩ ٣,٨٩ ٦,١٩	٢,٥٤ ٣,٧٨ ٥,٩٨

تابع ملحق رقم (٦)
جدول توزيع (ف)

الدلالة	د . ح المقام	د . ح البسط								
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٠٥	١٧	٤,٤٥	٣,٥٩	٣,٢٠	٢,٩٦	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٦١	٢,٥٥	٢,٤٩
٠,٠١		٨,٤٠	٦,١١	٥,١٨	٤,٦٧	٤,٣٤	٤,١٠	٣,٩٣	٣,٧٩	٣,٦٨
٠,٠٠١		١٥,٧	١٠,٧	٨,٧٣	٧,٦٨	٧,٠٢	٦,٥٦	٦,٢٢	٥,٩٦	٥,٧٥
٠,٠٥	١٨	٤,٤١	٣,٥٥	٣,١٦	٢,٩٣	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥١	٢,٤٦
٠,٠١		٨,٢٩	٦,٠١	٥,٠٩	٤,٥٨	٤,٢٥	٤,٠١	٣,٨٤	٣,٧١	٣,٦٠
٠,٠٠١		١٥,٤	١٠,٤	٨,٤٩	٧,٤٦	٦,٨١	٦,٣٥	٦,٠٢	٥,٧٦	٥,٥٦
٠,٠٥	١٩	٤,٣٨	٣,٥٢	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٣	٢,٥٤	٢,٤٨	٢,٤٢
٠,٠١		٨,١٨	٥,٩٣	٥,٠١	٤,٥٠	٤,١٧	٣,٩٤	٣,٧٧	٣,٦٣	٣,٥٢
٠,٠٠١		١٥,١	١٠,٢	٨,٢٨	٧,٢٦	٦,٦٢	٦,١٨	٥,٨٥	٥,٥٩	٥,٣٩
٠,٠٥	٢٠	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥١	٢,٤٥	٢,٣٩
٠,٠١		٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧٠	٣,٥٦	٣,٤٦
٠,٠٠١		١٤,٨	٩,٩٥	٨,١٠	٧,١٠	٦,٤٦	٦,٠٢	٥,٦٩	٥,٤٤	٥,٢٤
٠,٠٥	٢٢	٤,٣٠	٣,٤٤	٣,٠٥	٢,٨٢	٢,٦٦	٢,٥٥	٢,٤٦	٢,٤٠	٢,٣٤
٠,٠١		٧,٩٥	٥,٧٢	٤,٨٢	٤,٣١	٣,٩٩	٣,٧٦	٣,٥٩	٣,٤٥	٣,٣٥
٠,٠٠١		١٤,٤	٩,٦١	٧,٨٠	٦,٨١	٦,١٩	٥,٧٦	٥,٤٤	٥,١٩	٤,٩٩
٠,٠٥	٢٤	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٢	٢,٣٦	٢,٣٠
٠,٠١		٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٦
٠,٠٠١		١٤,٠	٩,٣٤	٧,٥٥	٦,٥٩	٥,٩٨	٥,٥٥	٥,٢٣	٤,٩٩	٤,٨٠
٠,٠٥	٢٦	٤,٢٣	٣,٣٧	٢,٩٨	٢,٧٤	٢,٥٩	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٢	٢,٢٧
٠,٠١		٧,٧٢	٥,٥٣	٤,٦٤	٤,١٤	٣,٨٢	٣,٥٩	٣,٤٢	٣,٢٩	٣,١٨
٠,٠٠١		١٣,٧	٩,١٢	٧,٣٦	٦,٤١	٥,٨٠	٥,٣٨	٥,٠٧	٤,٨٣	٤,٦٤
٠,٠٥	٢٨	٤,٢٠	٣,٣٤	٢,٩٥	٢,٧١	٢,٥٦	٢,٤٥	٢,٣٦	٢,٢٩	٢,٢٤
٠,٠١		٧,٦٤	٥,٤٥	٤,٥٧	٤,٠٧	٣,٧٥	٣,٥٣	٣,٣٦	٣,٢٣	٣,١٢
٠,٠٠١		١٣,٥	٨,٩٣	٧,١٩	٦,٢٥	٥,٦٦	٥,٢٤	٤,٩٣	٤,٦٩	٤,٥٠

تابع ملحق رقم (٦)

جدول توزيع (ف)

الدلالة	د . ح المقام	د . ح البسط ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٠٥		٤,١٧	٣,٣٢	٢,٩٢	٢,٦٩	٢,٥٣	٢,٤٢	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢١
٠,٠١	٣٠	٧,٥٦	٥,٣٩	٤,٥١	٤,٠٢	٣,٧٠	٣,٤٧	٣,٣٠	٣,١٧	٣,٠٧
٠,٠٠١		١٣,٣	٨,٧٧	٧,٠٥	٦,١٢	٥,٥٣	٥,١٢	٤,٨٢	٤,٥٨	٤,٣٩
٠,٠٥		٤,٠٨	٣,٢٣	٢,٨٤	٢,٦١	٢,٤٥	٢,٣٤	٢,٢٥	٢,١٨	٢,١٢
٠,٠١	٤٠	٧,٣١	٥,١٨	٤,٣١	٣,٨٣	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٢	٢,٩٩	٢,٨٩
٠,٠٠١		١٢,٦	٨,٢٥	٦,٦٠	٥,٧٠	٥,١٣	٤,٧٣	٤,٤٤	٤,٢١	٤,٠٢
٠,٠٥		٤,٠٠	٣,١٥	٢,٧٦	٢,٥٣	٢,٣٧	٢,٢٥	٢,١٧	٢,١٠	٢,٠٤
٠,٠١	٦٠	٧,٠٨	٤,٩٨	٤,١٣	٣,٦٥	٣,٣٤	٣,١٢	٢,٩٥	٢,٨٢	٢,٧٢
٠,٠٠١		١٢,٠	٧,٧٦	٦,١٧	٥,٣١	٤,٧٦	٤,٣٧	٤,٠٩	٣,٨٧	٣,٦٩
٠,٠٥		٣,٩٢	٣,٠٧	٢,٦٨	٢,٤٥	٢,٢٩	٢,١٧	٢,٠٩	٢,٠٢	١,٩٦
٠,٠١	١٢٠	٦,٨٥	٤,٧٩	٣,٩٥	٣,٤٨	٣,١٧	٢,٩٦	٢,٧٩	٢,٦٦	٢,٥٦
٠,٠٠١		١١,٤	٧,٣٢	٥,٧٩	٤,٩٥	٤,٤٢	٤,٠٤	٣,٧٧	٣,٥٥	٣,٣٨
٠,٠٥		٣,٨٩	٣,٠٤	٢,٦٥	٢,٤٢	٢,٢٦	٢,١٤	٢,٠٦	١,٩٨	١,٩٣
٠,٠١	٢٠٠	٦,٧٦	٤,٧١	٣,٨٨	٣,٤١	٣,١١	٢,٨٩	٢,٧٣	٢,٦٠	٢,٥٠
٠,٠٠١		١١,٢	٧,١٥	٥,٦٢	٤,٨١	٤,٢٩	٣,٩٢	٣,٦٥	٣,٤٣	٣,٢٦
٠,٠٥		٣,٨٦	٣,٠١	٢,٦٢	٢,٣٩	٢,٢٣	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٦	١,٩٠
٠,٠١	٥٠٠	٦,٦٩	٤,٦٥	٣,٨٢	٣,٣٦	٣,٠٥	٢,٨٤	٢,٦٨	٢,٥٥	٢,٤٩
٠,٠٠١		١١,٠	٧,٠٠	٥,٥٠	٤,٦٩	٤,١٧	٣,٨١	٣,٥٤	٣,٣٢	٣,١٦

(تابع) جدول توزيع (ف)

الدلالة	د . ح المقام	د . ح البساط								
		١٠	١٢	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
٠,٠٥		٢٤٢	٢٤٤	٢٤٦	٢٤٨	٢٤٩	٢٥٠	٢٥١	٢٥٢	٢٥٢
٠,٠١	١	٦٠٥٦	٦١٠٦	٦١٥٧	٦٢٠٩	٦٢٣٥	٦٢٦١	٦٢٨٧	٦٣٠٠	٦٣١٣
٠,٠٠١		—	—	—	—	—	—	—	—	—
٠,٠٥		١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥
٠,٠١	٢	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥
٠,٠٠١		٩٩٩,٤	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥
٠,٠٥		٨,٧٩	٨,٧٤	٨,٧٠	٨,٦٦	٨,٦٤	٨,٦٢	٨,٥٩	٨,٥٨	٨,٥٧
٠,٠١	٣	٢٧,٢	٢٧,١	٢٦,٩	٢٦,٧	٢٦,٦	٢٦,٥	٢٦,٤	٢٦,٤	٢٦,٣
٠,٠٠١		١٢٩	١٢٨	١٢٧	١٢٦	١٢٦	١٢٥	١٢٥	١٢٥	١٢٥
٠,٠٥		٥,٩٦	٥,٩١	٥,٨٦	٥,٨٠	٥,٧٧	٥,٧٥	٥,٧٢	٥,٧٠	٥,٦٩
٠,٠١	٤	١٤,٦	١٤,٤	١٤,٢	١٤,٠	١٣,٩	١٣,٨	١٣,٨	١٣,٧	١٣,٧
٠,٠٠١		٤٨,١	٤٧,٤	٤٦,٨	٤٦,١	٤٥,٨	٤٥,٤	٤٥,١	٤٤,٩	٤٤,٨
٠,٠٥		٤,٧٤	٤,٦٨	٤,٦٢	٤,٥٦	٤,٥٣	٤,٥٠	٤,٤٦	٤,٤٤	٤,٤٣
٠,٠١	٥	١٠,١	٩,٨٩	٩,٧٢	٩,٥٥	٩,٤٧	٩,٣٨	٩,٢٩	٩,٢٤	٩,٢٠
٠,٠٠١		٢٦,٩	٢٦,٤	٢٥,٩	٢٥,٤	٢٥,١	٢٤,٩	٢٤,٦	٢٤,٤	٢٤,٣
٠,٠٥		٤,٠٦	٤,٠٠	٣,٩٤	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨١	٣,٧٧	٣,٧٥	٣,٧٤
٠,٠١	٦	٧,٨٧	٧,٧٢	٧,٥٦	٧,٤٠	٧,٣١	٧,٢٣	٧,١٤	٧,٠٩	٧,٠٦
٠,٠٠١		١٨,٤	١٨,٠	١٧,٦	١٧,١	١٦,٩	١٦,٧	١٦,٤	١٦,٣	١٦,٢
٠,٠٥		٣,٦٤	٣,٥٧	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٤	٣,٣٢	٣,٣٠
٠,٠١	٧	٦,٦٢	٦,٤٧	٦,٣١	٦,١٦	٦,٠٧	٥,٩٩	٥,٩١	٥,٨٦	٥,٨٢
٠,٠٠١		١٤,١	١٣,٧	١٣,٣	١٢,٩	١٢,٧	١٢,٥	١٢,٣	١٢,٢	١٢,١
٠,٠٥		٣,٣٥	٣,٢٨	٣,٢٢	٣,١٥	٣,١٢	٣,٠٨	٣,٠٤	٣,٠٢	٣,٠١
٠,٠١	٨	٥,٨١	٥,٦٧	٥,٥٢	٥,٣٦	٥,٢٨	٥,٢٠	٥,١٢	٥,٠٧	٥,٠٣
٠,٠٠١		١١,٥	١١,٢	١٠,٨	١٠,٥	١٠,٣	١٠,١	٩,٩٢	٩,٨٠	٩,٧٣

(تابع) جدول توزيع (ف)

الدلالة	د.ح المقام	د.ح البسط								
		١٠	١٢	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
٠,٠٥	٩	٣,١٤	٣,٠٧	٣,٠١	٢,٩٤	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٣	٢,٨٠	٢,٧٩
٠,٠١		٥,٢٦	٥,١١	٤,٩٦	٤,٨١	٤,٧٣	٤,٦٥	٤,٥٧	٤,٥٢	٤,٤٨
٠,٠٠١		٩,٨٩	٩,٥٧	٩,٢٤	٨,٩٠	٨,٧٢	٨,٥٥	٨,٣٧	٨,٢٦	٨,١٩
٠,٠٥	١٠	٢,٩٨	٢,٩١	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٦	٢,٦٤	٢,٦٢
٠,٠١		٤,٨٥	٤,٧١	٤,٥٦	٤,٤١	٤,٣٣	٤,٢٥	٤,١٧	٤,١٢	٤,٠٨
٠,٠٠١		٨,٧٥	٨,٤٥	٨,١٣	٧,٨٠	٧,٦٤	٧,٤٧	٧,٣٠	٧,١٩	٧,١٢
٠,٠٥	١١	٢,٨٥	٢,٧٩	٢,٧٢	٢,٦٥	٢,٦١	٢,٥٧	٢,٥٣	٢,٥١	٢,٤٩
٠,٠١		٤,٥٤	٤,٤٠	٤,٢٥	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨١	٣,٧٨
٠,٠٠١		٧,٩٢	٧,٦٣	٧,٣٢	٧,٠١	٦,٨٥	٦,٦٨	٦,٥٢	٦,٤١	٦,٣٥
٠,٠٥	١٢	٢,٧٥	٢,٦٩	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٣	٢,٤٠	٢,٣٥
٠,٠١		٤,٣٠	٤,١٦	٤,٠١	٣,٨٦	٣,٧٨	٣,٧٠	٣,٦٢	٣,٥٧	٣,٥٤
٠,٠٠١		٧,٢٩	٧,٠٠	٦,٧١	٦,٤٠	٦,٢٥	٦,٠٩	٥,٩٣	٥,٨٣	٥,٧٦
٠,٠٥	١٣	٢,٦٧	٢,٦٠	٢,٥٣	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٣٨	٢,٣٤	٢,٣١	٢,٣٠
٠,٠١		٤,١٠	٣,٩٦	٣,٨٢	٣,٦٦	٣,٥٩	٣,٥١	٣,٤٣	٣,٣٨	٣,٣٤
٠,٠٠١		٦,٨٠	٦,٥٢	٦,٢٣	٥,٩٣	٥,٧٨	٥,٦٣	٥,٤٧	٥,٣٦	٥,٣٠
٠,٠٥	١٤	٢,٦٠	٢,٥٣	٢,٤٦	٢,٣٩	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٢٢
٠,٠١		٣,٩٤	٣,٨٠	٣,٦٦	٣,٥١	٣,٤٣	٣,٣٥	٣,٢٧	٣,٢٢	٣,١٨
٠,٠٠١		٦,٤٠	٦,١٣	٥,٨٥	٥,٥٦	٥,٤١	٥,٢٥	٥,١٠	٥,٠٠	٤,٩٤
٠,٠٥	١٥	٢,٥٤	٢,٤٨	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,١٨	٢,١٦
٠,٠١		٣,٨٠	٣,٦٧	٣,٥٢	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢١	٣,١٣	٣,٠٨	٣,٠٥
٠,٠٠١		٦,٠٨	٥,١٨	٥,٥٤	٥,٢٥	٥,١٠	٤,٩٥	٤,٨٠	٤,٧٠	٤,٦٤
٠,٠٥	١٦	٢,٤٩	٢,٤٢	٢,٣٥	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,١٩	٢,١٥	٢,١٢	٢,١١
٠,٠١		٣,٦٩	٣,٥٥	٣,٤١	٣,٢٦	٣,١٨	٣,١٠	٣,٠٢	٢,٩٧	٢,٩٣
٠,٠٠١		٥,٨١	٥,٥٥	٥,٢٧	٤,٩٩	٤,٨٥	٤,٧٠	٤,٥٤	٤,٤٥	٤,٣٩

(تابع) جدول توزيع (ف)

الدلالة	د . ح المقام	د . ح البساط								
		١٠	١٢	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
٠,٠٥		٢,٤٥	٢,٣٨	٢,٣١	٢,٢٣	٢,١٩	٢,١٥	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٦
٠,٠١	١٧	٣,٥٩	٣,٤٦	٣,٣١	٣,١٦	٣,٠٨	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٧	٢,٨٣
٠,٠٠١		٥,٥٨	٥,٣٢	٥,٠٥	٤,٧٨	٤,٦٣	٤,٤٨	٤,٣٣	٤,٢٤	٤,١٨
٠,٠٥		٢,٤١	٣,٢٤	٢,٢٧	٢,١٩	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٤	٢,٠٢
٠,٠١	١٨	٣,٥١	٣,٣٧	٣,٢٣	٣,٠٨	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٤	٢,٧٨	٢,٧٥
٠,٠٠١		٥,٣٩	٥,١٣	٤,٨٧	٤,٥٩	٤,٤٥	٤,٣٠	٤,١٥	٤,٠٥	٤,٠٠
٠,٠٥		٢,٣٨	٢,٣١	٢,٢٣	٢,١٦	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٣	٢,٠٠	١,٩٨
٠,٠١	١٩	٣,٤٣	٣,٣٠	٣,١٥	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٤	٢,٧٦	٢,٧١	٢,٦٧
٠,٠٠١		٥,٢٢	٤,٩٧	٤,٧٠	٤,٤٣	٤,٢٩	٤,١٤	٣,٩٩	٣,٩٠	٣,٨٤
٠,٠٥		٢,٣٥	٢,٢٨	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٥
٠,٠١	٢٠	٣,٣٧	٣,٢٣	٣,٠٩	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٨	٢,٦٩	٢,٦٤	٢,٦١
٠,٠٠١		٥,٠٨	٤,٨٢	٤,٥٦	٤,٢٩	٤,١٥	٤,٠٠	٣,٨٦	٣,٧٧	٣,٧٠
٠,٠٥		٢,٣٠	٢,٢٣	٢,١٥	٢,٠٧	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٤	١,٩١	١,٨٩
٠,٠١	٢٢	٣,٢٦	٣,١٢	٢,٩٨	٢,٨٣	٢,٧٥	٢,٦٧	٢,٥٨	٢,٥٣	٢,٥٠
٠,٠٠١		٤,٨٣	٤,٥٨	٤,٣٣	٤,٠٦	٣,٩٢	٣,٧٨	٣,٦٣	٣,٥٣	٣,٤٨
٠,٠٥		٢,٢٥	٢,١٨	٢,١١	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٤
٠,٠١	٢٤	٣,١٧	٣,٠٣	٢,٨٩	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٩	٢,٤٤	٢,٤٠
٠,٠٠١		٤,٦٤	٤,٣٩	٤,١٤	٣,٨٧	٣,٧٤	٣,٥٩	٣,٤٥	٣,٣٥	٣,٢٩
٠,٠٥		٢,٢٢	٢,١٥	٢,٠٧	١,٩٩	١,٩٥	١,٩٠	١,٨٥	١,٨٢	١,٨٠
٠,٠١	٢٦	٣,٠٩	٢,٩٦	٢,٨١	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥٠	٢,٤٢	٢,٣٦	٢,٣٣
٠,٠٠١		٤,٤٨	٤,٢٤	٣,٩٩	٣,٧٢	٣,٥٩	٣,٤٤	٣,٣٠	٣,٢١	٣,١٥
٠,٠٥		٢,١٩	٢,١٢	٢,٠٤	١,٩٦	١,٩١	١,٨٧	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٧
٠,٠١	٢٨	٣,٠٣	٢,٩٠	٢,٧٥	٢,٦٠	٢,٥٢	٢,٤٤	٢,٣٥	٢,٣٠	٢,٢٦
٠,٠٠١		٤,٣٥	٤,١١	٣,٨٦	٣,٦٠	٣,٤٦	٣,٣٢	٣,١٨	٣,٠٨	٣,٠٢

(تابع) جدول توزيع (ف)

الدلالة	د . ح المقام	د . ح البساط ١٠	١٢	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
٠,٠٥		٢,١٦	٢,٠٩	٢,٠١	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٤
٠,٠١	٣٠	٢,٩٨	٢,٨٤	٢,٧٠	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١
٠,٠٠١		٤,٢٤	٤,٠٠	٣,٧٥	٣,٤٩	٣,٣٦	٣,٢٢	٣,٠٧	٢,٩٨	٢,٩٢
٠,٠٥		٢,٠٨	٢,٠٠	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤
٠,٠١	٤٠	٢,٨٠	٢,٦٦	٢,٥٢	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٢
٠,٠٠١		٣,٨٧	٣,٦٤	٣,٤٠	٣,١٥	٣,٠١	٢,٨٧	٢,٧٣	٢,٦٤	٢,٥٧
٠,٠٥		١,٩٩	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٩	١,٥٦	١,٥٣
٠,٠١	٦٠	٢,٦٣	٢,٥٠	٢,٣٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٤
٠,٠٠١		٣,٥٤	٣,٣١	٣,٠٨	٢,٨٣	٢,٦٩	٢,٥٥	٢,٤١	٢,٣١	٢,٢٥
٠,٠٥		١,٩١	١,٨٣	١,٧٥	١,٦٦	١,٦١	١,٥٥	١,٥٠	١,٤٦	١,٤٣
٠,٠١	١٢٠	٢,٤٧	٢,٣٤	٢,١٩	٢,٠٣	١,٩٥	١,٨٦	١,٧٦	١,٧٠	١,٦٦
٠,٠٠١		٣,٢٤	٣,٠٢	٢,٧٨	٢,٥٣	٢,٤٠	٢,٢٦	٢,١١	٢,٠٢	١,٩٥
٠,٠٥		١,٨٨	١,٨٠	١,٧٢	١,٦٢	١,٥٧	١,٥٢	١,٤٦	١,٤١	١,٣٩
٠,٠١	٢٠٠	٢,٤١	٢,٢٧	٢,١٣	١,٩٧	١,٨٩	١,٧٩	١,٦٩	١,٦٣	١,٥٨
٠,٠٠١		٣,١٢	٢,٩٠	٢,٦٧	٢,٤٢	٢,٢٩	٢,١٥	٢,٠٠	١,٩٠	١,٨٣
٠,٠٥		١,٨٥	١,٧٧	١,٦٩	١,٥٩	١,٥٤	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٨	١,٣٥
٠,٠١	٥٠٠	٢,٣٦	٢,٢٢	٢,٠٧	١,٩٢	١,٨٣	١,٧٤	١,٦٣	١,٥٧	١,٥٢
٠,٠٠١		٣,٠٢	٢,٨٠	٢,٥٧	٢,٣٣	٢,١٩	٢,٠٥	١,٩٠	١,٨٠	١,٧٣

ملحق رقم (٧) جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة
Studentized Range Statistic

د.ح	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات								
		٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١	,٠٥	١٨	٢,٧٠	٢٣,٨	٣٧,١	٤٠,٤	٤٣,١	٤٥,٤	٤٧,٤	٤٩,١
	,٠١	٩٠	١٣٥	١٦٤	١٨٦	٢٠٢	٢١٦	٢٢٧	٢٣٧	٢٤٦
٢	,٠٥	٦,٠٩	٨,٣	٩,٨	١٠,٩	١١,٧	١٢,٤	١٣,٠	١٣,٥	١٤,٠
	,٠١	١٤	١٩	٢٢,٣	٢٤,٧	٢٦,٦	٢٨,٢	٢٩,٥	٣٠,٧	٣١,٧
٣	,٠٥	٤,٥	٥,٩١	٦,٨٢	٧,٥٠	٨,٠٤	٨,٤٨	٨,٨٥	٩,١٨	٩,٤٦
	,٠١	٨,٢٦	١٠,٦	١٢,٢	١٣,٣	١٤,٢	١٥,٠	١٥,٦	١٦,٢	١٦,٧
٤	,٠٥	٣,٩٣	٥,٠٤	٥,٧٦	٦,٢٩	٦,٧١	٧,٠٥	٧,٣٥	٧,٦٠	٧,٨٣
	,٠١	٦,٥١	٨,١٢	٩,١٧	٩,٩٦	١٠,٦	١١,١	١١,٥	١١,٩	١٢,٣
٥	,٠٥	٣,٦٤	٤,٦٠	٥,٢٢	٥,٦٧	٦,٠٣	٦,٣٣	٦,٥٨	٦,٨٠	٦,٩٩
	,٠١	٥,٧٠	٦,٩٧	٧,٨٠	٨,٤٢	٨,٩١	٩,٣٢	٩,٦٧	٩,٩٧	١٠,٢
٦	,٠٥	٣,٤٦	٤,٣٤	٤,٩٠	٥,٣١	٥,٦٣	٥,٨٩	٦,١٢	٦,٣٢	٦,٤٩
	,٠١	٥,٢٤	٦,٣٣	٧,٠٣	٧,٥٦	٧,٩٧	٨,٣٢	٨,٦١	٨,٨٧	٩,١٠
٧	,٠٥	٣,٣٤	٤,١٦	٤,٦٩	٥,٠٦	٥,٣٦	٥,٦١	٥,٨٢	٦,٠٠	٦,١٦
	,٠١	٤,٩٥	٥,٩٢	٦,٥٤	٧,٠١	٧,٣٧	٧,٦٨	٧,٩٤	٨,١٧	٨,٣٧
٨	,٠٥	٣,٢٦	٤,٠٤	٤,٥٣	٤,٨٩	٥,١٧	٥,٤٠	٥,٦٠	٥,٧٧	٥,٩٢
	,٠١	٤,٧٤	٥,٦٣	٦,٢٠	٦,٦٣	٦,٩٦	٧,٢٤	٧,٤٧	٧,٦٨	٧,٨٧
٩	,٠٥	٣,٢٠	٣,٩٥	٤,٤٢	٤,٧٦	٥,٠٢	٥,٢٤	٥,٤٣	٥,٦٠	٥,٧٤
	,٠١	٤,٦٠	٥,٤٣	٥,٩٦	٦,٣٥	٦,٦٦	٦,٩١	٧,١٣	٧,٣٢	٧,٤٩
١٠	,٠٥	٣,١٥	٣,٨٨	٤,٣٣	٤,٦٥	٤,٩١	٥,١٢	٥,٣٠	٥,٤٦	٥,٦٠
	,٠١	٤-٤٨	٥,٢٧	٥,٧٧	٦,١٤	٦,٤٣	٦,٦٧	٦,٨٧	٧,٠٥	٧,٢١
١١	,٠٥	٣,١١	٣,٨٢	٤,٢٦	٤,٥٧	٤,٨٢	٥,٠٣	٥,٢٠	٥,٣٥	٥,٤٩
	,٠١	٤,٣٩	٥,١٤	٥,٦٢	٥,٩٧	٦,٢٥	٦,٤٨	٦,٦٧	٦,٨٤	٦,٩٩
١٢	,٠٥	٣,٠٨	٣,٧٧	٤,٢٠	٤,٥١	٤,٧٥	٤,٩٥	٥,١٢	٥,٢٧	٥,٤٠
	,٠١	٤,٣٢	٥,٠٤	٥,٥٠	٥,٨٤	٦,١٠	٦,٣٢	٦,٥١	٦,٦٧	٦,٨١

تابع جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة
Studentized Range Statistic

د.ح	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات ٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١٣	,٠٥	٣,٠٦	٣,٧٣	٤,١٥	٤,٤٥	٤,٦٩	٤,٨٨	٥,٠٥	٥,١٩	٥,٣٢
	,٠١	٤,٢٦	٤,٩٦	٥,٤٠	٥,٧٣	٥,٩٨	٦,١٩	٦,٣٧	٦,٥٣	٦,٦٧
١٤	,٠٥	٣,٠٣	٣,٧٠	٤,١١	٤,٤١	٤,٦٤	٤,٨٣	٤,٩٩	٥,١٣	٥,٢٥
	,٠١	٤,٢١	٤,٨٩	٥,٣٢	٥,٦٣	٥,٨٨	٦,٠٨	٦,٢٦	٦,٤١	٦,٥٤
١٦	,٠٥	٣,٠٠	٣,٦٥	٤,٠٥	٤,٣٣	٤,٥٦	٤,٧٤	٤,٩٠	٥,٠٣	٥,١٥
	,٠١	٤,١٣	٤,٧٨	٥,١٩	٥,٤٩	٥,٧٢	٥,٩٢	٦,٠٨	٦,٢٢	٦,٣٥
١٨	,٠٥	٢,٩٧	٣,٦١	٤,٠٠	٤,٢٨	٤,٤٩	٤,٦٧	٤,٨٢	٤,٩٦	٥,٠٧
	,٠١	٤,٠٧	٤,٧٠	٥,٠٩	٥,٣٨	٥,٦٠	٥,٧٩	٥,٩٤	٦,٠٨	٦,٢٠
٢٠	,٠٥	٢,٩٥	٣,٥٨	٣,٩٦	٤,٢٣	٤,٤٥	٤,٦٢	٤,٧٧	٤,٩٠	٥,٠١
	,٠١	٤,٠٢	٤,٦٤	٥,٠٢	٥,٢٩	٥,٥١	٥,٦٩	٥,٨٤	٥,٩٧	٦,٠٩
٢٤	,٠٥	٢,٩٢	٣,٥٣	٣,٩٠	٤,١٧	٤,٣٧	٤,٥٤	٤,٦٨	٤,٨١	٤,٩٢
	,٠١	٣,٩٦	٤,٥٤	٤,٩١	٥,١٧	٥,٣٧	٥,٥٤	٥,٦٩	٥,٨١	٥,٩٢
٣٠	,٠٥	٢,٨٩	٣,٤٩	٣,٨٤	٤,١٠	٤,٣٠	٤,٤٦	٤,٦٠	٤,٧٢	٤,٨٣
	,٠١	٣,٨٩	٤,٤٥	٤,٨٠	٥,٠٥	٥,٢٤	٥,٤٠	٥,٥٤	٥,٦٦	٥,٧٦
٤٠	,٠٥	٢,٨٦	٣,٤٤	٣,٧٩	٤,٠٤	٤,٢٣	٤,٣٩	٤,٥٢	٤٦٣	٤,٧٤
	,٠١	٣,٨٢	٤,٣٧	٤,٧٠	٤,٩٣	٥,١١	٥,٢٧	٥,٣٩	٥,٥٠	٥,٦٠
٦٠	,٠٥	٢,٨٣	٣,٤٠	٣,٧٤	٣,٩٨	٤,١٦	٤,٣١	٤,٤٤	٤,٥٥	٤,٦٥
	,٠١	٣,٧٦	٤,٢٨	٤,٦٠	٤,٨٢	٤,٩٩	٥,١٣	٥,٢٥	٥,٣٦	٥,٤٥
١٢٠	,٠٥	٢,٨٠	٣,٣٦	٣,٦٩	٣,٩٢	٤,١٠	٤,٢٤	٤,٣٦	٤,٤٨	٤,٥٦
	,٠١	٣,٧٠	٤,٢٠	٤,٥٠	٤,٧١	٤,٨٧	٥,٠١	٥,١٢	٥,٢١	٥,٣٠
∞	,٠٥	٢,٧٧	٣,٣١	٣;٦٣	٣,٨٦	٤,٠٣	٤,١٧	٤,٢٩	٤,٣٩	٤,٤٧
	,٠١	٣,٦٤	٤,١٢	٤,٤٠	٤,٦٠	٤,٧٦	٤,٨٨	٤,٩٩	٥,٠٨	٥,١٦

تابع جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة
Studentized Range Statistic

د.ح	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات				
		١١	١٢	١٣	١٤	١٥
١	,٠٥	٥٠,٦	٥٢,٠	٥٣,٢	٥٤,٣	٥٥,٤
	,٠١	٢٥٣	٢٦٠	٢٦٦	٢٧٢	٢٧٧
٢	,٠٥	١٤,٤	١٤,٧	١٥,١	١٥,٤	١٥,٧
	,٠١	٣٢,٦	٣٣,٤	٣٤,١	٣٤,٨	٣٥,٤
٣	,٠٥	٩,٧٢	٩,٩٥	١٠,٢	١٠,٤	١٠,٥
	,٠١	١٧,١	١٧,٥	١٧,٩	١٨,٢	١٨,٥
٤	,٠٥	٨,٠٣	٨,٢١	٨,٣٧	٨,٥٢	٨,٦٦
	,٠١	١٢,٦	١٢,٨	١٣,١	١٣,٣	١٣,٥
٥	,٠٥	٧,١٧	٧,٣٢	٧,٤٧	٧,٦٠	٧,٧٢
	,٠١	١٠,٥	١٠,٧	١٠,٩	١١,١	١١,٢
٦	,٠٥	٦,٦٥	٦,٧٩	٦,٩٢	٧,٠٣	٧,١٤
	,٠١	٩,٣٠	٩,٤٩	٩,٦٥	٩,١٨	٩,٩٥
٧	,٠٥	٦,٣٠	٦,٤٣	٦,٥٥	٦,٦٦	٦,٧٦
	,٠١	٨,٥٥	٨,٧١	٨,٨٦	٩,٠٠	٩,١٢
٨	,٠٥	٦,٠٥	٦,١٨	٦,٢٩	٦,٣٩	٦,٤٨
	,٠١	٨,٠٣	٨,١٨	٨,٣١	٨,٤٤	٨,٥٥
٩	,٠٥	٥,٨٧	٥,٩٨	٦,٠٩	٦,١٩	٦,٢٨
	,٠١	٧,٦٥	٧,٧٨	٧,٩١	٨,٠٣	٨,١٣
١٠	,٠٥	٥,٧٢	٥,٨٣	٥,٩٣	٦,٠٣	٦,١١
	,٠١	٧,٣٦	٧,٤٨	٧,٦٠	٧,٧١	٧,٨١
١١	,٠٥	٥,٦١	٥,٧١	٥,٨١	٥,٩٠	٥,٩٩
	,٠١	٧,١٣	٧,٢٦	٧,٣٦	٧,٤٦	٧,٥٦
١٢	,٠٥	٥,٥١	٥,٦٢	٥,٧١	٥,٨٠	٥,٨٨
	,٠١	٦,٩٤	٧,٠٦	٧,١٧	٧,٢٦	٧,٣٦

تابع جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة
Studentized Range Statistic

د.ح	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات ١١	١٢	١٣	١٤	١٥
١٢	,٠٥	٥,٤٣	٥,٥٣	٥,٦٣	٥,١٧	٥,٧٩
	,٠١	٦,٧٩	٦,٩٠	٧,٠١	٧,١٠	٧,١٩
١٤	,٠٥	٥,٣٦	٥,٤٦	٥,٥٥	٦,٦٤	٥,٧٢
	,٠١	٦,٦٦	٦,٧٧	٦,٨٧	٦,٩٦	٧,٠٥
١٦	,٠٥	٥,٢٦	٥,٣٥	٥,٤٤	٥,٥٢	٥,٥٩
	,٠١	٦,٤٦	٦,٥٦	٦,٦٦	٦,٧٤	٦,٨٢
١٨	,٠٥	٥,١٧	٥,٢٧	٥,٣٥	٥,٤٣	٥,٥٠
	,٠١	٦,٣١	٦,٤١	٦,٥٠	٦,٥٨	٦,٦٥
٢٠	,٠٥	٥,١١	٥,٢٠	٥,٢٨	٥,٣٦	٥,٤٣
	,٠١	٦,١٩	٦,٢٩	٦,٣٧	٦,٤٥	٦,٥٢
٢٤	,٠٥	٥,٠١	٥,١٠	٥,١٨	٥,٢٥	٥,٣٢
	,٠١	٦,٠٢	٦,١١	٦,١٩	٦,٢٦	٦,٣٣
٣٠	,٠٥	٤,٩٢	٥,٠٠	٥,٠٨	٥,١٥	٥,٢١
	,٠١	٥,٨٥	٥,٩٣	٦,٠١	٦,٠٨	٦,١٤
٤٠	,٠٥	٤,٨٢	٤,٩١	٤,٩٨	٥,٠٥	٥,١١
	,٠١	٥,٦٩	٥,٧٧	٥,٨٤	٥,٩٠	٥,٩٦
٦٠	,٠٥	٤,٧٣	٤,٨١	٤,٨٨	٤,٩٤	٥,٠٠
	,٠١	٥,٥٣	٥,٦٠	٥,٦٧	٥,٧٣	٥,٧٩
١٢٠	,٠٥	٤,٦٤	٤,٧٢	٤,٧٨	٤,٨٤	٤,٩٠
	,٠١	٥,٣٨	٥,٤٤	٥,٥١	٥,٥٦	٥,٦١
∞	,٠٥	٤,٥٥	٤,٦٢	٤,٦٨	٤,٧٤	٤,٨٠
	,٠١	٥,٢٣	٥,٢٩	٥,٣٥	٥,٤٠	٥,٤٥

ملحق رقم (٨)

جدول توزيع ف العظمى F- max لاختبار التجانس

د.ح	مستوى الدلالة	عدد التباينـــات								
		٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٤	,٠٥	٩,٦٠	١٥,٥	٢٠,٦	٢٥,٢	٢٩,٥	٣٣,٦	٣٧,٥	٤١,٤	٤٤,٦
	,٠١	٢٣,٢	٣٧	٤٩	٥٩	٦٩	٧٩	٨٩	٩٧	١٠٦
٥	,٠٥	٧,١٥	١٠,٨	١٣,٧	١٦,٣	١٨,٧	٢٠,٨	٢٢,٩	٢٤,٧	٢٦,٥
	,٠١	١٤,٩	٢٢	٢٨	٣٣	٣٨	٤٢	٤٦	٥٠	٥٤
٦	,٠٥	٥,٨٢	٨,٣٨	١٠,٤	١٢,١	١٣,٧	١٥,٠	١٦,٣	١٧,٥	١٨,٦
	,٠١	١١,١	١٥,٥	١٩,١	٢٢	٢٥	٢٧	٣٠	٣٢	٣٤
٧	,٠٥	٤,٩٩	٦,٩٤	٨,٤٤	٩,٧٠	١٠,٨	١١,٨	١٢,٧	١٣,٥	١٤,٣
	,٠١	٨,٨٩	١٢,١	١٤,٥	١٦,٥	١٨,٤	٢٠	٢٢	٢٣	٢٤
٨	,٠٥	٤,٤٣	٦,٠	٧,١٨	٨,١٢	٩,٠٣	٩,٧٨	١٠,٥	١١,١	١١,٧
	,٠١	٧,٥٠	٩,٩	١١,٧	١٣,٢	١٤,٥	١٥,٨	١٦,٩	١٧,٩	١٨,٩
٩	,٠٥	٤,٠٣	٥,٣٤	٦,٣١	٧,١١	٧,٨٠	٨,٤١	٨,٩٥	٩,٤٥	٩,٩١
	,٠١	٦,٥٤	٨,٥	٩,٩	١١,١	١٢,١	١٣,١	١٣,٩	١٤,٧	١٥,٣
١٠	,٠٥	٣,٧٢	٤,٨٥	٥,٦٧	٦,٣٤	٦,٩٢	٧,٤٢	٧,٨٧	٨,٢٨	٨,٦٠
	,٠١	٥,٨٥	٧,٤	٨,٦	٩,٦	١٠,٤	١١,١	١١,٨	١٢,٤	١٢,٩
١٢	,٠٥	٣,٢٨	٤,١٦	٤,٧٩	٥,٣٠	٥,٧٢	٦,٠٩	٦,٤٢	٦,٧٢	٧,٠٠
	,٠١	٤,٩١	٦,١	٦,٩	٧,٦	٨,٢	٨,٧	٩,١	٩,٥	٩,٩
١٥	,٠٥	٢,٨٦	٣,٥٤	٤,٠١	٤,٣٧	٤,٦٨	٤,٩٥	٥,١٩	٥,٤٠	٥,٥٩
	,٠١	٤,٠٧	٤,٩	٥,٥	٦,٠	٦,٤	٦,٧	٧,١	٧,٣	٧,٥
٢٠	,٠٥	٢,٤٦	٢,٩٥	٣,٢٩	٣,٥٤	٣,٧٦	٣,٩٤	٤,١٠	٤,٢٤	٤,٣٧
	,٠١	٣,٣٢	٣,٨	٤,٣	٤,٦	٤,٩	٥,١	٥,٣	٥,٥	٥,٦
٣٠	,٠٥	٢,٠٧	٢,٤٠	٢,٦١	٢,٧٨	٢,٩١	٣,٠٢	٣,١٢	٣,٢١	٣,٢٩
	,٠١	٢,٦٣	٣,٠	٣,٣	٣,٤	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤,٠
٦٠	,٠٥	١,٦٧	١,٨٥	١,٩٦	٢,٠٤	٢,١١	٢,١٧	٢,٢٢	٢,٢٦	٢,٣٠
	,٠١	١,٩٦	٢,٢	٢,٣	٢,٤	٢,٤	٢,٥	٢,٥	٢,٦	٢,٦
∞	,٠٥	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠
	,٠١	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠

ملحق رقم (٩)

القيم الحرجة لاختبار كوكران Cochran لتجانس التباين

د.ح	مستوى الدلالة	عدد التباينات										
		٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٥	٢٠
١	,٠٥	,٩٩٨٥	,٩٦٦٩	,٩٠٦٥	,٨٤١٢	,٧٨٠٨	,٧٢٧١	,٦٧٩٨	,٦٣٨٥	,٦٠٢٠	,٤٧٠٩	,٣٨٩٤
	,٠١	,٩٩٩٩	,٩٩٣٣	,٩٦٧٦	,٩٢٧٩	,٨٨٢٨	,٨٣٧٦	,٧٩٤٥	,٧٥٤٤	,٧١٧٥	,٥٧٤٧	,٤٧٩٩
٢	,٠٥	,٩٧٥٠	,٨٧٠٩	,٧٦٧٩	,٦٨٣٨	,٦١٦١	,٥٦١٢	,٥١٥٧	,٤٧٧٥	,٤٤٥٠	,٣٣٤٦	,٢٧٠٥
	,٠١	,٩٩٥٠	,٩٤٢٣	,٨٦٤٣	,٧٨٨٥	,٧٢١٨	,٦٦٤٤	,٦١٥٢	,٥٧٢٧	,٥٣٥٨	,٤٠٦٩	,٣٢٩٧
٣	,٠٥	,٩٣٩٢	,٧٩٧٧	,٦٨٤١	,٥٩٨١	,٥٣٢١	,٤٨٠٠	,٤٣٧٧	,٤٠٢٧	,٣٧٣٣	,٢٧٥٨	,٢٢٠٥
	,٠١	,٩٧٩٤	,٨٨٣١	,٧٨١٤	,٦٩٥٧	,٦٢٥٨	,٥٦٨٥	,٥٢٠٩	,٤٨١٠	,٤٤٦٩	,٣٣١٧	,٢٦٥٤
٤	,٠٥	,٩٠٥٧	,٧٤٥٧	,٦٢٨٧	,٥٤٤١	,٤٨٠٣	,٤٣٠٧	,٣٩١٠	,٣٥٨٤	,٣٣١١	,٢٤١٩	,١٩٢١
	,٠١	,٩٥٨٦	,٨٣٣٥	,٧٢١٢	,٦٣٢٩	,٥٦٣٥	,٥٠٨٠	,٤٦٢٧	,٤٢٥١	,٣٩٣٤	,٢٨٨٢	,٢٢٨٨
٥	,٠٥	,٨٧٧٢	,٧٠٧١	,٥٨٩٥	,٥٠٦٥	,٤٤٤٧	,٣٩٧٤	,٣٥٩٥	,٣٢٨٦	,٣٠٢٩	,٢١٩٥	,١٧٣٥
	,٠١	,٩٣٧٣	,٧٩٣٣	,٦٧٦١	,٥٨٧٥	,٥١٩٥	,٤٦٥٩	,٤٢٢٦	,٣٨٧٠	,٣٥٧٢	,٢٥٩٣	,٢٠٤٨
٦	,٠٥	,٨٥٣٤	,٦٧٧١	,٥٥٩٨	,٤٧٨٣	,٤١٨٤	,٣٧٢٦	,٣٣٦٢	,٣٠٦٧	,٢٨٢٣	,٢٠٣٤	,١٦٠٢
	,٠١	,٩١٧٢	,٧٦٠٦	,٦٤١٠	,٥٥٣١	,٤٨٦٦	,٤٣٤٧	,٣٩٣٢	,٣٥٩٢	,٣٣٠٨	,٢٣٨٦	,١٨٧٧
٧	,٠٥	,٨٣٣٢	,٦٥٣٠	,٥٣٦٥	,٤٥٦٤	,٣٩٨٠	,٣٥٣٥	,٣١٨٥	,٢٩٠١	,٢٦٦٦	,١٩١١	,١٥٠١
	,٠١	,٨٩٨٨	,٧٣٣٥	,٦١٢٩	,٥٢٥٩	,٤٦٠٨	,٤١٠٥	,٣٧٠٤	,٣٣٧٨	,٣١٠٦	,٢٢٢٨	,١٧٤٨
٨	,٠٥	,٨١٥٩	,٦٣٣٣	,٥١٧٥	,٤٣٨٧	,٣٨١٧	,٣٣٨٤	,٣٠٤٣	,٢٧٦٨	,٢٥٤١	,١٨١٥	,١٤٢٢
	,٠١	,٨٨٢٣	,٧١٠٧	,٥٨٩٧	,٥٠٣٧	,٤٤٠١	,٣٩١١	,٣٥٢٢	,٣٢٠٧	,٢٩٤٥	,٢١٠٤	,١٦٤٦
٩	,٠٥	,٨٠١٠	,٦١٦٧	,٥٠١٧	,٤٢٤١	,٣٦٨٢	,٣٢٥٩	,٢٩٢٦	,٢٦٥٩	,٢٤٣٩	,١٧٣٦	,١٣٥٧
	,٠١	,٨٦٧٤	,٦٩١٢	,٥٧٠٢	,٤٨٥٤	,٤٢٢٩	,٣٧٥١	,٣٣٧٣	,٣٠٦٧	,٢٨١٣	,٢٠٠٢	,١٥٦٧
١٦	,٠٥	,٧٣٤١	,٥٤٦٦	,٤٣٦٦	,٣٦٤٥	,٣١٣٥	,٢٧٥٦	,٢٤٦٢	,٢٢٢٦	,٢٠٣٢	,١٤٢٩	,١١٠٨
	,٠١	,٧٩٤٩	,٦٠٥٩	,٤٨٨٤	,٤٠٩٤	,٣٥٢٩	,٣١٠٥	,٢٧٧٩	,٢٥١٤	,٢٢٩٧	,١٦١٢	,١٢٤٨
٣٦	,٠٥	,٦٦٠٢	,٤٧٤٨	,٣٧٢٠	,٣٠٦٦	,٢٦١٢	,٢٢٧٨	,٢٠٢٢	,١٨٢٠	,١٦٥٥	,١١٤٤	,٠٨٧٩
	,٠١	,٧٠٦٧	,٥١٥٣	,٤٠٥٧	,٣٣٥١	,٢٨٥٨	,٢٤٩٤	,٢٢١٤	,١٩٩٢	,١٨١١	,١٢٥١	,٠٩٦٠
١٤٤	,٠٥	,٥٨١٣	,٤٠٣١	,٣٠٩٣	,٢٥١٣	,٢١١٩	,١٨٣٣	,١٦١٦	,١٤٤٦	,١٣٠٨	,٠٨٨٩	,٠٦٧٥
	,٠١	,٦٠٦٢	,٤٢٣٠	,٣٢٥١	,٢٦٤٤	,٢٢٢٩	,١٩٢٩	,١٧٠٠	,١٥٢١	,١٣٧٦	,٠٩٣٤	,٠٧٠٩

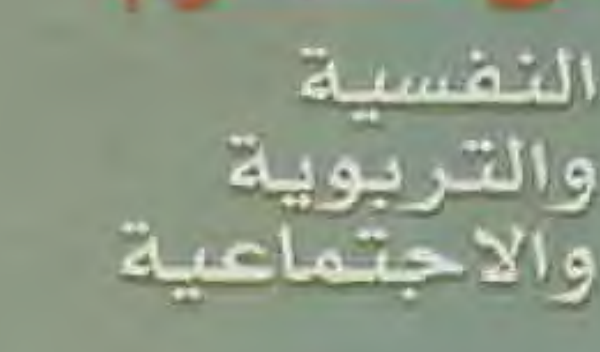
ملحق رقم (١٠)

جدول توزيع مربع كا ى (كا^{٢})

درجات الحرية	مستوى الدلالة ٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١	درجات الحرية	مستوى الدلالة ٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١
١	٣,٨٤	٦,٦٣	١٠,٨	٢٥	٣٧,٧	٤٤,٣	٥٢,٦
٢	٥,٩٩	٩,٢١	١٣,٨	٢٦	٣٨,٩	٤٥,٦	٥٤,١
٣	٧,٨١	١١,٣	١٦,٣	٢٧	٤٠,١	٤٧,٠	٥٥,٥
٤	٩,٤٩	١٣,٣	١٨,٥	٢٨	٤١,٣	٤٨,٣	٥٦,٩
٥	١١,١٠	١٥,١	٢٠,٥	٢٩	٤٢,٦	٤٩,٦	٥٨,٣
٦	١٢,٦٠	١٦,٨	٢٢,٥	٣٠	٤٣,٨	٥٠,٩	٥٩,٧
٧	١٤,١٠	١٨,٥	٢٤,٣	٤٠	٥٥,٨	٦٣,٧	٧٣,٤
٨	١٥,٥٠	٢٠,١	٢٦,١	٥٠	٦٧,٥	٧٦,٢	٨٦,٧
٩	١٦,٩	٢١,٧	٢٧,٩	٦٠	٧٩,١	٨٨,٤	٩٩,٦
١٠	١٨,٣	٢٣,٢	٢٩,٦	١٠٠	١٢٤,٣	١٣٥,٨	١٤٩,٥
١١	١٩,٧	٢٤,٧	٣١,٣				
١٢	٢١,٠	٢٦,٢	٣٢,٩				
١٣	٢٢,٤	٢٧,٧	٣٤,٥				
١٤	٢٣,٧	٢٩,١	٣٦,١				
١٥	٢٥,٠	٣٠,٦	٣٧,٧				
١٦	٢٦,٣	٣٢,٠	٣٩,٣				
١٧	٢٧,٦	٣٣,٤	٤٠,٨				
١٨	٢٨,٩	٣٤,٨	٤٢,٣				
١٩	٣٠,١	٣٦,٢	٤٣,٨				
٢٠	٣١,٤	٣٧,٦	٤٥,٣				
٢١	٣٢,٧	٣٨,٩	٤٦,٨				
٢٢	٣٣,٩	٤٠,٣	٤٨,٣				
٢٣	٣٥,٢	٤١,٦	٤٩,٧				
٢٤	٣٦,٤	٤٣,٠	٥١,٢				









هذا الكتاب

- يتضمن الكتاب معلومات تاريخية ومفاهيم أساسية للأساليب الإحصائية
- يوضح الأساليب الإحصائية الوصفية بطريقة مبسطة للمبتدئين
- يتناول الأساليب الإحصائية الإستدلالية بطريقة تطبيقية وعملية
- يعرض عدة طرائق للمقارنات المتعددة للمتوسطات
- يوضح الدلالة الإحصائية والعملية من خلال حجم التأثير
- يهتم بتفسير نتائج التحليل للأساليب الإحصائية الإستدلالية
- يُبين العلاقة بين الأساليب الإحصائية الإستدلالية
- يُقدم "أحياناً" بعض الأسس النظرية الرياضية للمختصين
- يُقدم عرضاً مختصراً لبعض الأساليب الإحصائية المتقدمة للمهتمين
- يُعد الجزء الأول مفيداً للمبتدئين من التخصصات الأدبية
- يُعد هذا الكتاب عوناً ومُرشداً للباحثين وطلبة الدراسات العليا





The World of Words & Thoughts
www.anglo-egyptian.com